

스너버의 마찰을 고려한 하부지지형 세탁기의 진동 해석

최상현*, 김주호*, 한창소**, 한동철***

(Vibrational analysis of the base supported washing machine considering the frictional effect in snubber)

(Sang-Hyun Choi, Ju-Ho Kim, Chang-So Han, Dong-Chul Han)

1. 서론

일상 생활에서 쓰이는 가정용 기기에서의 진동 문제는 일반적인 기계 구조물과 마찬가지로 기기의 성능을 좌우하는 중요한 문제로서, 제품의 품질 및 대외 경쟁력을 확보하기 위해서는 진동을 최소화하기 위한 원인 규명 및 그에 대한 대책 마련이 필수적이다.

가정용 기기 중에서도 세탁기는 다른 기기에 비해서 특히 진동 및 소음 문제가 중요한 요소가 된다. 최근 들어 다양한 세탁 방식을 사용한 세탁기가 개발되어 나오고 있으나, 탈수 방식에 있어서는 탈수통을 고속으로 회전시키는 동일한 방법을 사용하고 있다. 일반적으로 세탁기의 세탁시 진동은 미소한 반면, 탈수시 불균일 질량을 갖는 회전체에 의해서 유발되는 진동이 중요한 문제가 되며 제품의 성능을 좌우하게 된다.

탈수시 세탁기의 진동에 영향을 미치는 요인에는 세탁기의 설치 경사, 세탁물 및 각회전 부품의 편심 등이 있다. 그러므로, 저진동 세탁기의 설계를 위해서는 세탁기의 진동에 지배적인 영향을 미치는 설계 변수들을 찾아내어 이들의 변화에 따른 진동 특성의 영향을 규명, 분석하여 설계의 최적화를 이루도록 하여야 할 것이다.

본 연구에서는 세탁통 및 감속장치가 스너버(Snubber)와 지지 스프링에 의해서 지지되는 하부지지형 세탁기를 모델로 선택하였으며, 시스템의 동특성 해석을 위하여 세탁기를 회전체를 갖는 강체 연가 시스템으로 모델링하고 운동방정식을 구하여 수치 해법을 적용하여 진동 특성을 계산하였다. 세탁

기의 진동 형태를 예측하기 위해서 밀판의 마찰 계수, 스너버의 곡률 반경, 지지 스프링 계수 및 위치 등을 진동량에 영향을 미치는 설계 변수로 선정하여 결과를 구하였으며, 이 자료들을 설계 변경시에 이용할 수 있게 하였다.

2. 진동 해석을 위한 모델링

탈수통과 감속 장치는 지지 스프링과 스너버에 의해서 밀판에서 지지되는데, 탈수시 불평형에 의해 내부 지지물(탈수통, 감속 장치 등을 포함한 강체부분)이 진동하게 되고 그 진동은 스프링과 스너버의 마찰을 통해 밀판으로 전달되는 구조를 갖는다. 이 때, 내부 구조물의 낮은 강성으로 인하여 밀판을 포함한 외부 구조물의 진동은 내부 구조물보다 상대적으로 작은 값을 갖는다. 따라서, 본 연구에서는 내부 구조물을 별개의 시스템으로 모델링하여 그 전달력을 구한 후, 밀판을 포함한 외부 구조물의 진동량을 예측하는 방법을 사용하였다.

외부 구조물의 운동 중심을 밀판의 중심으로 가정하여 Fig. 1 과 같은 모델을 생각한다.

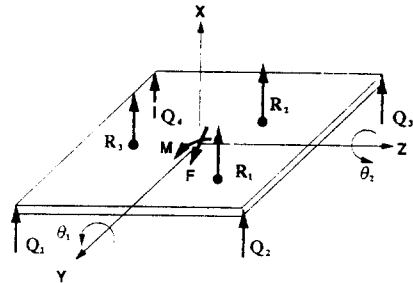


Fig. 1 Schematic diagram of base plate

* 서울대학교 기계설계학과 대학원

** 동양 매직 진동소음 실험실

*** 서울대학교 기계설계학과, 정회원

R 는 스프링에 의한 반력이며, F, M 은 스너버에서의 마찰에 의한 수평력과 모우먼트, 그리고 Q 는 밀판의 네 다리에서의 반력이다. 각 다리에서의 수직 변위량을 u_i 라고 하고, 밀판의 폭을 L_1, L_2 라고 하면, 기하학적 형상 조건 및 힘과 모우먼트의 평형식에 의하여

$$\begin{aligned} u_1 &= -u_3 = L_2 \theta_2 - L_1 \theta_1 \\ u_2 &= -u_4 = -L_2 \theta_2 - L_1 \theta_1 \end{aligned} \quad (1)$$

이 된다. 또한, 세탁기 다리의 종진동 방정식^{[1],[2]}

$$\rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) - E' \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$E' = E^*(1 + j\zeta)$: Youngs modulus

ζ : Loss factor

을 조화 진동을 가정하여

$$u = U(x) \cdot e^{j\omega t}$$

$$U(x) = A \sin \omega x + B \cos \omega x, \quad \omega = \sqrt{\frac{\rho}{E'}} \Omega \quad (3)$$

와 같이 놓을 수 있으며, 이를 운동방정식

$$J_G \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + T_f = \sum_i L_{Ki} R_{Ki} + M_f \quad (4)$$

M_f : 마찰력 L_{Ki} : 스프링의 위치

R_{Ki} : 스프링 힘 T_f : 밀판에서의 복원 토크

에 대입하면 결과적으로 다리에서의 변위 u_1 과 u_2 의 최대 진폭 A_1, A_2 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{M_1}{\frac{J_G \Omega^2}{2L_1} \sin \omega h - 2L_1 E' A_r \omega \cos \omega h} \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_2}{\frac{J_G \Omega^2}{2L_2} \sin \omega h - 2L_2 E' A_r \omega \cos \omega h} \right] \\ A_2 &= \frac{1}{2j} \left[\frac{M_1}{\frac{J_G \Omega^2}{2L_1} \sin \omega h - 2L_1 E' A_r \omega \cos \omega h} \right. \\ &\quad \left. - \frac{M_2}{\frac{J_G \Omega^2}{2L_2} \sin \omega h + 2L_2 E' A_r \omega \cos \omega h} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

위 결과에 의하면 외부 구조물의 진폭은 전달 모우먼트에 비례하는 것을 알 수 있다. 따라서, 스프링과 스너버에서의 전달력 및 진동량의 계산만으로 밀판에서의 진동 폭을 예측할 수 있다.

좌표계와 모델링

탈수동 및 감속장치를 포함한 내부 구조물은 미소 변위가

정과 밀판의 연성 운동(Flexible motion)을 무시한다는 가정 하에 중력과 스너버의 마찰을 고려한 회전 강체 시스템으로 모델링 하였다.

강체 운동은 편심에 의한 횡방향 진동이 지배적이므로 수직 방향의 진동은 무시해도 무방하다. 탈수시 세탁 탈수조와 감속장치는 플리에 의해서 교반기 축을 기준으로 회전하고, 세탁통 및 감속장치는 스너버의 폭을 중심에서 핀 조인트된 강체로 생각하였다.

강체가 3차원 공간에서 운동할 때, 물체의 운동을 편리하게 기술하기 위해서 오일러 좌표계를 사용한다.^[3] Fig. 2 에서 좌표계 XYZ는 관성 고정좌표계이고 좌표계 123는 물체에 고정된 운동좌표계이다. 세탁기의 세탁축은 좌표축 a 를 중심으로 각속도 Ω 로 회전한다.

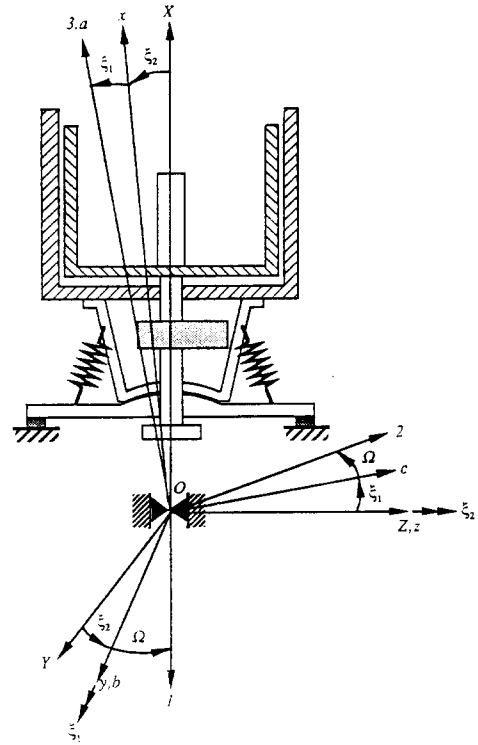


Fig. 2 Representation of coordinate system

운동 방정식

운동 방정식은 에너지식을 이용한 Lagrange 방정식을 사용하여 유도할 수 있으며, 이를 위해서 먼저 운동 에너지와 위치에너지를 계산한다.

(1) 운동 에너지

물체가 좌표계상에서 운동하면 오일러 각이 변화하게 되며, 각속도 성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_2 \sin \Omega t + \xi_1 \cos \Omega t \\ \xi_2 \cos \Omega t - \xi_1 \sin \Omega t \\ \xi_1 \xi_2 + \Omega \end{pmatrix} \quad (6)$$

이 좌표계에서 미소 변형을 가정하여 운동 에너지 식을 얻는다. 물체의 운동 에너지식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \vec{\omega}^T I \vec{\omega} \quad , \quad I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(2) 위치 에너지

위치 에너지는 하우징을 지지하는 세 스프링의 변형에 의한 에너지 P_s 와 중력에 의한 에너지 P_g 로 나누어진다.

스프링의 밑판축 고정부의 위치 벡터를 \vec{R} , 내부 구조물측 고정부의 변형 전 및 변형 후의 위치 벡터를 각각 \vec{X} , \vec{X}' 라 하고, 스프링 장착 전의 길이를 L_0 라 할 때, 스프링의 변형에 의한 에너지는 다음과 같다.

$$P_s = \frac{1}{2} k (|\vec{X}' - \vec{R}| - L_0)^2 \quad (8)$$

또한, 세탁기 내의 회전하지 않는 질량 M 에 의해서 생기는 중력에 의한 위치 에너지 P_{gM} 과 회전시에 의한 편심 질량 m 에 의해서 생기는 위치 에너지 P_{gm} 은 질량 M , m 의 변형 후의 벡터를 각각 \vec{r}_M' 와 \vec{r}_m' 라고 할 때,

$$P_{gM} = -M(\vec{r}_M' \cdot \vec{g})$$

$$P_{gm} = -m(\vec{r}_m' \cdot \vec{g}) \quad (9)$$

이다. 이 때, 중력장 벡터는 다음과 같다.

$$\vec{g} = g_x u_x + g_y u_y + g_z u_z \quad (10)$$

따라서, 총 위치에너지 P 는 스프링과 중력에 의한 에너지의 합으로 나타난다.

$$P = P_s + P_{gM} + P_{gm} \quad (11)$$

(3) 마찰 감쇠력

탈수통과 하우징은 스너버에 의해서 지지되며, 이 부분에서 마찰에 의한 감쇠력이 발생한다. 이 때, 수직 방향의 반력은

$$N = M_T [g - (R+l_0)^2 (\xi_1^2 + \xi_2^2)] + \sum_i k_i \left(1 - \frac{L_0}{L}\right) (x - \xi_2 y + \xi_1 z - r_x) \quad (12)$$

R : 스너브의 곡률 반경,

x, y, z : 스프링 변형 후의 끝점의 좌표

와 같고, 마찰에 의한 모우멘트는 아래와 같다.

$$\vec{M} = Q_{\xi_1} u_x + Q_{\xi_2} u_z$$

$$= \mu R N \frac{\xi_1 u_x + \xi_2 u_z}{\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}} \quad (13)$$

(4) 운동 방정식

위에서 구한 에너지 항들을 Lagrange 방정식에 대입하여 행렬 형태의 운동방정식 (14)를 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{\xi}\} + [C]\{\dot{\xi}\} + [K]\{\xi\} = \{F\} - \{f\}_{friction} \quad (14)$$

(행렬식의 각 항들은 Appendix 에 나타내었다.)

3. 해석 결과 및 분석

앞에서의 운동방정식을 이용하여 진동 특성을 얻기 위해서는 수치해법을 사용하여야 하고, 본 해석에서는 p -family method를 사용하였으며⁽⁴⁾, 세탁시 세탁물에 의해서 발생하는 불균형 질량의 양은 1.0kg으로 선정하여 해석하였다.

설계 변수에 따른 진동 특성 변화

설계 변경을 위해 진동 형태에 영향을 미치는 설계 변수를 선정하고, 이들을 변화시킬 때 정상 상태에서의 최대 진폭 및 전달 모우멘트 등의 진동 특성이 어떻게 변화하는가를 살펴 보았다. 해석에서 고려한 설계 변수는 스프링의 강성 계수 및 초기 길이, 스프링 부착 위치, 스너브의 곡률 반경 및 스너브의 마찰 계수이며, 이들의 현재 특성값을 Table 1 에 나타내었다.

Table 1. Characteristic values of Design Variables

Stiffness of spring	10,780 N/m
Initial length of spring	0,202 m
Location of spring	0,260 m (from center)
Radius of curvature of snubber	0.2 m
Friction coefficient of snubber	0.3

(1) 스프링 강성의 영향

스프링 강성 변화에 대한 최대 진폭과 전달 모우멘트의 변화가 Fig. 3에 나타나 있다. 결과를 보면 강성을 낮춤에 따라 진폭과 모우멘트가 모두 감소함을 볼 수 있다. 그러나,

강성을 지나치게 낮추면 공진점 때문에 진폭이 급격히 커지는 것을 알 수 있다.

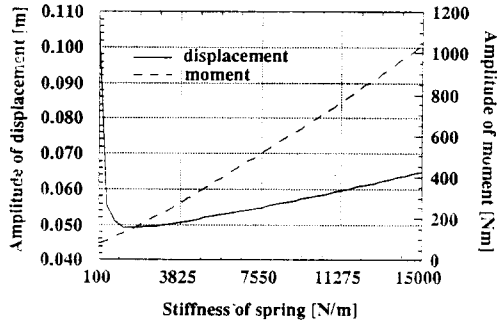


Fig. 3 Amplitude of displacement and moment according to stiffness of spring

(2) 밀판 곡률 반경의 영향

밀판의 곡률 반경을 변화시키는 것은 해석 모델의 피벗 기준점을 바꾸어 주는 것과 같다. Fig. 4에서 진폭과 모우멘트가 곡률 반경을 늘이면 진폭과 모우멘트가 모두 증가한다. 그러므로, 스너버의 설계에 따른 제한조건을 고려하여 곡률 반경을 줄이도록 한다.

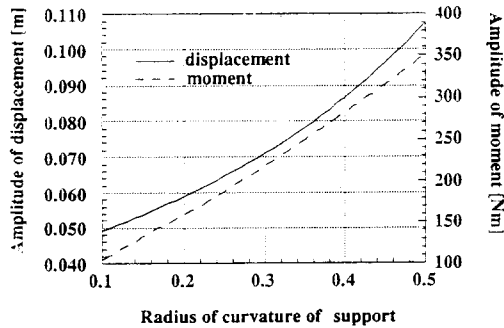


Fig. 4 Amplitude of displacement and moment according to radius of curvature of snubber

(3) 밀판 마찰 계수의 영향

밀판의 마찰계수에 의한 영향은 Fig. 5의 해석 결과에서 볼 수 있듯이 마찰 계수가 증가함에 따라서 진동이 현저하게 줄어든다. 그러나, 세탁기의 미끄럼 방지를 위해서는 밀판과 푸트(Foot)에 전달되는 전달력을 감소시키는 것이 유리하므로 외부 구조물의 진동에 미치는 영향을 고려하여 신중히 선택하여야 한다.

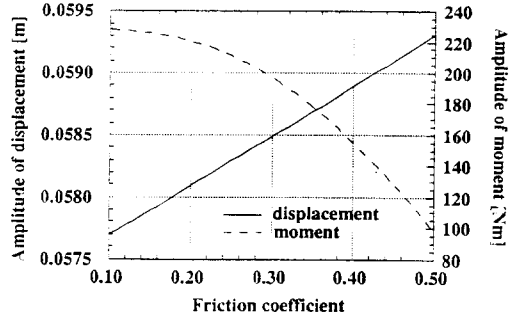


Fig. 5 Amplitude of displacement and moment according to friction coefficient

(4) 스프링의 장착 위치의 영향

Fig. 6의 결과는 스프링의 장착 위치를 기존 위치에 대해서 안쪽으로 설치했을 때에 대한 것으로서, 스프링을 안쪽으로 설치할수록 진동량 및 전달 모우멘트가 감소함을 알 수 있다. 그러나, 지지 하우징의 설계상 스프링을 이동시키는 것이 제한되어 있으므로 가능한 범위에 대해 스프링의 위치를 안쪽으로 변화시켜야 한다.

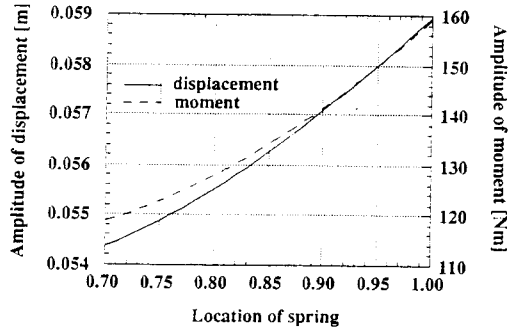


Fig. 6 Amplitude of displacement and moment according to location of spring

(5) 스프링 초기 길이의 영향

Fig. 7의 결과에서 스프링은 초기 길이를 늘여 줄수록 진폭과 모우멘트가 감소함을 알 수 있다. 따라서, 스프링을 밀판에 고정시키고 있는 나사, 볼트 연결부가 허용되는 내에서 길이를 늘여줌으로써 진동량 및 밀판으로의 전달력을 감소시킬 수 있다.

이들 결과를 기초로 내부 구조물의 진폭과 밀판에 전달되는 힘과 모우멘트를 감소시키기 위해서 해석 모델의 설계변수를 Table 2 와 같이 변경하였다.

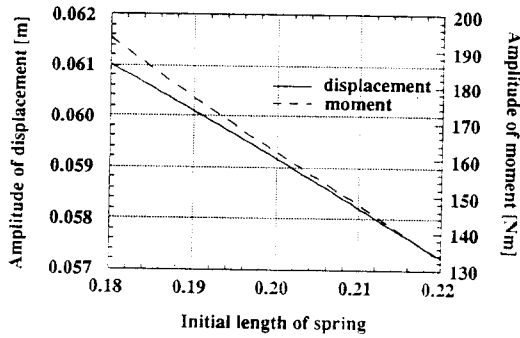


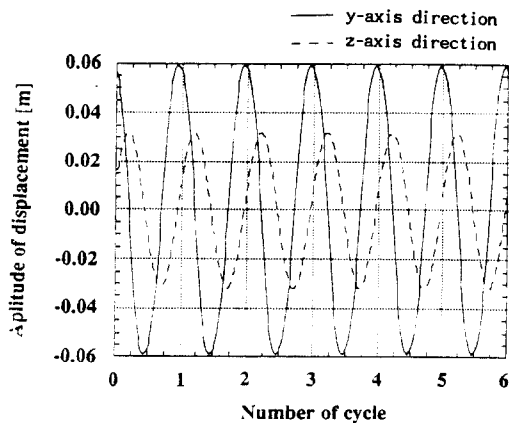
Fig. 7 Amplitude of displacement and moment according to initial length of spring

Table 2. Characteristic values of Design Variables (After changed)

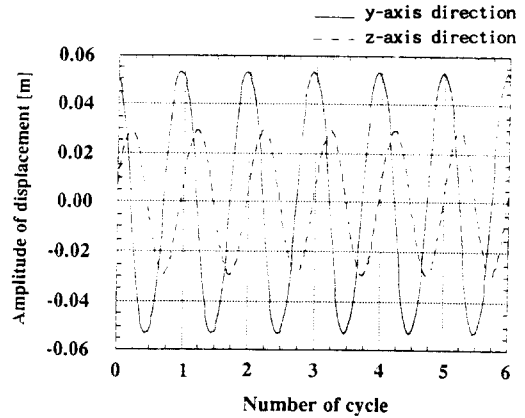
Stiffness of spring	8,000 N/m
Initial length of spring	0.212 m
Location of spring	0.215 m (from center)
Radius of curvature of snubber	0.18 m
Friction coefficient of snubber	0.3

변경모델에 대한 해석 결과

Fig. 8의 (a), (b) 에 정상 상태에서의 내부 구조물의 진폭을 나타내었다. 진폭은 설계 특성치의 변경 전, 후에 대해서 큰 감소를 보이지는 않는다.



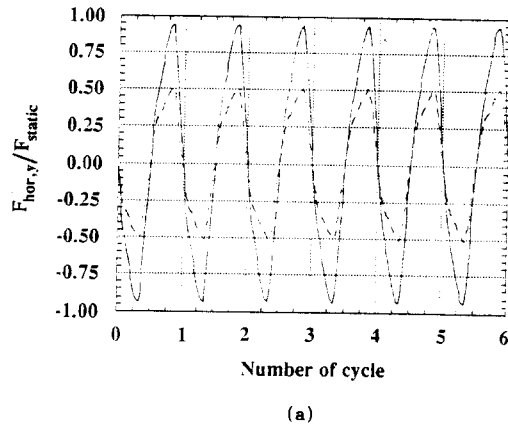
(a)



(b)

Fig. 8 Amplitude of displacement as the axis rotates (a) before design variables changed (b) after design variables changed

밑판에 전달되는 전달력은 스프링에 의한 힘과 스너버에서의 마찰력의 두 가지가 있으며, Fig. 9,10에서 수평 전달력과 수직 전달력을 정하중에 대해서 무차원화시킨 값을 회전수에 따른 크기 변화로 나타내었다. 설계 변수를 변경시킴으로써 수직 및 수평방향 전달력이 약 40%와 30% 정도씩 감소했음을 알 수 있다.



(a)

Fig. 9 (continued)

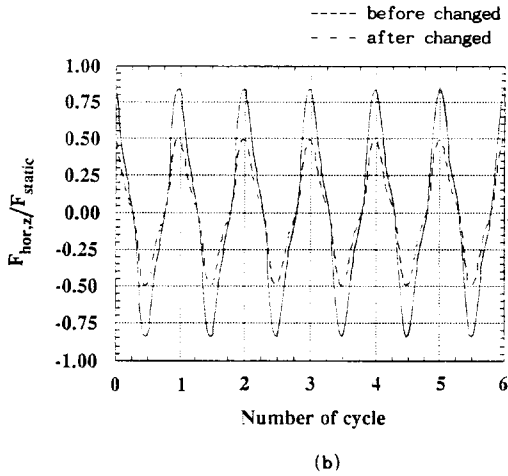


Fig. 9 The radial force (nondimensionalized)
 (a) y-axis direction force
 (b) z-axis direction force

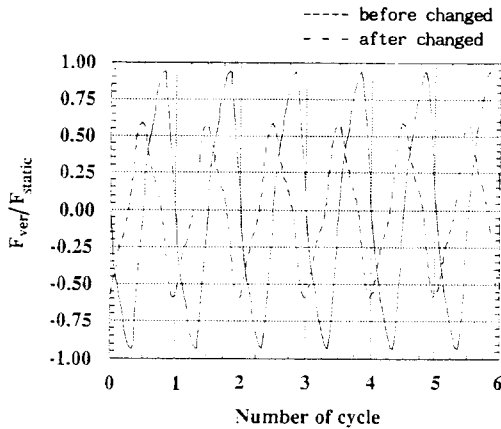


Fig. 10 The axial force (nondimensionalized)

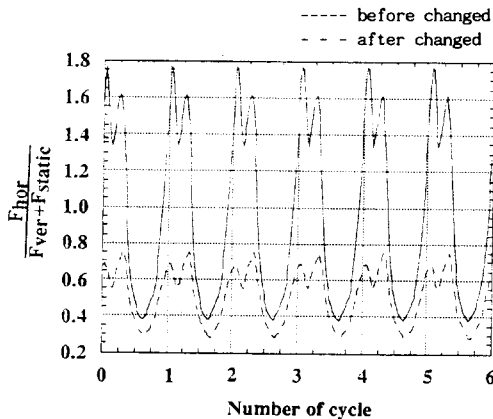


Fig. 11 The ratio of radial force over axial and static force

Fig. 11은 전달력의 수직 전달력 및 정하중에 대한 수평 전달력의 비를 나타낸 것이다. 세탁기 밀판 다리에서의 진동량을 줄이고 밀판이 바닥에서 미끄러지는 것을 방지하기 위해서는, 수평 전달력의 크기가 수직 전달력에 비해서 상대적으로 작아지도록 하여야 하는데, 수직방향 전달력에 대한 수평 방향 전달력의 상대적인 비가 약 60%정도 감소하므로 밀판에서의 미끄러짐 방지에도 상당히 유리함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 세탁기 시스템의 진동형태를 예측하고, 이에 대한 대책을 마련하기 위해서 적절한 설계 변수를 선정하여 이에 따른 진동량과 전달력의 크기를 살펴보았다.

해석을 위해서 세탁통 및 감속장치를 세탁기 아래에서 민조인트된 강체로 가정하고 이의 운동방정식을 유도한 후, 수치해법을 적용하여 시스템의 거동을 계산하였다. 이로부터, 여러 설계 변수들의 변화에 따른 진동량과 전달력의 변화를 분석한 후, 여기에서 선정된 설계 변수들을 변경시킴으로써 진동량 및 밀판에 전달되는 전달력 및 모우먼트를 상당히 줄일 수 있었다.

세탁기의 주요 설계 특성치들을 설계 변수화하여 모델링함으로써 시스템의 진동량을 예측할 수 있고, 또한 진동량 저감에도 효율적으로도 이용할 수 있음을 확인하였다.

References

- [1] S. H. Crandall, D. C. Karnopp, E. F. Kurtz, Jr., D. C. Pridmore-Brown, *Dynamics*, McGraw Hill, 1968
- [2] Nagaya, K., and Ikeda, S., "Vibration of a Motor on Viscoelastic Foundation Due to Whirling of the Shaft With Consideration of Electromagnetic Forces", *Trans. of the ASME.*, Vol.107, July 1985, pp.310-318
- [3] Saito, H., and Nakagiri, T., "Vibration of a Rectangular Plate with Viscoelastic Supports." *Trans. of the JSME*, Vol.42, 1975, pp.1077-1086
- [4] G. Bazzi and E. Anderjegg, "The ρ -family of Algorithms for Time-step Integration with Improved Numerical Dissipation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.10, 1982, pp.537-550

Appendix

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos \Omega t & -\sin \Omega t \\ \sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r11} & I_{r12} \\ I_{r21} & I_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} I_{s11} & I_{s12} \\ I_{s21} & I_{s22} \end{bmatrix}$$

$$[C] = - \begin{bmatrix} \sin \Omega t & \cos \Omega t \\ -\cos \Omega t & \sin \Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r11} & I_{r12} \\ I_{r21} & I_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \cos \Omega t & -\sin \Omega t \\ \sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r11} & I_{r12} \\ I_{r21} & I_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \Omega t & -\cos \Omega t \\ \cos \Omega t & \sin \Omega t \end{bmatrix} \\ + \Omega \begin{bmatrix} 0 & I_{33} \\ -I_{33} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \sum_i k_i \left[\begin{array}{c} \frac{(L-L_0)(x^2+z^2)}{L} + \frac{L_0(r_{zx}-r_{xz})(r_{xy}-r_{yx})}{L^3} \\ \frac{L_0(r_{zx}-r_{xz})(r_{xy}-r_{yx})}{L^3} - \frac{(L-L_0)r_{yz}}{L} \\ \frac{L_0(r_{zx}-r_{xz})(r_{xy}-r_{yx})}{L^3} - \frac{(L-L_0)r_{yz}}{L} \\ \frac{(L-L_0)(y^2+x^2)}{L} + \frac{L_0(r_{xy}-r_{yx})^2}{L^3} \end{array} \right]_i \\ - \begin{bmatrix} 0 & me \sin \Omega t g_y \\ me \sin \Omega t g_y & 0 \end{bmatrix}$$

$$(F) = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} - \sum_i k_i \begin{Bmatrix} \frac{(L-L_0)(r_{zx}-r_{xz})}{2L} \\ \frac{(L-L_0)(r_{xy}-r_{yx})}{2L} \end{Bmatrix} \\ + \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \Omega t & \cos \Omega t \\ -\cos \Omega t & \sin \Omega t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_{13} \\ I_{23} \end{Bmatrix}$$

$$(f)_{friction} = \mu RN \frac{1}{\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

L : 변형 후의 스프링의 길이

r_i : 변형 전의 스프링의 끝점의 좌표

m : 불평형 질량

e : 편심량