

탄성바닥에 지지된 합성방진계의 진동특성

김 찬 목*, 0윤 수 언**

(Vibration Characteristics of a Compound Mounting System on an Elastic Floor)

(Chan-Mook Kim, Soo-Eon Yun)

1. 서 론

진동은 자주 구조적이나 기계적인 손상, 기계류의 빈번하고 비용이 많이 드는 보수 그리고 인체의 고통 및 불안정 등과 같은 유해한 영향을 가져온다. 따라서 진동절연은 연구되어야 할 과제가 되고 있다. 이러한 진동은 이론적 해석에 의해 제어될 수 있으며, 일반적으로 진동 절연 (Vibration Isolation)의 해석은 기계의 운동요소들로부터 지지기초로 전달되는 힘의 진폭을 감소시키거나 기기나 장비로 전달되는 운동을 감소시키는 것이다.

대부분의 경우에 지지계는 보조장비를 포함한 기계베이스와 바닥위에 설치된 지지대로 구성된다. 그러나 과거의 진동절연 연구에서 지지계의 모델들은 대개 지지계에서 몇몇 요소를 생략하거나 설치 바닥을 견고한 강체로 가정함으로써 단순화 되었다. 따라서 진동절연의 실제수행은 단순화된 모델에서 얻어지는 결과만으로 이루어졌다.

본 논문에서는 탄성바닥 위에서의 새개의 질량과 두개의 방진재로 구성된 지지계에 의한 진동절연의 이론적 고찰과 실험에 의한 검증은 하였다.

효과적인 진동절연은 본 논문에서 기본적으로 관심을 가지는 탄성바닥에서의 진동전달률을 감소시키는 것이며, 단순한 수학적 형태로 표현되는 진동전달률 공식은 영향계수법 (Receptance Method)을 이용하여 유도된다.

2. 이론해석

일반적으로 2자유도계 방진계가 탄성바닥위에서 지지대에 설치 될 경우 그 지지계의 모델은 Fig.1과 같으며, 여기서 주기적 외력이 기계 (m_1)에 작용되거나 또는 기계에서 발생하고 그 힘은 하부방진재와 지지대를 통하여 탄성바닥으로 전달된다.

기계와 기계베이스 및 지지대는 수직방향으로만 진동하는 강체로 가정하고 영향계수법(Receptance Method)에 의해 진동전달률을 공식화 한다.

Receptance 또는 Compliance는 단위힘에 대한 변위로 정의된다.

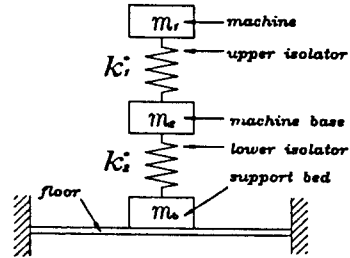


Fig.1 Modeling of compound isolation system

방진재의 강성도는 구조감쇠를 고려하여 복소수로 취한다.

$$K_j^* = k_j (1 + i\eta_j) \quad (j = 1, 2) \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고, k_j 와 η_j 는 방진재의 스프링상수와 손실계수의 실수부이다. j 는 상부방진재는 1, 하부방진재는 2이다.

이 지지계는 영향계수법(Receptance Method)을 도입하기 위해 Fig.2와같이 4개의 부분계로 나누어진다.

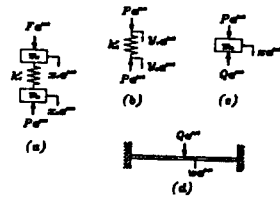


Fig.2 Free body diagram of compound system

Fig.2(a)는 기계, 기계베이스와 상부방진재로 이루어진 상부부분계를 보이고 Fig.2(b), (c), (d)는 각각 하부방진재, 지지대 및 바닥의 부분계를 보인다.

변위와 힘의 진폭관계는 영향계수(receptance)항을 이용하여 다음 식으로 주어진다.

* 국민대학교 기계설계학과, 정회원

** (주)유일산업 기술연구소, 정회원

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ -P \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$X_1 - X_2 = \beta P \quad (3)$$

$$Z = \gamma_b (P - F_T) \quad (4)$$

γ_b : 지지대의 영향계수(Receptance)

$$W = \gamma_f F_T \quad (5)$$

γ_f : 탄성바닥의 영향계수(Receptance)

부분계들 사이의 연결조건은 다음과 같다.

$$Y_2 = X_1, \quad X_2 = Z = W \quad (6)$$

매트릭스 a_{ij} 는 다음 요소들을 가지는 영향계수행렬 (Receptance matrix)이다.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{(k_1^* - m_2 \omega^2)}{\Delta} \\ a_{22} &= \frac{(k_1^* - m_1 \omega^2)}{\Delta} \\ a_{12} &= a_{21} = \frac{k_1^*}{\Delta} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 m_1 과 m_2 는 각각 기계, 베이스의 질량이며, 그리고

$$\begin{aligned} \Delta &= (k_1^* - m_1 \omega^2)(k_1^* - m_2 \omega^2) - k_1^{*2} \\ &= m_1 m_2 \omega^4 - (m_1 + m_2) \omega^2 k_1^* \end{aligned} \quad (8)$$

그림(b)에서

$$X_1 - X_2 = \beta P \quad (9)$$

β : 하부방진재의 영향계수(Receptance)

$$\beta = \frac{1}{k_2^*} \quad (10)$$

그림(c)에서

$$Z = \gamma_b (P - F_T) \quad (11)$$

γ_b : 지지대의 영향계수(Receptance)

탄성바닥의 영향계수(Receptance)는 FEM기법이나 Impact 측정으로 얻을 수 있다.

탄성바닥으로의 진동전달률은 외력에 대한 바닥으로의 전달력의 비에 대한 절댓값이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} TR &= \left| \frac{F_t}{F} \right| = \left| \frac{a_{21} F_t}{(a_{22} + \beta) P + \gamma_f F_T} \right| \\ &= \left| \frac{a_{21} \gamma}{(a_{22} + \beta + \gamma) \gamma_f} \right| \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 γ 는 지지대와 탄성바닥의 조합영향계수 (Receptance)이며, 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{\gamma_b \gamma_f}{\gamma_b + \gamma_f} \quad (13)$$

3. 이론해석 결과 및 고찰

3개의 질량과 2개의 방진기로 구성된 탄성바닥위에서의 지지계의 전달률은 컴퓨터프로그램을 이용하여 계산되었다.

Fig.3는 $f_1 = f_2 = 2 \text{ Hz}$, $f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz}$ 및 9.5 Hz 에 대하여 방진재의 감성도효과를 보인다.

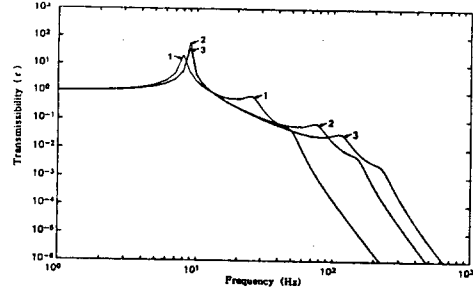


Fig.3 The transmissibility of the mounting system for various f_1 and f_2

($m_1 = 15.2$, $m_2 = 18.2$, $m_b = 10 \text{ kg}$, $\eta_1 = \eta_2 = 0.26$)

① $f_1 = f_2 = 2 \text{ Hz}$ ② $f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz}$ ③ $f_1 = f_2 = 9.5 \text{ Hz}$

그림으로부터 고유진동수가 낮을 수록 두번째 공진점 이상의 주파수에서 더욱 좋은 방진효과를 얻을 수 있는 것을 알 수 있으며, 방진재 진동수의 조합의 효과는 전 주파수 영역에 걸쳐서 그 반대의 조합효과와 거의 같다. 따라서 두개의 방진재 중 하나에 대해서만 낮은 고유진동수를 가지는 방진재를 구성 할 경우 상부 방진재를 낮은 고유진동수로 선정하는 것이 효과적이다.

그 이유는 하부 지지계에 대한 방진재의 필요량은 상부 지지계보다 $(1 + \frac{m_2}{m_1})$ 배 만큼 크기 때문이다.

Fig.4는 $\eta_1 = \eta_2 = 0.1, 0.34, 0.5$ 에 대해서 손실계수의 영향을 보인다. 방진재의 손실계수는 두번째, 세번째 공진주파수 근처에서 전달률에 큰 영향을 미치고 있으나 공진점 이상의 주파수에서는 큰 영향을 미치지 않는다.

상부방진재의 손실계수가 커짐에 따라 두번째 공진점에서 전달률 감소효과를 보이고, 하부방진재의 손실계수가 커짐에 따라 세번째 공진점에서 전달률 감소효과를 보인다.

Fig.5는 지지계의 질량분배의 효과를 보인다. 상부질량이 가벼워지고, 하부질량이 무거워질 수록 두번째, 세번째 공진주파수가 낮아지면서 이 공진점 이상의 주파수영역에서 전달률이 떨어지는 것을 알 수 있다.

Fig.6은 지지대의 질량효과를 보인다.

이 그림으로부터 지지대의 질량은 첫번째, 두번째 공진점에서는 공진주파수를 떨어뜨리고, 전달률도 낮아진다. 그러나 세번째 공진점에서는 공진주파수는 떨어지지만 전달률은 증가시킨다는 사실을 염두에 둘 필요가 있다.

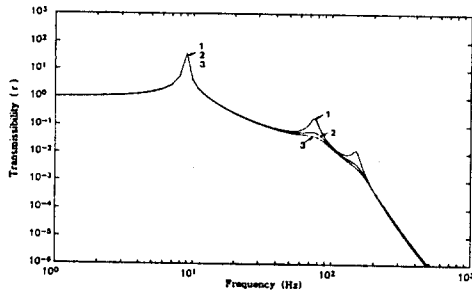


Fig.4 The transmissibility of the mounting system for various η_1 and η_2
 $(m_1 = 15.2, m_2 = 18.2, m_b = 10 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz})$
 ① $\eta_1 = \eta_2 = 0.1$ ② $\eta_1 = \eta_2 = 0.34$ ③ $\eta_1 = \eta_2 = 0.5$

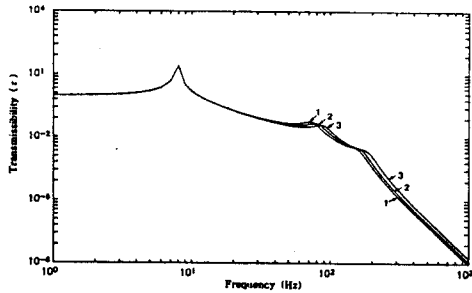


Fig.5 The transmissibility of the mounting system for various m_1 and m_2 when $m_1 + m_2$ is 45.6 kg .
 $(m_b = 10 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz}, \eta_1 = \eta_2 = 0.26)$
 ① $\begin{cases} m_1 = 15.2 \\ m_2 = 30.4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} m_1 = 22.8 \\ m_2 = 22.8 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} m_1 = 30.4 \\ m_2 = 15.2 \end{cases}$

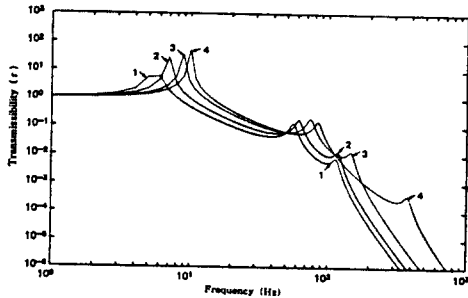


Fig.6 The transmissibility of the mounting system for various m_b
 $(m_1 = 15.2, m_2 = 18.2 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz}, \eta_1 = \eta_2 = 0.1)$
 ① $m_b = 80$ ② $m_b = 40$ ③ $m_b = 10$ ④ $m_b = 1$

탄성을 가지는 바닥의 영향계수(Receptance) γ_f 의 효과는 Fig.7에 보이며, 그림으로부터 γ_f 가 커질수록 즉, 단위힘에 대한 변위가 커질수록 첫번째 공진주파수가 낮아지고 첫번째 공진점 이후의 주파수 영역에서 전달률이 감소하고 있음을 알 수 있다.

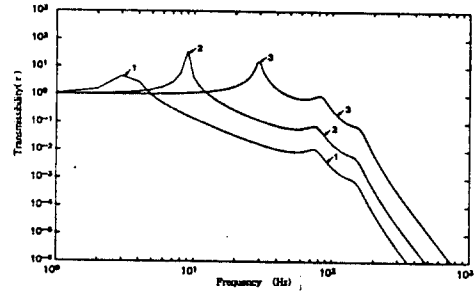


Fig.7 The transmissibility of the mounting system for various γ_f
 $(m_1 = 15.2, m_2 = 18.2, m_b = 10 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 6.3 \text{ Hz})$
 $\eta_1 = \eta_2 = 0.26$
 ① $\gamma_f = 0.005$, ② $\gamma_f = 0.000726$, ③ $\gamma_f = 0.00005$

4. 실험

4.1 시편의 제작

본 논문의 이론적해석의 타당성을 검증하는 실험을 위하여 사용된 질량은 2개의 원형강을 사용하였고, 방진재는 등가 점성감쇠를 가지는 와이어로프 방진재(Wirerope isolator)로 구성하였으며, 또한 탄성바닥은 알루미늄 강판을 사용하였다.

Table 1. 2. 3.은 실험장치를 구성하는 각 구성요소들의 특성치이고, Table 4.는 방진재별 대수감쇠율을 측정하여 얻은 감쇠비 및 손실계수이다.

Table 1. Material Properties

	Material	Size	Mass(kg)
M1	Steel	φ 315 × 25 t	15.2
M2	Steel	φ 345 × 25 t	18.2

Table 2. Isolator Properties

	Material	Size	Spring constant (N/m)	Loss factor
I1	Stainless Steel wirerope	φ4 × 4n × 55h	8,000	0.31
I2	Stainless Steel wirerope	φ4 × 3n × 55h	6,000	0.26
I3	Stainless Steel wirerope	φ4 × 4n × 47h	18,000	0.38
I4	Stainless Steel wirerope	φ4 × 3n × 47h	11,000	0.34

Table 3. Elastic Floor Properties

	Size (mm)	E (N/m ²)	ρ (kg/m ³)	Receptance γ_f (m/N)
A1.	600 × 600 × 6t	7.0 × 10 ¹⁰	2700	7.26 × 10 ⁻⁴

Table 4. Damping ratio and loss factor of the isolators

Isolator	x_1 (mV)	x_2 (mV)	ζ^*	$\eta = 2\zeta$
I_1	71.2	27.1	0.154	0.31
I_2	185.1	81.8	0.130	0.26
I_3	410.6	124.4	0.190	0.38
I_4	72.6	24.9	0.170	0.34

$$* \zeta = \frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{2\pi}$$

Photo 1.은 와이어로프를 사용한 방진재를 규격별로 보인 것이다.

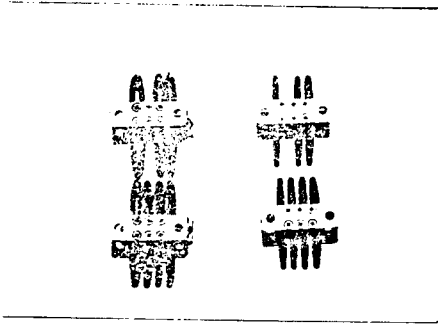


Photo 1. Isolators of wirerope

4.2 진동 실험 장치와 방법

실험 장치는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 합성방진재의 진동결연효과를 검토하기 위하여 Fig.8과 같이 구성하였다.

알루미늄 평판으로 된 탄성바닥과 m_2 의 사이와 m_1 와 m_2 사이에는 120° 간격으로 방진재를 3개씩 고정시켰으며, 방진재의 스프링 상수 및 손실계수는 와이어 로프의 감김수와 루프의 높이를 조절함으로써 변화시키며 실험하였다.

진동실험에서 가진방법은 랜덤가진기로 1 Hz에서 200 Hz까지 가진하고, 신호해석을 위하여 상부 질량과 탄성 바닥위에 힘변환기(Force Transducer) 및 가속도계(B&K Type 4367)를 부착하였다.

실험시 불안정한 가진에 의한 오차를 최소화하기 위하여 충분한 평균(averaging)을 취하였으며, 신호들은 다채널 신호 분석기(HP3567A)로 입력된다.

신호 분석을 위하여 신호분석기와 컴퓨터를 연결하여 MS-Windows 환경하에서 작동하는 HP3567A 구동 드라이브(drive)를 작동시켜 분석을 하고, 프린터와 플로터로 신호의 동특성 값을 출력하였다.

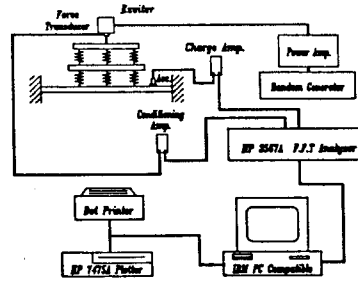


Fig. 8 Block diagram of measuring system

4.3 실험결과 및 고찰

알루미늄평판으로 된 탄성바닥위에 지지되는 원형강판으로 만들어진 2개의 질량과 와이어로프로 만들어진 2개의 방진재로 구성되는 실험장치의 진동전달특성을 검증하기 위하여 주파수응답함수(FRF)를 구하고 작용하는 단위하중에 대한 변위로 정의되는 Compliance로 그 특성을 평가한다.

지지대의 질량(m_b)은 와이어로프 방진재를 구성하는 고정구(Retainer bar)의 질량으로 가정하고, 알루미늄 탄성바닥의 영향계수(Receptance) γ_f 는 충격가진 측정법(Impact Method)에 의해서 7.26×10^{-4} 을 얻었다.

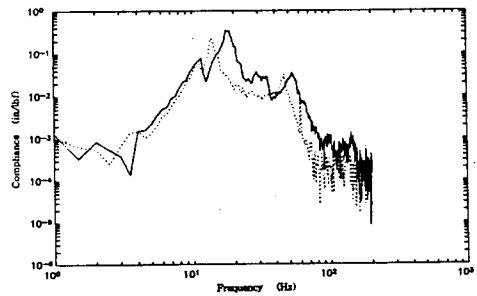


Fig.9 Compliance of the mounting system for various f_1 and f_2

$$(m_1 = 18.2, m_2 = 15.2, m_b = 0.01 \text{ kg}, \eta_1 = \eta_2 = 0.34)$$

$$\text{--- } f_1 = f_2 = 5 \text{ Hz} \quad \text{--- } f_1 = f_2 = 6.4 \text{ Hz}$$

위의 Fig.9는 $f_1 = f_2 = 5 \text{ Hz}$, $f_1 = f_2 = 6.4 \text{ Hz}$ 에 대해서 방진재의 강성도의 효과를 검증하기 위한 실험결과이다. 그럼으로부터 계의 고유진동수가 낮을수록 공진점이 낮아지면서 더욱 좋은 방진효과를 얻고 있으며, 상부방진재의 강성도는 두번째 공진점 이하의 방진효과에 영향을 미치고, 하부방진재의 강성도는 첫번째 공진점 이하의 방진효과에 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

100 Hz 이후에 생기는 세번째 공진점은 지지대(방진재의

고정구)의 질량이 작으므로 명확히 나타나지는 않고 있으나, 전체적으로 방진재의 고유진동수가 낮을수록 전달률이 떨어짐을 알 수 있으며, Fig.3에서의 이론해석에 의한 방진재 감성도 효과와 일치한다.

Fig.10, 11은 각각 $\eta_1 = 0.26, 0.34$, $\eta_2 = 0.38$ 에 대해서 상부방진재의 손실계수의 효과와 $\eta_1 = 0.26$, $\eta_2 = 0.31, 0.38$ 에 대해서 하부방진재의 손실계수의 효과를 보이고 있으며, 이때 두 지지계의 고유진동수는 같다($f_1 = f_2 = 6.4, 5 Hz$).

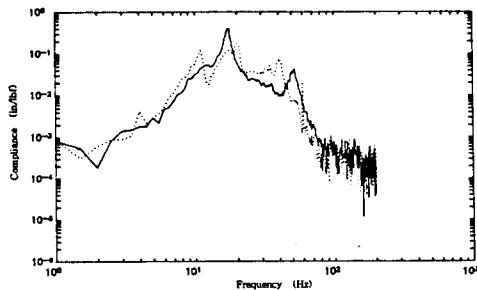


Fig.10 Compliance of the mounting system for various η_1 in the case when $f_1 = f_2$
 $(m_1 = 15.2, m_2 = 18.2, m_b = 0.01 \text{ kg}, \eta_2 = 0.38)$
 $f_1 = f_2 = 6.4 \text{ Hz}$
 ----- $\eta_1 = 0.26$ ——— $\eta_1 = 0.34$

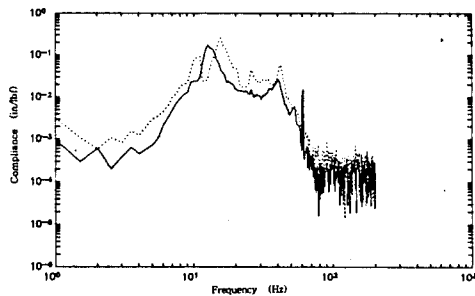


Fig.11 Compliance of the mounting system for various η_2 in the case when $f_1 = f_2$
 $(m_1 = 18.2, m_2 = 15.2, m_b = 0.01 \text{ kg}, \eta_1 = 0.26)$
 $f_1 = f_2 = 5 \text{ Hz}$
 ----- $\eta_2 = 0.31$ ——— $\eta_2 = 0.38$

Fig.10은 상부 방진재의 손실계수가 커질수록 20 - 50 Hz 사이에서 전달률이 감소하고, 두번째 공진주파수가 커지면서 그 피크치는 떨어지나 전달률은 다소 높아짐을 알 수 있다. Fig.11는 하부 방진재의 손실계수가 커질수록 첫번째 공진점 이후의 영역에서 전달률이 감소하고 있음을 보인다.

Fig.12는 지지계의 질량분배의 효과를 검증하기 위한 실험 결과이다.

이 그림은 상부질량과 하부질량의 합이 일정한 질량의 변화를 보인다($m_1 + m_2 = 33.4 \text{ kg}$). 상부질량이 가벼워지고 하부질량이 무거워질 수록 공진주파수가 낮아지면서 특히 두번째 공진점 이상의 주파수 영역에서는 방진효과가 좋아짐을 알 수 있으며, 이론해석에 의한 질량분배의 효과와 잘 일치하고 있다.

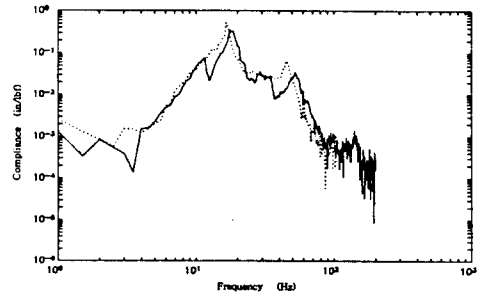


Fig.12 Compliance of the mounting system for various m_1 and m_2 when $m_1 + m_2$ is constant
 $(m_b = 0.01 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 6.4 \text{ Hz}, \eta_1 = \eta_2 = 0.38)$
 $m_1 + m_2 = 33.4$
 ----- $m_1 = 15.2 \text{ kg}, m_2 = 18.2 \text{ kg}$
 ——— $m_1 = 18.2 \text{ kg}, m_2 = 15.2 \text{ kg}$

Fig.13은 지지대의 질량효과를 검증하기 위한 실험 결과이며,그림으로부터 지지대의 질량이 커질 수록 첫번째, 두번째 공진점에서 그 피크치가 낮아지며, 세번째 공진점은 공진주파수는 작아지나, 전달률은 증가됨을 알 수 있다. 따라서 지지대의 질량효과를 검증하기 위한 실험 역시 Fig.6의 이론해석 결과와 유사함을 보인다.

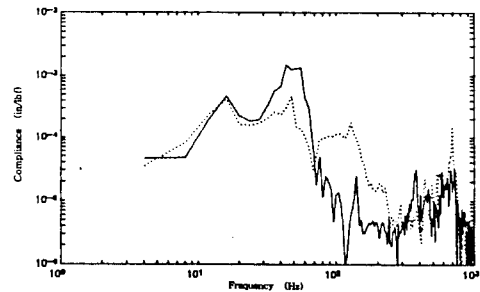


Fig.13 Compliance of the mounting system for various m_b
 $(m_1 = 18.2, m_2 = 15.2 \text{ kg}, f_1 = f_2 = 5 \text{ Hz}, \eta_1 = \eta_2 = 0.31)$
 ----- $m_b = 0.01 \text{ kg}$ ——— $m_b = 17 \text{ kg}$

5. 결 론

탄성바닥에 고정된 3개의 질량과 2개의 방진재로 구성된 방진지지계에 대한 가진실험을 하였으며, 이론해석 및 실험의 결과로부터 방진재의 설계변수에 대한 방진효과에 대하여 다음의 몇가지 결론을 얻었다.

- (1) 합성방진계를 구성할 경우 상부방진재를 낮은 고유진동수로 선정하는것이 효과적이다.
- (2) 상부방진재의 손실계수가 커질수록 두번째 공진점의 피크치가 감소하고, 하부방진재의 손실계수가 커질수록 세번째 공진점의 피크치가 감소한다.
- (3) 장비방진을 설계할 경우 기계(m_1)보다는 기계베이스(m_2)위에 부대장비나 부가하중을 설치하는 것이 전달률을 작게하는데 효과적이다.
- (4) 지지대의 질량이 커질수록 첫번째, 두번째 공진주파수가 낮아지고, 전달률도 작아진다.
- (5) 탄성바닥에서 Receptance가 커질수록 첫번째 공진점 이후의 동일 주파수 영역에서 전달률이 감소한다.

7. Beards, "Vibration Analysis and Control System Dynamics", John Wiley and Sons, pp. 47 -77, 1981
8. Toshihito Asami. "Theory of Vibration Isolator of a System with two Degree of Freedom", Bulletin of JSME, vol.29, no.258, 1986
9. Daniel J.Inman, "Vibration with Control Measurement and Stability", Prentice-Hall International, Inc., pp.183 - 208, 1989
10. William T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications", Prentice-Hall International Inc., pp.65 - 81, 1988
11. J.P.Den Hartog, "Mechanical Vibration", fourth edition, McGraw-Hill Book company, pp.93 - 104, 1988
12. Y.Lin, W.Luo, "A New for the Optimization of a Vibration Isolator System", Journal of Vibration and Isolation, vol.112, 1990
13. Waynev. Nack, "Optimization for Vibration Isolation", International Journal for Numerical Method in Engineering, vol.20, 1984

참고문헌

1. Singiresu S.Rao, "Mechanical Vibrations", second edition, Addison-wesley Publishing Company, pp.227 - 306, 1990
2. D.E.Newland, "Mechanical Vibration Analysis and Computation", New York, Longman Scientific and technical, pp. 56 - 67, 1989
3. Yoshihisa Honda, "Vibration Isolator of a compound mounting system", Mem.Fac.Enf., Kyoto Univ. vol.48, No.3, 1986
4. Cyril M. Harris, "Shock and Vibration Handbook - Third Edition-", McGraw-Hill book company, 1988
5. M.P.Norton, "Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Eng." Cambridge Univ. Press, pp.304 - 370, 1989
6. F.S.Tse, "Mechanical Vibrations", Second edition, Allyn and Bacon Inc. pp.142 - 180, 1978