

합류수로부 흐름의 수치해석

(Numerical Analysis of the Flow in Channel Junction)

윤태훈, *박종석

1. 서론

두개의 흐름이 합류하는 합류수로부 흐름은 자연하천에서 자주 볼수 있는 흐름형태이며 합류부의 흐름양상은 속도와 흐름의 특성에 따라 다르게 된다. 일반적으로 흐름을 급류와 완류로 구분할 경우 유사의 이송이 많은 급류가 지류로 합류하면 합류부 하류에 소규모의 퇴적이 생겨 본류 흐름을 압박하며 지류는 그 상류부에서 본류에 합류하는 경향이 있다. 또한 완류의 경우 합류부에서는 하폭이 넓어지므로 합류부 근처에는 사주가 발생하기 쉽고 이것 때문에 흐름방향은 한쪽에 편의되는 경우가 많아서 결과적으로 국부적인 세굴이 생기기도 한다. 합류로 인하여 일어나는 중요한 현상의 하나는 지류의 유입유량으로 인한 합류부 상류의 수위의 상승이며 이 수위상승이 합류부 설계시 고려되어야 한다.

또한 본류로 유입되는 지류의 흐름은 유입흐름의 운동량과 주변수역의 운동량의 차이로 인하여 본류흐름방향으로 지류의 흐름방향이 변화한다. 본류와 지류의 상대적인 흐름특성에 따라 합류수로부의 지하류 지류측 하안에 유속과 난류강도가 약한 순환수역이 발생하여 사수역(dead zone)을 이 형성하고 이는 상류배수증가의 원인이 되기도 한다. 따라서 두개의 흐름이 합류시 수면변화가 없는 경우가 이상적이므로 이와같은 사수역의 형성을 최소로 하기 위하여는 합류수로부에서의 흐름에 대한 동수역학적인 특성의 파악이 필요하다.

두개의 흐름이 하나의 흐름으로 합류되는 합류수로부 흐름에서 합류후 상류의 수위는 그 수로의 배수(backwater)특성과 본류와 지류의 유입유량비에 따라서 결정된다. 그리고 합류수로부에서의 분리영역의 크기는 본류와 지류가 합류되는 부분의 수로폭 결정과 기대되는 자유흐름유속, 그리고 바닥전단응력에 직접적인 관계를 가지고 있다. 또한 분리영역은 압력이 감소하고 순환현상이 발생하며 유사등이 축적되는 지역이다. 그러므로 수치해석기법을 도입해서 합류수로부에서의 유량비와 합류각도에 따른 상대상류수심과 본류와 지류의 수면변화를 관찰하고자 한다.

윤태훈, 한양대학교 토목공학과 교수

박종석, 한양대학교 토목공학과 석사과정

따라서 본 연구에서는 일반적인 3차원 흐름방정식인 Navier-Stokes 방정식을 깊이에 대해 적분을 취하여 깊이에 대한 평균변량으로 얻어진 2차원 적분모형(depth averaged model)에 매 시간 구간을 반시간으로 나누어 두번의 계산과정을 통하여 해를 구하는 ADI(Alternating Direction Implicit) 방법을 사용하고자 한다. 이 ADI 방법은 기존의 양해적 수치기법이 가지는 계산시간의 단점을 부분적으로 개선하면서 x-, y- 두 방향으로 흐름특성에 따라 분리해서 계산하는 방법이다. ADI 차분기법에 관한 정확도와 일관성 검사는 Tingsanchali (1989) 등에 의해 수행되었는데 그들의 해석결과는 수심적분된 2차원 모형에 직접 적용할 수 있다는 것을 보여주었다.

2. 기본방정식

유체문제를 해석하는데 기본이 되는 식은 연속 방정식과 운동량 방정식이다. 수심적분된 2차원 수학적 모형은 연직방향으로 균일하다고 가정된 유체와 흐름 성질로서 두개의 수평 방향으로의 흐름을 해석할 수 있게 한다. 이러한 3차원 현상은 하상조도나 흐름깊이로 인한 일정한 속도분포등에 기인한 난류혼합으로 간단히 나타낼수 있다. 수심적분된 자유수면흐름의 지배방정식의 유도는 다음과 같은 가정에 의한다.

- 1) 물은 비압축성이고 연직방향의 수압은 정수압이다.
- 2) 하상조도에 의한 난류혼합으로 인해 연직방향으로 균일한 유속분포를 갖는다.
- 3) 연직방향의 가속도는 중력가속도에 비해 작아서 무시할 수 있다.
- 4) 수심변화가 적어 기본 방정식을 깊이에 대한 평균량으로 표시할 수 있다.

수심적분된 방정식에서 유효전단응력은 유체의 점성에 의한 전단응력, 난류유속변동성분에 의한 Reynolds응력, 3차원 흐름을 2차원으로 해석하는 데서 유발되는 부가적인 전단응력을 포함하고 있다. 유효전단응력의 수심에 대한 적분값으로의 표현이 순환흐름의 수심적분된 모형에 가장 큰 어려움이 된다. 이에 대해서는 Kuiper 와 Vreugdenhil(1973)이 제안한 속도의 공간평균과정을 통해 유효전단응력을 수치모형에 도입하여 해결하는 방법을 사용했다. 이 방법은 방정식에 유효전단응력을 직접 포함시키지 않고 유효응력의 분포를 효과적으로 모의 발생시키는 속도평균과정으로 나타내고, 기본방정식에 위의 속도연화과정을 도입하여 유효전단응력을 표시하여 2차원 수심적분모형을 나타내면 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(H\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(H\bar{v})}{\partial y} = 0$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - f\bar{v} + \frac{g}{C^2 H} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = \epsilon \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + f\bar{u} + \frac{g}{C^2 H} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = \epsilon \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right)$$

3. 차분방정식

기본방정식에 대한 유한차분식은 시간중분 구간을 두개의 가상구간으로 나누어 두번의 계산과정이 수행되는 ADI(Alternating Direction Implicit)방법을 이용하였다. 이 ADI의 장점은 x방향 운동량 방정식과 y방향 운동량 방정식을 따로따로 계산하는 과정에 있다. 그것은 일련의 두개의 1차원 문제처럼 2차원 문제의 해석을 가능케 해준다. 즉, $n\Delta t$ 부터 $(n+1/2)\Delta t$ 구간에서는 U, η 를 포함하는 항을 음해법으로, V 를 포함하는 항을 양해법으로 구하고 $(n+1/2)\Delta t$ 부터 $(n+1)\Delta t$ 구간에서는 V, η 를 포함하는 항을 음해법으로 U 를 포함하는 항을 양해법으로 구한다. 그리고 4개의 변수 U, V, η, h 가 모든 격자점에서 정의되어야 하나 계산상의 편의와 경계조건을 대입을 용이하게 하기 위해 개개의 격자점에서 상이한 값을 정의하는 공간교차 격자망(Space-Staggered Mesh System)을 사용한다.

- 1) 첫번째 시간구간인 $n\Delta t$ 부터 $(n+1/2)\Delta t$ 구간은 연속방정식과 x-방향 운동량 방정식을 음해법으로 계산하고 이때 얻어지는 연립방정식의 행렬을 푸는 데는 Thomas Algorithm 을 이용한 Gauss 소거법이 적용된다. 그리고 y-방향 운동량 방정식은 양해법으로 계산한다. 연속방정식과 x방향 운동량 방정식은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$AA1U_{i,j}^{n+1/2} + BB1\eta_{i,j}^{n+1/2} + CC1U_{i+1,j}^{n+1/2} = DD1$$

$$AA2\eta_{i-1,j}^{n+1/2} + BB2U_{i,j}^{n+1/2} + CC2\eta_{i+1,j}^{n+1/2} = DD2$$

- 2) 두번째 시간구간인 $(n+1/2)\Delta t$ 부터 $(n+1)\Delta t$ 구간에서는 연속방정식과 y-방향 운동량 방정식을 음해법으로 계산하고 x-방향 운동량 방정식을 양해법으로 계산한다.

$$AA3V_{i,j-1}^{n+1} + BB3\eta_{i,j}^{n+1} + CC3V_{i,j+1}^{n+1} = DD3$$

$$AA4\eta_{i,j-1}^{n+1} + BB4V_{i,j}^{n+1} + CC4\eta_{i,j+1}^{n+1} = DD4$$

Weare에 의하면 이송가속도항으로 표시되는 수치모형의 비선형 불안정은 불합리한 차분기법을 도입함으로써 발생한다고 하였다. 따라서 본 연구에서는 비선형 불안정을 억제하기 위하여 이송가속도항을 중앙차분기법으로 표현하였으며 영역내 파형 유속분포를 없애기 위해 공간교차 격자망을 사용하였다. 또한 지배방정식을 차분화하는 과정에서 바람에 의한 영향과 지구자전에 의한 영향은 고려하지 않았으며 수치모형의 조건적 안정성을 얻기위해 courant

조건 $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{U_{\max} \pm \sqrt{gh_{\max}}}$ 으로 시간중분을 결정하였다. 본 연구에서 수치모형을 이용해서 해석하려는 것은 본류에 유입되는 지류흐름으로 인한 합류수로부터의 흐름현상이므로 와확산을 설명하는 공간연화 함수의 계수 α 는 검증과정을 통하여 결정하였다.

4. 수치모형의 검증과 적용

수치모형의 적용에 앞서 정확해가 알려진 일차원 사각형수로에 본 수치모형을 적용하여 그 결과를 정확해와 비교하였다. 이와같은 모형의 검증을 위하여 연구의 모형을 1차원으로 수정하고 이로부터 구한 수치해와 정확해를 비교하여 검증을 수행하였다. 본 검증에 사용된 기본방정식은 기존의 2차원 천수방정식을 1차원으로 간략하게 하고 여기에 비선형항과 와 확산항을 제거한 방정식을 사용하였다.

연속방정식

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(H\bar{u})}{\partial x} = 0$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial(H\bar{u})}{\partial t} + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

검증에 적용된 수로의 규격은 그림 1과 같이 길이 20m 와 폭 8m 그리고 초기의 수심값은 1m 로 하였으며 이경우의 정확해는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{a}{\cos\left(\frac{\omega l}{\sqrt{gh}}\right)} \cos\left[\frac{\omega l}{\sqrt{gh}}\left(\frac{x}{l} - 1\right)\right] \sin \omega t$$

$$u = \frac{a\sqrt{gh}}{h\cos\left(\frac{\omega l}{\sqrt{gh}}\right)} \sin\left[\frac{\omega l}{\sqrt{gh}}\left(\frac{x}{l} - 1\right)\right] \cos \omega t$$

여기서 x 는 수로입구로부터의 거리, h 는 평균수심, l 은 수로길이, ω 는 입사파의 각주기로 $2\pi/T$, T 는 주기를 나타낸다.

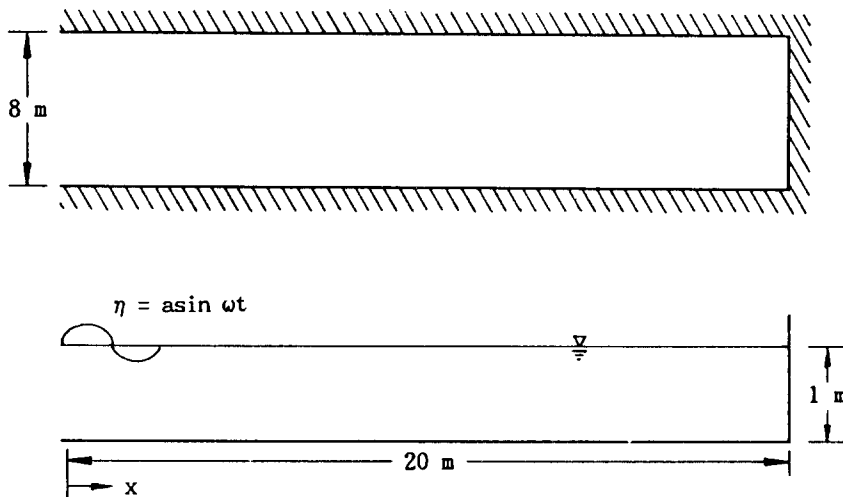


그림 1 1차원 검증수로

검증수로에서의 경계조건으로는 먼저 초기조건의 원상시동(cold start)을 그리고 경계조건으로는 수로입구부에서 수위변위를 $\eta = a \sin \omega t$ 로 하였으며 고체벽면에서는 $U_n = 0$ 으로하여 입사된 파를 완전반사로 처리하였다. 사용된 계수 및 상수 값들은 진폭(a)을 1m, 주기(T)를 360초 그리고 시간중분(Δt)을 20초로 하였다. 이때의 정확해와 수치계산의 비교를 그림 2 와 그림 3 에 도시하였다.

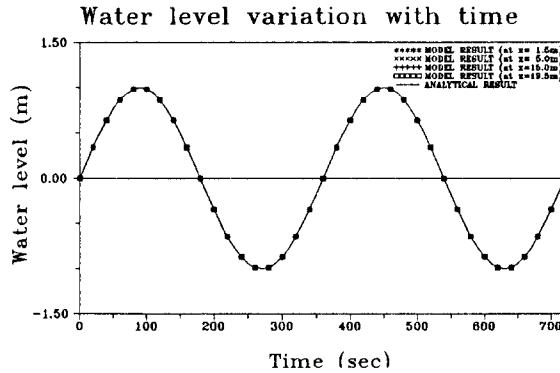


그림 2 시간에 따른 파고의 변화

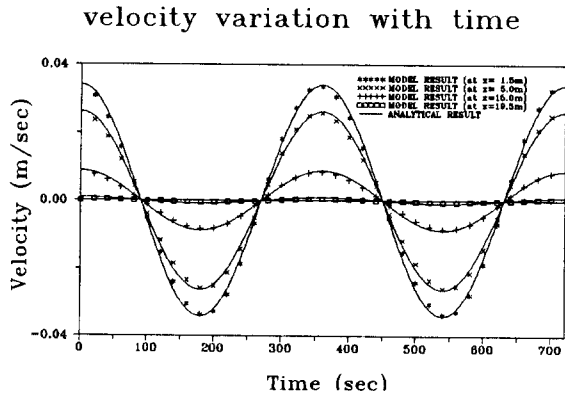


그림 3 시간에 따른 유속의 변화

본 수치실험에 적용된 수로는 길이가 300m 이고 본류 및 지류의 하폭이 30m 인 개수로이며 해석을 위한 시간중분(Δt)이 0.2sec이고 공간중분($\Delta x, \Delta y$)은 1.5m 로 하였다. 이에 따른 수로의 격자망도는 그림 4와 같이 x방향으로 총 201개의 격자와 y방향으로 41개의 격자로 구성된다. 본 연구에 적용된 수로는 직사각형수로로서 수치실험에 의해 상류와 하류의 유속과 수심을 동시에 해결해야 하고 초기조건을 제시하는데 어려움이 있으므로 유속이 영인 정지상태(cold start)에서 계산을 시작하였으며, 경계조건은 흐름에 수직인 방향에서의 고체벽면은 유속이 영이고 흐름에 수평인 방향에서의 고체벽면은 perfect slip 조건을 사용하였다. 또한 본 수치모형에 타당한 바닥마찰계수와 유효전단응력을 수치모형에 도입하는 속도의 공

간평균과정에 쓰이는 α 의 값을 앞절의 검증과정에 의하여 0.1을 그리고 바닥마찰항의 마찰 계수는 진동억제를 위해 비교적 큰 값인 0.039 를 사용하였다. 본 수치실험이 본류와 지류의 혼합현상의 해석 및 수면형변화에 관심을 기울이고 있는바 지류유입구로부터 하류까지의 거리는 시행오차에 의하여 정상흐름이 얻어지는 값으로 결정하였다.

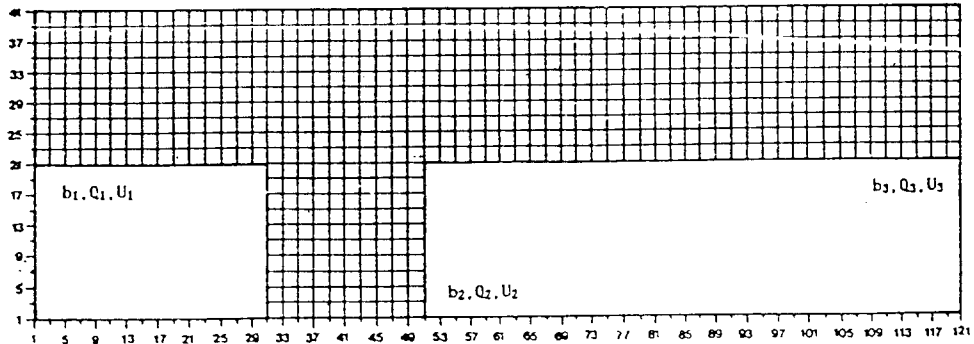


그림 4 수치모형의 격자망도

5. 수치실험 결과 및 해석

합류부에서의 흐름은 본류와 지류의 유량에 따라서 다르게 된다. 본 연구에서는 본류의 유량은 일정하게 유지하고 지류의 유량을 변화시키면서 수치실험을 수행하였다. 여기서 유량비는 본류의 유량에 대한 합류후의 총유량의 비로 $q(=Q_1/Q_3)$ 로 정의된다. 수치실험의 유량비의 범위는 0.15 - 0.9 이다. 합류되는 지류의 유량이 적은 경우 지류에서 유입되는 운동량이 작으므로 본류의 흐름에 영향을 주지 못하지만 반대로 지류의 유량이 많은 경우 본류흐름에 많은 영향을 주게된다. 본 연구에서 지류수로의 유입량과 합류수로 상류부의 수면변화와의 관계는 그림 5 에서와 같이 지류수로 유입량에 의한 유량비(q)가 약 0.3 까지 상류부 수심은 증가하고 유량비가 0.3 이상인 경우에는 상류부 수심은 감소하는 것으로 나타났다. 이는 지류의 유입유량이 클수록 와가 크게 나타나고 하류유출부의 유속의 증가를 야기시키며 이렇게 증가된 유속은 바닥마찰저항을 증가시킴으로 해서 결국 수면경사를 크게하지만 본류와 지류의 유속비가 커지면 하류부의 증가된 유속이 상류부의 유속증가에도 기여하여 상류유입구부의 수위를 감소시키는 것으로 사료된다.

또한 유량비에 따른 본류와 지류의 수면변화는 본류와 지류가 만나는 합류수로부에서 본류와 지류의 운동량에 의해 합류부의 흐름에 변화가 생기게 된다. 본류의 운동량에 비해 지류의 운동량이 작은 경우에는 본류와 지류의 수면변화가 거의 없었다. 반면에 지류의 운동량이 큰 경우 합류부 하류에 운동량의 소산인 와(eddy)가 형성된다. 그림 6 은 90° 의 경우에 유량비에 따른 각각의 본류와 지류의 수면변화를 나타낸 것으로 이러한 수면의 변화는 와가 형성되는 지점에서 유속의 급격한 변화를 의미하며 유입수로의 수심과 합류수로 하류부에서의 수심

의 수위차를 나타낸다. 그리고 본류수로 상류부와 지류수로 상류부의 수심도 위의 그림에서 나타나는 것과 같이 거의 같은 것으로 나타났다.

지류의 유입에 의해 본류수로 상류측으로 수면상승이 발생되었으며 이것이 소위 배수곡선이다. 흐름이 사류인 경우에는 배수효과는 상류측으로 전달되지 않고 상류측 흐름은 완전히 상류측의 조건에 의해 지배되는 것으로 알려져 있다. 그러나 본 연구에서의 흐름은 상류이며 이때는 하류부의 수위의 변화효과는 배수곡선에 의해 상류로 전달되며 상류수로의 흐름상태는 하류측 조건에 영향을 받는다. 그림 6 에서 보면 배수의 영향은 유량비가 작을수록 크고 유량비가 커지면 배수의 영향은 작게 나타났다. 또한 배수가 최대로 나타나는 지점은 지류와 본류의 유입구에서 나타났다. 그리고 그림 7 에서 보면 제안된 관계식은 일차원 해석에 의해 확립된 변수로 표현할수 있으며 이론과 실험의 보정값과 본 연구의 결과를 비교한 것이다. 유입각이 90°의 경우 유량비가 증가할수록 상대상류수심은 감소하지만 45°의 경우에는 유량비가 0.5 보다 작아질 경우에도 상대상류수심이 감소함을 알수있다. 이 결과는 Hager(1989)의 실험치와 유사한 경향을 보여주었다.

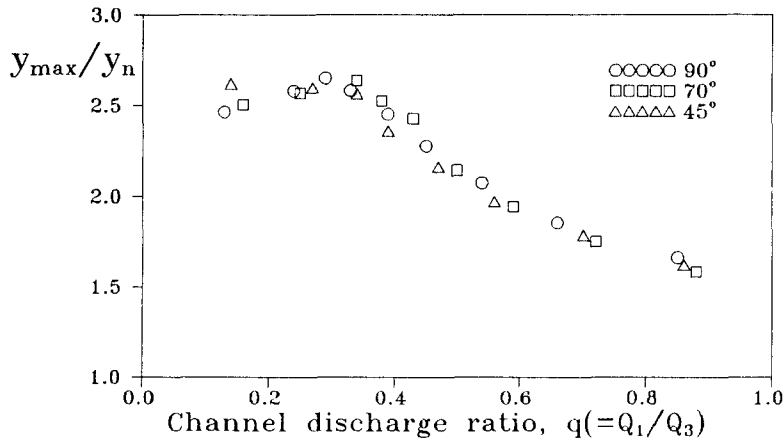


그림 5 유량비에 대한 본류의 수위상승

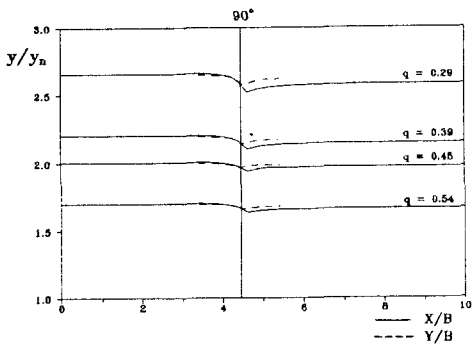


그림 6 유입각이 90° 일때의 수면변화곡선

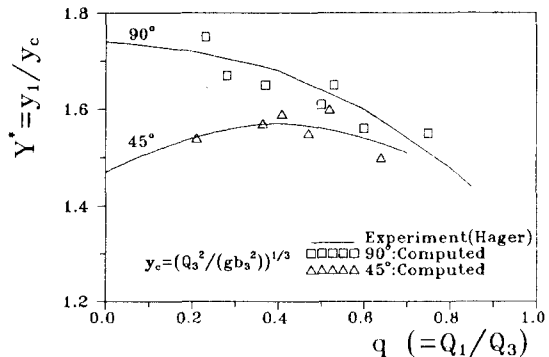


그림 7 유입각에 따른 유량비와 상류흐름수심

6. 결론

두개의 흐름이 하나의 흐름으로 합류되는 합류수로부 흐름에서 합류후 상류부의 수위는 그 수로의 배수(backwater)특성과 본류와 지류에 유입되는 유량의 비에 따라서 결정된다. 그러므로 본 연구에서는 유체의 지배방정식을 2차원 수심적분된 모형으로 바꾸어 수치기법중 하나인 ADI 방법으로 합류수로부에서의 유량비와 합류각도에 따른 상대상류수심과 본류와 지류의 수면변화를 관찰한 결과 다음과 같은 사항을 알수 있었다.

- 1) 모든 흐름에서 본류의 상류수심과 지류의 상류수심은 거의 같다.
- 2) 상대적인 상류측 흐름수심은 유량비(q)와 합류각(δ)에 의하여 주된 영향을 받는다.
- 3) 합류부에서 하류로 들어가는 부분에 흐름수심의 강력한 감소가 있고 분리영역에서의 최소흐름수심은 유량비가 작은 경우 더 작아진다.
- 4) 지류의 유입유량에 비해 본류의 유입유량이 상당히 작은 경우 지류흐름의 영향은 상류측으로 전파되어 와의 형성을 볼수있다.
- 5) 측면의 평균유입방향 γ 는 높은 유량비에서 주된 방향으로 향하게 된다.
- 6) 상류흐름깊이는 90° 인 경우 유량비가 증가함에 따라 증가한다.

7. 참고문헌

1. Hager Willi H., "Transitional Flow in Channel Junctions", *J. of Hydraulic Div.*, ASCE, Vol.115, No.2, Feb., 1989
2. Taylor E.H. , "Flow Characteristics at Rectangular Open-Channel Junctions", ACSE, Transactions No.2223, Nov., 1852
3. Rodi W. and Demuren A.O., "Side Discharge into Open Channels: Mathematical Model", *J. of Hydraulic Engr.*, ASCE, Vol.109, No.12, Dec., 1983
4. Best James L. and Reid Ian , "Separation Zone at Open-Channel Junctions", *J. of Hydraulic Div.*, ACSE, Vol.110, No.11, Nov., 1984
5. Méhauté Bernard Le, "An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves", Springer-Verlag Heidelberg Berlin, 1976
6. Abbott M.B. and Basco D.R., "Computational Fluid Dynamics - An Introduction for Engineers", John Wiley and Sons Inc., New York, 1989
7. Ponce V.M. and Yabusaki S.B., "Modeling Circulation in Depth -Averaged Flow", *J. of Hydraulic Engr.*, ASCE, Vol.109, No.12, Dec., 1983
8. Weare T.J., "Instability In Tidal Flow Computational Schemes", *J. of Hydraulic Div.*, ASCE, Vol.102, No.HY5, May, 1976