

最適制御理論에 의한 多目的댐 貯水池群의 連繫運營模型 開發

심순보¹⁾·John Labadie²⁾·고덕구³⁾·심규동⁴⁾

1. 서론

다목적 댐저수지의 주된 역할은 각종 용수의 안정적 공급과 전력에너지의 생산이며, 그 외에도 홍수피해의 방지와 부수적인 역할로 내륙 주운, 위락공간 제공, 수생태계의 보호 등과 같은 공공복지의 다목적 기능을 갖는다. 그러나 용수의 확보와 공급의 문제는 다목적 댐저수지의 다른 기능, 즉 수력발전이나 홍수조절 등과는 상반된 입장에서 다루어 져야 할 문제이므로 최소의 손실과 최대의 편익을 얻기 위한 방법이 모색되어야 할 것이다.

대규모 다목적 댐저수지(군)의 최적운영 및 관리문제는 각종 제약조건하에서의 용수공급의 극대화와 수력에너지의 최대생산을 지향하는 문제로서, 동적·추계학적 특성이 강한 유입량과 저류수의 시간대별 변동에 따른 용수공급 및 에너지생산의 최적배분을 도출하기 위한 수계내 저수지군 시스템간의 유입량-저류량-방류량의 함수로 표현되어 지는 문제이다.

본 연구에서는 위와 같은 특성을 갖는 다목적 댐저수지군의 최적운영 및 관리개선 문제를 해결하기 위한 도구로서 최적 제어 이론 (optimal control theory)에 의한 최적화 모형을 개발하는 것을 목표로 하였다. 이를 위해 최적 제어 이론과 기회-제약조건 계획법, 그리고 해의 탐색을 위한 수치해석기법으로서 conjugate gradient method를 이론적으로 고찰하여 알고리즘을 도출하고, 이로 부터 저수지군의 최적 연계 운영을 위한 Hydro-Scheduling모형을 개발한 다음, 개발된 모형을 충주 및 소양강 다목적 댐저수지를 포함하는 한강수계에 대해 적용하여 각종 방류량의 초기치에 대한 수렴성 및 기회-제약조건별 목적함수의 비교분석을 통해 이론적 타당성 및 적용성을 검증하였다.

2. 모형의 이론적 배경

2.1 최적 제어 이론의 알고리즘

- 1 교수, 충북대학교 수자원·수질연구센터 소장
- 2 교수, 미국 콜로라도 주립대
- 3 연구조교수, 충북대학교 수자원·수질연구센터
- 4 소프트웨어 엔지니어, 충북대학교 수자원·수질연구센터

최적 제어 기법은 다른 기법과 마찬가지로 지배방정식과 초기조건, 상태변수에 대한 제약 조건, 그리고 결정변수에 대한 제약조건이 존재할 때, 주어진 목적함수를 최소화 또는 최대화 하는 결정변수 vector를 찾는 문제이다.

예를 들어 다목적덤 저수지의 운영에 대한 최적 제어의 문제에서 지배방정식은 다음의 식 (1)과 같은 연속방정식으로 나타낼 수 있으며, 상태 변수 및 결정변수의 제약조건은 각각 식 (2) 및 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{x}(t+1) = \vec{x}(t) + [B] \cdot \vec{u}(t) + \vec{Q}(t) - \vec{D}(t) - \vec{e}^T(t) \cdot [A] \quad (1)$$

$$\vec{x}_{\min}(t) \leq \vec{x}(t) \leq \vec{x}_{\max}(t) \quad (2)$$

$$\vec{u}_{\min}(t) \leq \vec{u}(t) \leq \vec{u}_{\max}(t) \quad (3)$$

한편 일반적인 형태의 목적함수 J는 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$J = \phi(\vec{x}(T+1)) + \sum_{i=1}^T L_i(\vec{x}(i+1), \vec{u}(i)) \quad (4)$$

여기서 \vec{x} 는 상태변수 vector로서 저류량, \vec{u} 는 결정변수 vector로서 방류량을 의미하며, \vec{Q} 와 \vec{D} , \vec{e} 는 각각 저수지의 물수지를 구성하는 유입량과 순물소모량 및 증발량 vector를 나타낸다. 한편 $[B]$ 와 $[A]$ 는 각 저수지 및 제어지점 (control point)간의 연결을 나타내는 추적계수(routing coefficient)와 각 저수지의 표면적 행렬이며, \vec{x}_{\min} 와 \vec{x}_{\max} 는 최소 및 최대 허용저류량, \vec{u}_{\min} 와 \vec{u}_{\max} 는 최소 및 최대 허용방류량, t 는 총 운영기간 T 의 매단계를 나타내는 지수이며, L_i 와 ϕ 는 각각 매단계 및 마지막 단계에서의 목적함수를 나타낸다.

Lagrangian 함수 LF 는 식(4)의 목적함수에 식(1)의 지배방정식을 포함시키고, 식(2), (3)의 부등제약조건 및 그에 대한 벌칙함수를 포함함으로서 식(5)와 같이 구성이 완료된다.

$$LF = \phi[\vec{x}(T+1)] + \sum_{i=1}^T \{ L_i[\vec{x}(i+1), \vec{u}(i)] + \vec{\eta}(i)^T [W] \vec{\eta}(i) + \sum_{i=1}^T \vec{\lambda}(i)^T [\vec{x}(i) + [B] \vec{u}(i) + \vec{Q}(i) - \vec{D}(i) - \vec{e}(i)^T [A] - \vec{x}(i+1)] \} \quad (5)$$

여기서 $\vec{\lambda}(i)$ 는 Lagrangian 승수 (multiplier)로서 동적 지배방정식을 목적함수와 연결하기 위한 일련의 단계별 값을 갖는 vector이며, $[W]$ 은 벌칙치를 나타내는 대각행렬 (diagonal penalty matrix)을 의미하고, $\vec{\eta}(i)$ 는 상태변수가 제약조건을 위반하는 정도를 나타내는 vector이다.

최대 혹은 최소치에서 Lagrangian 함수를 u 와 x 에 대해 편미분한 ∇LF 값은 0이 되어야 하며, 이때 식(5)의 모든 미분항을 0으로 놓고 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{\lambda}^T(T) = \frac{\partial \phi(\vec{x}(T+1))}{\partial \vec{x}(T+1)} + 2 \vec{\eta}^T(T) [W] + \frac{\partial L_T}{\partial \vec{x}(T+1)} \quad (6)$$

$$\vec{\lambda}^T(t) = \frac{\partial L_t}{\partial \vec{x}(t+1)} + \vec{\lambda}^T(t+1) + 2 \vec{\eta}^T(t)[W] \quad (7)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial \vec{u}(t)} + \vec{\lambda}^T(t) \cdot [B] = 0 \quad (8)$$

2.2 기회-제약조건 (Chance-Constrained)기법

기회-제약조건 기법이란 수학적 계획모형에 무작위성을 포함시킬 수 있는 방법이며, 주어진 신뢰도 수준에서 임의의 제약조건이 만족되는 것을 보장하는 운영율을 제시해 줄 수 있는 기법이기도 하다. 하천유역에 대한 기회-제약조건 모형은 보편적으로 선형 특성의 방류량 및 저류량 결정 법칙과 연계하여 개발되어 왔다. 기회-제약조건 기법을 적용하기 위해서는 식(2)와 같은 상태변수의 제약조건에 대한 부등식을 다음과 같이 나타내야 한다.

$$\Pr \{ \vec{x}(t) \leq \vec{x}_{\max}(t) \} \geq \vec{\phi} \quad (9)$$

$$\Pr \{ \vec{x}(t) \geq \vec{x}_{\min}(t) \} \geq \vec{\psi} \quad (10)$$

여기서 $\vec{\phi}$ 와 $\vec{\psi}$ 는 0과 1사이의 값을 갖는 미리 정해지는 허용한계치의 vector이다.

기회-제약조건 기법하에서도 연속방정식은 식(1)로서 그대로 나타낼 수 있으나, 이때 유입량 vector인 $\vec{Q}(t)$ 는 무작위성을 갖는 값들로 구성되는 vector가 된다. 무작위성을 갖는 유입량은 누가분포함수의 형태로서 정량화가 가능하며, 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$F_u(b) = \Pr[Q_u \leq b] \quad (11)$$

여기서 $F_u(b)$ 는 t 시간대의 i 번째 저수지의 유입량 Q_u 의 누가분포함수를 의미한다.

식(1)의 연속방정식을 식(9)와 (10)과 같은 확정론적 형태로 전환하고 누가분포함수의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{x}_{\max}(t) - \vec{x}(t) - [B] \cdot \vec{u}(t) + \vec{D}(t) + \vec{e}^T(t) \cdot [A] \geq F_i^{-1}(\phi) \quad (12)$$

$$\vec{x}_{\max}(t) - \vec{x}(t) - [B] \cdot \vec{u}(t) + \vec{D}(t) + \vec{e}^T(t) \cdot [A] \leq F_i^{-1}(1-\psi) \quad (13)$$

여기서 F_i^{-1} 는 t 시간대의 유입량 vector $\vec{Q}(t)$ 의 누가분포함수의 역방정식을 의미한다.

식(12)와 (13)을 결합하고 무작위성을 갖는 유입량 vector $\vec{Q}(t)$ 를 각 항에 더한 후, 확률 연산자, 기대치를 이용하면 최종적으로 다음과 같은 형태의 부등방정식이 유도된다.

$$\vec{x}_{\min}(t) - F_i^{-1}(1-\psi) + \vec{Q}(t) \leq E\{x(t+1)\} \leq \vec{x}_{\max}(t) - F_i^{-1}(\phi) + \vec{Q}(t) \quad (14)$$

식(14)에서의 제약조건인 경계치는 Lagrangian 함수의 확정론적인 형태에서 사용된 경계치를 대치하게 된다. 신뢰도를 나타내는 $\vec{\phi}$ 와 $\vec{\psi}$ 의 값이 커질수록 저류량 기대치의 상하한계를 좁히는 효과를 나타내게 되며, 결과적으로 최적화에 있어서 보다 목적함수가 낮아지는데 반해 신뢰성이 높은 해를 구하는 것이 가능할 것으로 기대되었다.

2.3 Conjugate Gradient Method

식(8)에서 구해진 $\vec{u}(t)$ 값을 이용하여 구현된 상태변수 $\vec{x}(t)$ 가 제약조건을 만족하면 그때

의 $\vec{x}(t)$ 값을 最適解로 결정한다. 만약 $\vec{x}(t)$ 가 제약조건을 만족하지 않으면 벌칙치 $[W]$ 값을 증가시키고 Lagrangian 함수의 구배를 계산하여 탐사과정을 통해 개선된 해를 구하는 과정을 반복하는 것이 최적 제어 알고리즘의 해석과정인 것이다.

conjugate gradient method의 처리 단계는 다음과 같다.

- 1) \vec{u} 의 초기치와 $\vec{\lambda}$ 의 산정치에 의해 식(4)로 부터 일련의 탐색방향 vector \vec{d} 를 결정한다.
- 2) 1차원의 탐색과정을 통해 Lagrangian함수를 최대로 하는 scalar 탐색 간격 α 를 결정한 후, 식(1)과 $\vec{u} \leftarrow \vec{u} + \alpha\vec{d}$ 로 부터 방류량 제약조건에 의해 새로운 결정변수 vector를 결정한다.
- 3) 위에서 조정된 상태변수 및 결정변수의 변화계적으로 부터 Lagrangian 함수의 새로운 구배 \vec{v} 를 계산한다. ε 를 수렴의 한계라 할 때, $\|\vec{v}\| \leq \varepsilon$ 라면 여기서 탐색 과정을 중단하고, 아니면 4)단계로 넘어 간다.
- 4) 새로운 탐색 방향을 계산하고, 2)의 과정으로 되돌아 간다.

3. 모형의 개발

다목적 댐저수지군의 최적연계운명을 위한 목적함수는 다음 사항을 고려하여 구성하였다.

- 1) 댐 하류의 소요 유하량 충족
- 2) 저수지 발전량 극대화
- 3) 운영기간중의 보장출력 극대화
- 4) 수계내 임의의 지점에서의 최소희망유량을 만족

각 저수지의 규모나 구성특성을 고려하여 개발한 목적함수는 다음과 같다.

$$L_t = w_1 F_{1t} + w_2 F_{2t} + w_3 F_{3t} + w_4 F_{4t} \quad (15)$$

$$F_{1t} = \sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^N [f_i(x_{it}, x_{it+1}, u_{it})] \quad (16)$$

$$F_{2t} = \sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^N [\min(0.0, T_{iwr} - u_{it})]^2 \quad (17)$$

$$F_{3t} = \sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^N [\min(0.0, T_{ipt} - g_i)]^2 \quad (18)$$

$$F_{4t} = \sum_{i=1}^T [\min(0.0, T_{cwr} - u_{ct})]^2 \quad (19)$$

- 여기서 $f_{it}(\cdot)$: 저류량과 방류된 물의 양에 따라 결정되는 발전량을 나타내는 함수
 $g_{it}(\cdot)$:貯留量과 放流量에 따라 결정되는 발전소 出力을 나타내는 非線型 函數
 w : 각 목적 함수에 따른 加重值
 T_{iwr} : i 저수지에서의 目標 유하량
 T_{cwr} : 수계내 임의의 제어지점에서의 目標 유하량
 T_{ipt} : i 저수지 수력발전소로 부터 기간 t 동안의 目標 出力

4. 모형의 검증

4.1 수렴성 검증

개발된 Hydro-Scheduling 모형의 적용성을 검증하기 위해 Fig.1과 같은 Proto-type의 형태의 한강수계 시스템을 설정하고 모형을 적용하여 시스템의 타당성 및 안정성 등을 분석, 검토하였다. 모형의 이론적 타당성 검증을 위한 수치실험 결과는 다음 그림에서 보는 바와 같이 각기 다른 방류량 초기치(결정변수)로 부터 출발하더라도 거의 균일한 목적함수값에 수렴하는 것으로 나타났다.

여기서 IS0: 방류량 초기치를 모두 0.0으로 한 경우

IS1: 방류량 초기치를 1986년~1990년 사이의 실적 방류량자료의 평균으로 한 경우

IS2: 방류량 초기치를 저수지 유입량과 동일한 것으로 가정하는 경우

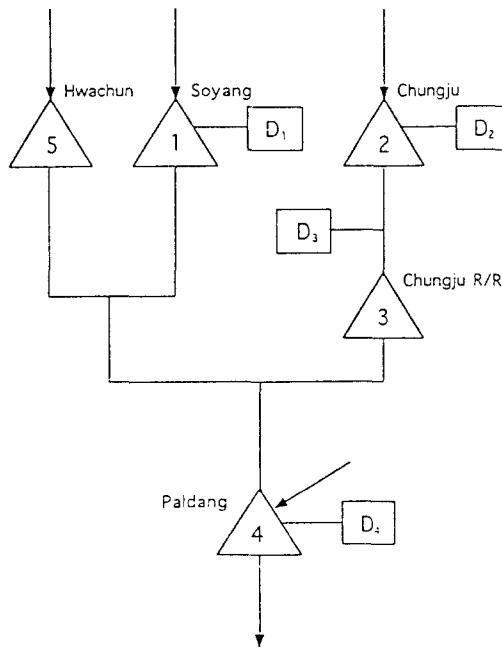


Fig.1 Schematic diagram of Han River System

4.2 기획-제약조건의 검증

각 저수지별 유입량의 확률분석을 통해 누가분포함수를 유도하고, 신뢰도별 유입량조건을 대입하여 구해진 목적함수를 비교한 결과 Fig.3에서 보는 바와 같이 신뢰도가 높아짐에 따라 그 값이 점차 낮아지는 것으로 나타나 본 모형의 초기가정과 일치하는 것으로 판단되었다.

Result of Convergence Test

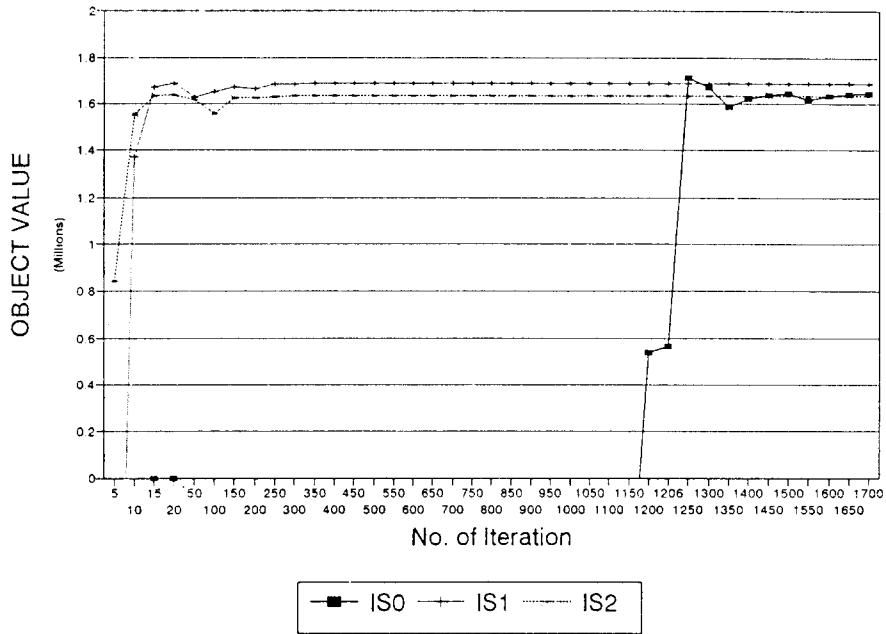


Fig.2 Rate of Convergence of the model for several initial condition

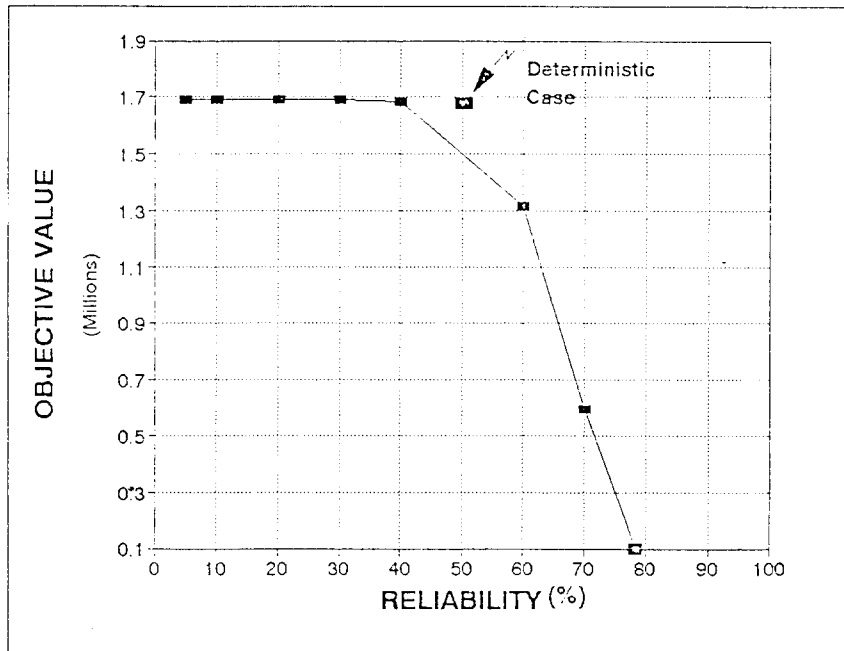


Fig.3 Risk-Benefit Trade-Off Results

5. 결론

본 연구의 목적은 한강 수계내에 위치한 충주 다목적댐과 소양강 다목적댐을 중심으로 화천 및 팔당댐 등을 고려하여 댐 하류지역의 용수수요에 부응하여 보다 안정된 양질의 용수공급 및 전력에너지의 극대개발 등을 목적으로 하는 다목적댐 저수지(군)의 최적 연계운영에 따른 편익의 극대화를 도모하기 위한 Hydro-Scheduling 모형을 개발하는데 있다.

이를 위하여 수행된 연구 내용들을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 다목적 저수지군의 연계운영을 위한 Hydro-Scheduling 모형의 근간이 되는 최적화모형의 이론적 바탕은 상태변수의 수, 즉 저수지의 수가 병렬 및 직렬로 연계되어 증가하는데 따라 계산량과 필요한 기억용량이 증가하더라도, DP 등에 비해 보다 다차원적인 문제의 해결이 가능한 것으로 알려져 있는 최적제어이론 (Optimal Control Theory : OCT)을 선정하였으며, 아울러 기회-제약조건 계획법, 그리고 해의 탐색을 위한 수치해석기법으로서 conjugate gradient기법 등을 종합 고찰하여 알고리즘을 도출하였다.
- 2) 저수지군의 최적(연계)운영을 위한 목적함수로서 첫째, 저수지 운영 기간중 수력발전소 발전량의 최대화, 둘째 저수지 운영 기간중 댐 하류의 소요 유하량을 최대 보장, 그리고 저수지 운영 기간중의 보장출력을 극대화하는 문제들을 포함하였으며, 이외에 수계내 임의 조절 지점에서의 최저 요구 유하량을 최대 보장하는 문제를 추가하였다.
- 3) 최적화 모형의 제약조건은 각 저수지의 물수지 균형을 제약하는 시스템 제약조건외에 방류량에 대한 제약조건, 저류량 제약조건과 신뢰성 제약조건 등으로 구성하였다.
- 4) 한강수계의 충주 및 소양강 다목적 댐저수지와 화천, 팔당저수지를 포함하여 연계운영 Hydro-Scheduling 모형의 시스템을 구성하였으며, 과거 유입량 자료와 분석된 입력자료들을 이용하여 모형을 운영한 결과, 각기 다른 초기치를 이용하여 모형을 적용하여도 항상 단일한 목적함수 값에 수렴하는 결과를 얻음으로서 개발된 모형을 이론적으로 검증하였다.

6. 참고문헌

- 1) Georgakakos, A. P., 1989, Extended linear quadratic gaussian control: Further extensions, Water Resour. Res., 25(2), 191-201.
- 2) Georgakakos, A. P. and D. H. Marks, 1987, A new method for the real-time operation of reservoir systems, Water Resour. Res., 23(7), 1376-1390.
- 3) Grygier, T. C. and J. R. Stedinger, 1985, Algorithms for optimizing hydropower system operation, Water Resour. Res., 21(2), 114-122.
- 4) Hiew, K. L., 1987, Optimization Algorithms for Large-scale Multireservoir Hydropower

Systems, Ph.D. Dissertation, Colorado State University, Fort-Collins.

- 5) Labadie, J.W., et al., Editors, 1988, Proceeding of the 3rd Water Resources Operations Management Workshop, Computerized Decision Support Systems for Water Managers, ASCE, Fort Collins, CO, U.S.A., June 27-30.
- 6) McLaughlin, D. and H. L. Velasco, 1990, Real-time control of a system of large hydropower reservoirs, *Water Resour. Res.*, 26(4), 623-635.
- 7) Papageorgiou, M., 1985, Optimal multireservoir network control by discrete maximum principle, *Water Resour. Res.*, 21(2), 1824-1830.
- 8) Wasimi, S. A. and P. K. Kitanidis, 1983, Real-time forecasting and daily operation of a multireservoir system during floods by linear quadratic gaussian control, *Water Resour. Res.*, 19(6), 1511-1522.