

# 도시우수관의 불확실성 해석과 위험도 평가.

## Uncertainty Analysis and Risk Evaluation in Sewer Design

이 희 영<sup>1)</sup> 전 병 호<sup>2)</sup> 장 석 환<sup>3)\*</sup>

### 1. 서론

수문 시스템을 포함한 모든 공학적 시스템은 의도한 목적을 수행하는 중에는 어느정도의 실패 확률이 존재한다. 예를 들면 홍수조절 시스템은 극치적인 홍수를 전부 다 조절할 수 없고 우수 배수시스템도 어떤때는 제기능을 발휘하지 못한다. 위험도 및 신뢰도 분석은 구조물의 안전을 평가하는 근거로 주로 구조공학자들에 의해 연구되어 왔지만 최근들어 Ang(1970), Yen(1971), Tang(1972), Mays(1975), Cheng(1981)등의 수문학자들에 의하여 수문시스템의 위험도 및 신뢰도 해석에 관한 활발한 연구를 진행하고 있다. 수문 시스템을 설계하고자 할 때 적용하는 공식이나 시뮬레이션 혹은 수치해석적 방법에는 여러가지 불확실성(Uncertainties)등이 내재하고 있어 이러한 설계등에 대하여 위험도 혹은 신뢰도 해석이 바람직 하다. 수문 시스템에서 위험도 해석은 시스템의 기능을 수행할 수 있도록 영향을 주는 여러가지 인자(Parameters)에 의해 성격이 결정되는 확률분포 함수(pdf)로 표현할 수 있다.

최근 신도시 건설등 급격한 도시화가 진행되면서 내수피해에 대한 관심과 우수관 설계의 정확성등이 요구되고 있는 바, 본 연구에서는 도시 우수관 설계시 설계유량과 관의 용량을 하중-저항 관계로 놓고 위험도 평가를 하고자 한다. 위험도 평가시 하중과 저항의 각각의 요소들의 불확실성 해석을 해야하며 이에 따른 위험도-안전계수 관계를 구하는 방법을 살펴 보고 이러한 기법을 Illinois 주의 Goodwin 지역의 우수관 설계에 적용하였다.

설계유량은 합리식을 사용하였으며 관의 용량은 Manning공식으로 사용하였다.

- 
- 1) 서울 시립대학교 토목공학과 교수
  - 2) 육군 사관학교 토목공학과 교수
  - 3) 한국통신 선로기술연구소 토목연구실 전임연구원

## 2. 기본 방정식

### 2.1 위험도 기본방정식(Risk Function)

위험도(Risk)는 실패확률(Probability of failure)을 의미하는 것으로 수문시스템에서는 유량이 수문시스템의 용량을 초과해 시스템이 제기능을 수행하지 못한 경우를 말한다. 이러한 상황을 하중 - 저항 관계로 표시할 수 있으며 이때 유량은 하중(Load)이 되고 시스템의 용량은 저항(Resistance)이 된다.

즉, 위험도란  $Q_L > Q_R$  인 확률 사상은 의미한다.

$$\text{Risk} = P(Q_L > Q_R) \dots\dots\dots (1)$$

여기서,  $Z = \ln(Q_R/Q_L)$ 로 놓고 Taylor 급수 전개 1계 근사해법을 도입하여(Ang & Tang, 1975) 실행변수 Z의 평균과 분산을 구하면

$$\bar{Z} \approx \ln(\bar{Q}_R/\bar{Q}_L) \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Var}(z) \approx \left(\frac{\partial Z}{\partial Q_R}\right)^2 \text{Var}(Q_R) + \left(\frac{\partial Z}{\partial Q_L}\right)^2 \text{Var}(Q_L) = \Omega_R^2 + \Omega_L^2 \dots\dots\dots (3)$$

여기서  $\bar{Q}_R, \bar{Q}_L$  은 평균,  $\Omega_{QR}, \Omega_{QL}$  는 변동계수 (Coefficient of Variation) 이다.

$Q_R, Q_L$ 는 서로 독립인 확률변수이기 때문에 Z분포로 알아내는데는 어려움이 많다. 그러나 위험도가  $\text{Risk} \geq 10^{-3}$ 에서는 분포형에 크게 민감하지 않기 때문에(Ang 1970, Yen & Ang 1971) 정규분포나 대수 정규분포라고 가정하고 위험도를 계산 할 수 있다.

실행함수 Z가 정규분포이면

$$\text{Risk} = \phi\left[-\frac{\bar{Z}}{\sqrt{\text{Var}(z)}}\right] \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{Risk} = \phi\left[\frac{\ln(\bar{Q}_L/\bar{Q}_R)}{\sqrt{\Omega_L^2 + \Omega_R^2}}\right] \dots\dots\dots (5)$$

또한  $Z = R-L$  로 실행 함수를 정하면

$$\text{Risk} = \phi\left[\frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_L} \sqrt{\frac{1+\Omega_R}{1+\Omega_L}}\right)}{\sqrt{\frac{\mu_L}{\mu_R}(1+\Omega_R^2)(1-\Omega_L^2)}}\right] \dots\dots\dots (6)$$

여기서,  $\phi(\ )$ 는 표준 정규분포 누가 확률값이다.

### 2.2 불확실성의 해석

$Q_L$ 과  $Q_R$ 이 확률변수이고 이에 대한 수학적 모델이 G 라고 추정하고 식에 대한 추정오차  $\lambda$ 를

고려하면

$$Q = \lambda G(x_1, x_2, \dots, x_j) \dots\dots\dots (7)$$

$$\overline{Q} = \overline{\lambda} \overline{G}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_j}) \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} Var(Q) \approx & \left( \frac{\partial Q}{\partial \lambda} \right)^2 Var(\lambda) + \sum_{j=1} \left( \frac{\partial Q}{\partial x_j} \right)^2 Var(x_j) + \sum_{i \neq j} \left( \frac{\partial Q}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial Q}{\partial x_j} \right) \\ & \gamma_{ij} [Var(x_j) Var(x_i)]^{\frac{1}{2}} + \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

여기서,  $\gamma_{ij}$  은 상관계수이다.

$$x_j \text{ 가 모두 독립변수라면 } \frac{\partial Q}{\partial x_j} = \left( \frac{\partial Q}{\partial G} \right) \left( \frac{\partial G}{\partial x_j} \right) = \lambda \left( \frac{\partial G}{\partial x_j} \right) \text{ 이므로}$$

$$\Omega_Q = \Omega_\lambda^2 + \frac{1}{G^2} \sum_j \left( \frac{\partial G}{\partial x_j} \right)^2 x_j^2 \Omega_{x_j} \dots\dots\dots (10)$$

### 2.3 안전계수 (Safety Factor)

일반적으로 수문시스템의 안전계수는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$SF = \frac{\overline{Q_R}}{\overline{Q_L}} \dots\dots\dots (11)$$

도시우수 설계시의 예를들면  $Q_L$ 은 설계유량으로 합리식등에서 구해진 첨두유량이고  $Q_R$ 은 우수 관에서는 Manning 공식이나 Darcy-Weisbach 공식에서 구해지는 관의 용량이다.

### 2.4 설계유량의 불확실성

도시우수관 설계시 흔히 쓰이는 식이 합리식이다.

$$Q_L = C i A \dots\dots\dots (12)$$

$$\overline{Q_L} = \overline{\lambda_L} \overline{C} \overline{i} \overline{A} \dots\dots\dots (13)$$

(13)식을 (10)식을 이용해 변동계수를 구하면

$$\Omega_{Q_L}^2 = \Omega_{\lambda_L}^2 + \Omega_C^2 + \Omega_i^2 + \Omega_A^2 \dots\dots\dots (14)$$

- 여기서 C : 유량계수
- i : 강우강도
- A : 유역면적
- $\lambda_L$  : 식 보정계수
- $\Omega$  : 변동계수

## 2.5 관 유량의 불확실성

관의 용량 ( $Q_R$ ) 을 Manning 공식으로 적용하면

$$Q_R = \frac{1.49}{n} AR^{\frac{8}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{0.463}{n} d^{\frac{8}{3}} S^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (15)$$

$$\overline{Q_R} = \frac{0.463}{n} \overline{\lambda_m} \overline{S}^{\frac{1}{2}} \overline{d}^{\frac{8}{3}} \dots\dots\dots (16)$$

$$\Omega_{Q_R} = \Omega_m^2 + \frac{1}{4} \Omega_S^2 + 7.1 \Omega_d^2 + \Omega_n^2 \dots\dots\dots (17)$$

- 여기서  $n$  : Manning 조도계수  
 $S$  : 경사  
 $d$  : 관경  
 $R$  : 수리경심  
 $A$  : 통수단면적  
 $\lambda_m$  : 식보정계수  
 $\Omega$  : 변동계수

## 2.6 우수관의 위험도-안전계수 관계

우수관에서의 위험도 안전도계수를 구하는 방법을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

- (1) 설계유량과 관의 용량식을 결정한다.
- (2) 강우강도 ( $i$ ) 에 대한 불확실성 분석을한다. 이때 재현기간, 지속기간 등의 불확실성도 함께 고려해야만 된다. 만약 유입이 수문곡선으로 되면 수문곡선 불확실성 해석이 필요하다.
- (3) 설계유량에 대한 불확실성 해석을 한다. 설계유량에 영향을 주는 각각의 요소에 대한 불확실성을 계산하고  $\Omega_{Q_d}$  을 구한다.
- (4) 설계유량에 적합한 관경을 결정한다.
- (5) 관의용량 ( $Q_R$ ) 에 대한 불확실성 해석을 한다. 이때 각 요소들의 불확실성을 구하고  $\Omega_{Q_R}$  을 구한다.
- (6) 위험도를 식(6)에 의하여 구한다.
- (7) 안전계수를 식 (10) 에 의해 구한다.
- (8) 위험도-안전계수 관계를 Graph상에 나타낸다.
- (9) 관경의 변화, 지속기간의 변화, 재현기간의 변화에 따라 (2) ~ (8) 과정을 되풀이 한다.

### 3. Goodwin 지역의 우수관의 위험도평가

#### 3.1 유역의 특성

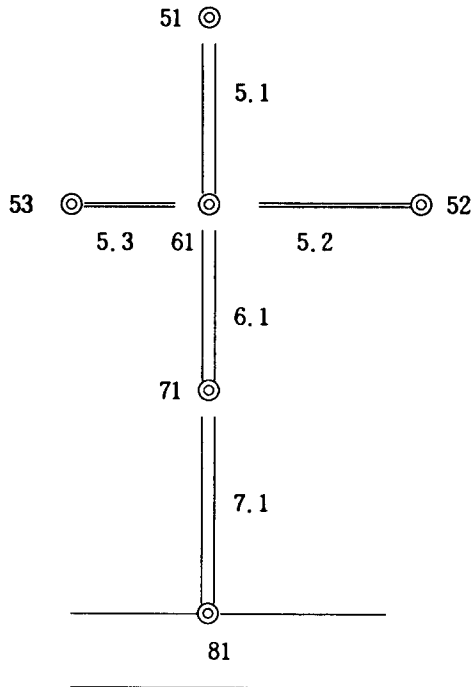
우수관의 위험도-안전도 해석을 위하여 Illinois 주 Urbana시의 Goodwin 지역에서의 우수관의 설계에 적용하였다. 개략적인 우수관 유역도 및 유역의 특성을 살펴보면 그림(1)과 표(1)에 나타나 있고 강우강도와 지속기간의 관계는 표(2)에 있으며 재현기간 2년에 대해 설계를 적용하였다.

표 (1) Goodwin 유역의 특성

맨홀유역	유역면적(A)	유량계수 (C)	경사(S)
51	1.25	0.7	0.0028
52	0.70	0.65	0.0250
53	1.50	0.55	0.0060
61	0.6	0.75	0.0017
71	2.3	0.70	0.0012

표(2) 지속기간-강우강도 관계(재현기간 2년)

지속기간 (min)	$t_b$	5	10	15	20
강우강도(i) (in/hr)		5.4	4.18	3.51	3.1



<그림1> Goodwin 유역 관망도

상기와 같은 유역조건에 대하여 Goodwin지역의 우수관의 설계 결과는 표(3)에 있다. 설계유량 ( $Q_L$ )은 합리식용, 우수관 용량( $Q_R$ )은 Manning 공식을 적용 하였으며 우수관경은 규격화된 관경이다.

표(3) 우수관 설계의 결과

Sewer	$Q_L$ (cfs)	$Q_R$ (cfs)	계산치 관경 (ft)	사용된관경(ft)
5.1	35.8	49.42	3.17	3.5
5.2	1.79	5.23	0.67	1.0
5.3	3.10	4.64	1.07	1.25
6.1	39.58	54.98	3.77	4.0
7.1	44.7	46.19	3.94	4.0

### 3.2. 각 요소의 불확실성 해석

각요소들의 오차의 범위는 유효자리 숫자를 기준으로 하였으며 등분포라고 가정하고 각 Sewer 에 대한 불확실성을 계산하면 표(4)와 같다. 오차의 범위가 등분일경우 변동계수는  $\Omega = 0.578 \left( \frac{b-a}{b+a} \right)$  이고 (Ang & Tang, 1971) 식 보정계수  $\bar{\lambda}_L = 1.0$ ,  $\bar{\lambda}_m = 1.1$  콘크리트관의 Manning 계수는 0.014로 가정 하였다.

표(4) 각 요소의 불확실성

Sewer	$\Omega_L$	$\Omega_c$	$\Omega_i$	$\Omega_a$	$\Omega_{Q_L}$
5.1	0.0289	0.0413	0.0826	0.0019	0.0968
5.2	0.0289	0.0445	0.0741	0.0413	0.1000
5.3	0.0289	0.0525	0.0776	0.017	0.0995
6.1	0.0289	0.0385	0.0903	0.00163	0.10234
7.1	0.0289	0.0413	0.0903	0.00145	0.10343

Sewer	$\Omega_m$	$\Omega_n$	$\Omega_d$	$\Omega_b$	$\Omega_{Q_R}$
5.1	0.11	0.0413	0.0165	0.0103	0.066
5.2	0.11	0.0413	0.0578	0.0116	0.1938
5.3	0.11	0.0413	0.0462	0.0482	0.135
6.1	0.11	0.0413	0.0145	0.0170	0.0629
7.1	0.11	0.0413	0.0145	0.0241	0.0635

또한 상기의 조건들에서 안전계수와 위험도를 식(6) 과 (11)로 구하면 표(5)와 같다.

표(5) 각 Sewer의 위험도-안전계수

sewer	안전계수(SF)	위험도(Risk)
5.1	1.377	0.022099
5.2	3.274	0.00001
5.3	1.505	0.021067
6.1	1.309	0.020108
7.1	1.03358	0.42479

### 3.3 위험도-안전계수 상관관계 분석 및 고찰

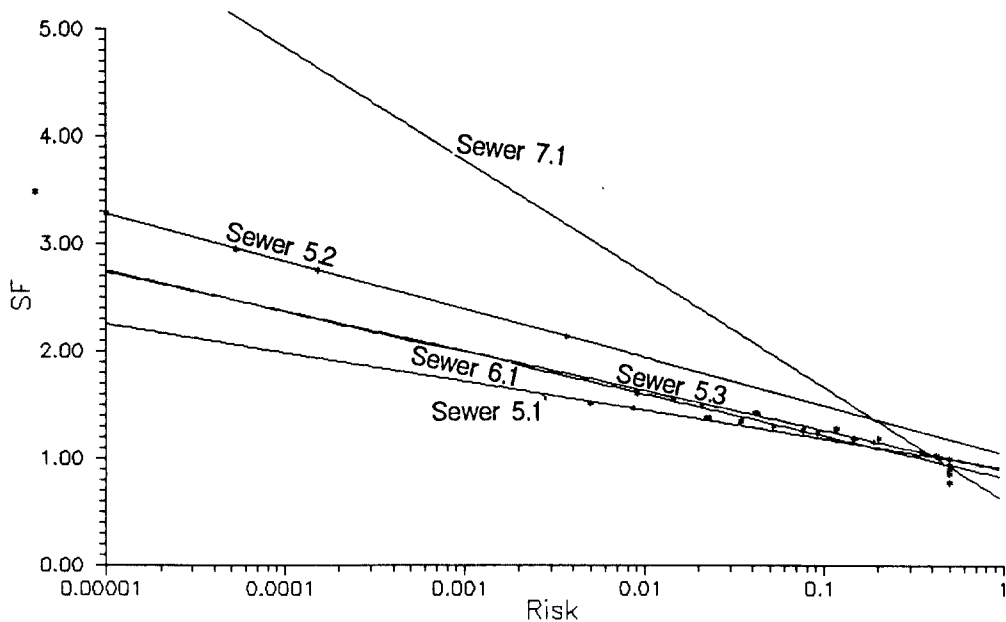
지속 기간을 변화시켜 각 Sewer 의 위험도-안전계수의 상관관계를 구해 그 결과를 그림(2)에 나타나 있다.

그림에서 보듯이 각 Sewer 는 SF가 증가함에 따라 Risk가 적어지는데 이는 관의 용량( $Q_R$ )이 커지거나 유출량 ( $Q_L$ )이 적어지면 SF가 커지고 그에따라 안전 하다는 것을 입증한다.

Sewer 5.1 의 기울기 보다 Sewer 6.1 기울기가 크고, Sewer 7.1 의 기울기가 가장 커짐을 보여 주는데 이것은 유출지점으로 갈수록 동일한 SF값에 대해 Risk가 커짐을 알수 있다. 이지역의 우수관 설계의 위험도가 표(5)에 나타나 있는데 다른 우수관의 위험도가 작아도 Sewer 7.1의 위험도가 커서 전체유역의 신뢰를 떨어뜨린다고 평가 할 수 있다.

이러한 결과로 볼 때 어떤 유역의 우수관 설계시 위험도-안전계수 작성되고 위험도의 한계가 주어진다면 이에 만족하는 설계를 할 수 있다. 즉, 설계의 신뢰도를 높이기 위하여는 위험도 해석을 실시하여 안전계수 값을 구하고 관의 용량을 구하여 관경, 경사등을 역추적하여 평가 및 확인 작업을 해야한다.

일반적으로 우수관 설계시 이러한 위험도 평가를 함으로서 설계의 질을 높일수 있다고 판단된다.



<그림 2> 각 Sewer의 SF - Risk 관계

#### 4. 결론

본 연구에서 우수관 설계시 여러가지 영향을 주는 인자들에 대해 불확실성의 분석과 그에 따른 안전계수-위험도의 상관 관계를 하중-저항 관계와 1계2차 모멘트법을 사용하여 분석한 결과 다음과같은 결론을 얻었다.

- (1) 일반적으로 SF 가 커지면 Risk가 작아지는데 이는 우수관의 용량이 설계유량 보다 커지면 위험도가 감소됨을 입증한다
- (2) Risk의 한계가 주어지면 설계시 관의 용량도 결정 할수 있으며 이를 위하여 각지역의 SF-Risk 곡선이 필요하다.
- (3) Goodwin 지역의 우수관에서는 유출 지점으로 갈수록 SF-Risk곡선의 기울기가 커지며 이는 동일한 SF에 대해 Risk가 커짐을 알수 있다.
- (4) 도시우수관 설계시 신뢰도를 고려한 설계가 필요하며 더 나아가서는 Least-Cost 까지를 고려한 최적설계가 이루어져야 한다고 판단된다.



## 참 고 문 헌

1. Ang A. H. S., "Structural Risk Analysis and Reliability Design." Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.99, Paper 10011. SEPT., 1973.
2. Dajani, J. S., and Gemmell, R. S., "Optimal Design of Wastewater Collection Networks," Journal of Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol.98, Dec., 1972, pp. 853-867.
3. Deininger R. A., "systems Analysis for Water Supply and Pollution Control," National Resource System Models in Decision Making, G.H.Toebes, ed., Water Resources Center, Purdue University, 1969.
4. Sebuk, A. S., Yen, B. C., and Peterson, G. E., "Illinois Storm Sewer System Simulation Model:User's Manual," Research Report No.73, Water Resources Center, University of Illinois, Urbana, Ill., Oct., 1973.
5. Yen, B. C., "Risks in Hydrologic Design of Engineering Projects," Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.96, No.HY4 Apr., 1970, pp.959-966.
6. Yen, B. C., and Ang, A. H. S., "Risks Analysis in Design of Hydraulic Projects" Stochastic Hydraulics, University of Pittsburgh, Pittsburgh, Pa., 1971. pp.694-709.
7. Yen, B. C.,Tang, W. H.,and Mays, L. W., "Design of Storm Sewers Using the Rational Method," Water and Sewage Works, Oct., 1974, pp.92-95 : PP.84-85.
8. Tang W. H. and Yen B. C., "Hydrologoc and hydraulic Design under Uncertainties," Proceedings, International Symposium on Uncertainties in hydrologic and Resources System, Vol.2, Tucson, Ariz., dec., 1972
9. Bennett, M. S.and L. W. Mays: "Optimal Design of Detention and Drainage Channel Systems," Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, vol,111, no.1, January 1985.
10. Chow, V. T., C. R. Maidment, and L. W. Nays :Applied Hydrology, McGraw-Hill, Inc., New York, 1988.
11. Mays, L. W. and H. G. Wenzel Jr., "Optimal Design of multilevel Branching Sewer Systems" Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE. vol.102, no.WR2, November 1976.
12. May, L. W. and B. C. Yen, "Optimal Cost Desingn of Branched Sewer Systems" Water Resources Research, vol.11, no.1, pp.37-47, February 1975.
13. Tang, W. H., L. W Mays, and B. C. Yen, " Optimal Risk-Based Design of Storm Sewer Networks," Journal of Environmental Engineering Division. ASCE. vol.101. no.EE3, pp.398, June 1975.
14. Yen, B. C., "Risks Based Design of Storm Sewers," Report no.INT 141, Hydraulics Research Station, Wallingford, England, July 1975.
15. Yen, B. C., ed., Storm Sewer System Design, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urban-Champaign,1978.
16. Yen, B. C., H. G. Wenzel,Jr., L. W. Mays, and W. H. Tang, " Advanced Metodologies for Design of Storm Sewer Systems," Research Report 112, Water Resources Center, University of Illinois at Urbana-Champaign, August 1976.
17. Mays L. W. and Tung Y. K., Hydrosystems Engineering and Management, Mc-Graw Hill, 1992