

逐次線形計画法에 의한 水力發電量 最大化를 위한 貯水池 運營

李圭卓* 權五憲** 高錫九***

1. 서론

다목적댐은 수력에너지생산, 생공용수 및 관개용수 공급, 홍수조절, 여가선용과 최근 사회적 문제로 대두되고 있는 수질오염에 따른 희석용수 방류 등 여러목적을 충족시키도록 운영되어야 한다. 이러한 여러 기능을 만족시키면서 발전량을 극대화 시키는 것은 댐관리자의 공통된 관심사이다. 이를 위해 댐관리자는 저수지 운영에 대한 장기계획을 수립해야 되며, 계획수립시 적절한 도구를 마련해야 된다.

저수지 운영 모형에는 여러 방법이 있으나, 본 연구에서는 이론적 접근이 비교적 용이하고, 표준화된 Programming Package가 널리 보급된 선형계획기법 (Linear Programming; LP)을 이용하였다. 그러나 수력발전 시스템은 낙차와 터빈을 통과하는 유량의 곱으로 나타나는 비선형 함수이므로 선형계획기법으로 직접 풀 수는 없다.

따라서, 본 연구에서는 비선형 문제인 수력발전식을 근사적으로 선형화시키고, 이를 이용하여 발전량 최대화를 위한 운영 모형을 설계하여 선형계획기법을 축차적으로 적용시켜 최적해를 얻었다. 축차선형계획기법 (Successive Linear Programming; SLP)을 적용함에 있어서, 저수량의 함수로 표시되는 낙차와 사용수량의 곱인 비선형항은 Taylor 급수로 전개하여 선형화 한후 저수량과 사용수량의 계산폭(Step Bound)에 따른 해의 수렴성을 검토하였다.

SLP에 의한 본 연구의 알고리즘을 대청다목적댐 저수지 운영에 적용하여 효율성을 검증하였고, 이와 같은 최적운영 성과는 이수차원의 효율적인 저수지 운영을 위하여 댐관리자의 저수지 운영 의사결정에 도움을 줄 수 있는 도구를 마련 하는데 이용 된다.

SLP의 연구는 Griffith 등³⁾(1961)이 "Method of Approximation Programming (MAP)"으로 알려진 방법을 제시한 이래, Grygier 등⁴⁾(1985), Hiew⁵⁾(1987), 고석구⁶⁾(1989) 및 Tao 등⁷⁾(1991)에 의해 연구되어 왔다.

* 정희원, 한국수자원공사 설계처, 공학석사
** 정희원, 충남대학교 토목공학과 교수, 공학박사
*** 정희원, 한국수자원공사 조사계획처장, 공학박사

본 연구의 범위는 이수부분에 대한 연구로서 월단위 저수지 조작을 기준으로 하였고, 모형의 주요 입력 자료인 유량자료는 확정론적 방법으로 댐 준공후 실측자료를 이용하였다.

2. 수력 발전량 최대화를 위한 저수지 운영 모형 구성

2.1 수력 에너지

수력에너지 시스템은 높은 곳에 있는 물이 가지고 있는 위치에너지를 수차를 통하여 기계에너지로 전환하고, 이것으로 발전기를 운전하여 전기에너지를 생산하는 체계이다. 발전기에서 생산되는 전력 P_o 는

$$P_o = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad \text{-----} \quad (1)$$

여기서, P_o : 출력 (KW)

η : 합성 효율 [수차효율(η_t) x 발전기 효율(η_g)]

ρ : 물의 밀도 (1,000 Kg/m³)

g : 중력 가속도 (9.8 m/s²)

Q : 발전 사용 수량 (m³/s)

H : 유효 낙차 (m)

합성효율은 낙차의 함수라고 할 수 있으나, 그 변동 폭이 적으므로 본 연구에서는 이를 상수로 취급하였으며, $\eta_t = 0.88$, $\eta_g = 0.97$ 을 적용했다. 식 (1)은 단위시간당 출력이므로 발전량은 아래와 같다.

$$E = P_o \cdot \Delta t \quad \text{-----} \quad (2)$$

식 (2)에서 E 는 발전 에너지 (KWH)이고, Δt 는 발전 시간 (Hour)이다. 식 (1)에서 발전 사용수량 Q 의 단위는 m³/sec 이므로, 월 단위등 일정기간동안 발전사용수량을 체적단위 (10⁶ m³)로 나타내면 에너지는 아래와 같다.

$$E_t = 9.8 \eta \cdot Q_t \cdot H_t / 3.6 \quad \text{-----} \quad (3)$$

식 (3)에서 E_t 와 Q_t 는 t 기간동안 생산된 발전량과 발전사용수량으로 단위는 계산상 편의를 위해 각각 MWH와 MCM으로 하였다. H_t 는 t 기간동안 평균 유효낙차로서 아래와 같이 저수지의 수위, 방수위 및 손실수두에 의해 결정된다.

$$H_t = a \cdot \bar{V}_t^b - TWL - HL \quad \text{-----} \quad (4)$$

식 (4)에서 a 와 b 는 저수지 수위 계산을 위한 회귀 상수이고, \bar{V}_t 는 t 기간동안 평균 저수량으로 t 기간초 저수량(V_t)과 $(t+1)$ 기간초 저수량(V_{t+1})의 평균 값을 저수지 수위로 환산하여 사용했다. 이것은 저수지의 기하학적 특성을 반영한 것이다. 또한 평균저수량 개념 도입은 수위의 평균치를 도입하는 경우에 비하여 발전량 계산식의 비선형향을 하나로 줄일 수

있어 식을 간편하게 할 수 있고 계산 효율을 높일 수 있다. TWL는 평균 방수위이고 발전사 용수량의 함수로서 방수로 하류 수위상황에 따라 변하며, 방수로 하류 수위는 역조정지 (Reregulation Pond)의 유무에 따라 달라진다. HL은 손실수두이며 발전사용수량에 의하여 야기되는 마찰 및 부대손실을 수두로 표시한 것이다.

식(4)를 식(3)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$E_t = (9.8 \eta / 3.6) \cdot Q_t \cdot (a \cdot \hat{v}_t \cdot b - TWL - HL) \\ = 2.722 \eta \cdot [(Q_t \cdot a \cdot \hat{v}_t \cdot b - Q_t(TWL + HL)] \quad \text{-----} \quad (5)$$

2.2 비선형 함수의 선형화

비선형 문제를 선형화 시키는 방법은 두 가지가 있다. 첫번째 방법은 본래 비선형 함수를 추가 변수 개념을 도입하여 일련의 선형함수로 바꾸는 Piecewise Linearization으로 알려진 방법이고, 두번째 방법은 본래의 목적함수나 제약조건을 선형화시킨 일련의 근사문제를 풀기 위해 LP를 반복적으로 적용하는 방법이다.

일반적으로 Successive Linear Programming(SLP)으로 알려진 두번째 방법이 반복회수의 증가에 따라 비선형성을 의도하는 정도까지 반영 할 수 있고, 문제의 접근성이 용이하기 때문에 보편적으로 이용되고 있다. 이 기법은 비선형 목적함수나 비선형 제약조건을 초기해에 대해 Taylor 급수전개하여 1차 항을 이용하여 비선형항을 근사 선형화 시키는 방법이다.

식(5)는 비선형항을 가진 2변수 함수이므로 이 중 비선형항 $Q_t \cdot a \cdot \hat{v}_t \cdot b$ 을 선형화시키기 위해, $f(v_t, Q_t)$ 와 이에 대한 각 편도함수가 $\hat{v}_t = \hat{v}_t^0$, $Q_t = Q_t^0$ 의 근방에서 연속이면 초기치 $[Q_t^0, \hat{v}_t^0]$ 에 대해 Taylor 급수전개하여 2차항 이상은 무시하면 식(6)과 같다.

$$f(\hat{v}_t, Q_t) = Q_t \cdot a \cdot \hat{v}_t \cdot b \\ \approx f(\hat{v}_t^0, Q_t^0) + \frac{\partial f(\hat{v}_t^0, Q_t^0)}{\partial \hat{v}_t} (\hat{v}_t - \hat{v}_t^0) \\ + \frac{\partial f(\hat{v}_t^0, Q_t^0)}{\partial Q_t} (Q_t - Q_t^0) \\ = Q_t^0 \cdot a \cdot \hat{v}_t^0 \cdot b + \{ a \cdot \hat{v}_t^0 \cdot b \cdot (Q_t - Q_t^0) + Q_t^0 \cdot a \cdot b \cdot \hat{v}_t^0 \cdot (b-1) \} (\hat{v}_t - \hat{v}_t^0) \quad \text{---} \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하여 \hat{v}_t 와 Q_t 에 대해 정리하면 식(7)과 같다.

$$E_t \approx F \cdot \hat{v}_t + G \cdot Q_t + H \quad \text{-----} \quad (7) \\ \text{여기서, } F = 2.722\eta \cdot a \cdot b \cdot Q_t^0 \cdot \hat{v}_t^0 \cdot (b-1) \\ G = 2.722\eta (a \cdot \hat{v}_t^0 \cdot b - TWL - HL) \\ H = - 2.722\eta \cdot a \cdot b \cdot Q_t^0 \cdot \hat{v}_t^0 \cdot \hat{v}_t^0 \cdot (b-1)$$

식(7)은 발전량 계산함수를 \hat{v}_t 와 Q_t 에 대해 선형화 시킨 근사식이며 계수 F, G와 상수 H는 초기해 및 저수지의 특성에서 주어지는 값으로 발전량 계산식은 변수 \hat{v}_t , Q_t 에 대한 선형 함수로 나타나므로 표준화된 LP 해법으로 해석 가능하다.

2.3 저수지 운영 모형 구성

저수지 운영 최적화 문제의 평가 기준이 되는 목적함수는 일반적으로 홍수조절편익, 발전편익 및 용수공급편익의 최대화로서 운영 목표에 따라 목적함수를 설계하게 된다. 그러나 본 연구에서는 홍수부분을 제외하고, 용수수급 문제가 심각하지 않은 상황으로 가정하여 용수수요 충족을 제약조건으로 하고, 발전편익을 최대화 하도록 목적함수를 설정 하였다. 또한, 발전량 최대화를 위한 저수지 운영의 제약조건은 저수지 시스템의 물리적 조건인 방류 능력, 저수지 수위의 제약 및 질량보존방정식을 고려하였고, 하천의 기능 유지 및 용수수요 조건으로 댐 상하류의 기간별 용수공급에 대한 최소 값을 고려하였으며, 프로그램 해석상 필요한 Step Bound와 초기 및 말기조건으로 구성 하였다.

앞에서 기술한 목표에 따라 저수지 및 발전소의 운영 최적화 모형을 구성하면 다음과 같다.

$$\text{Maximize } \sum_{t=1}^T E_t \quad \text{-----} \quad (8)$$

Subject to

$$0 \leq Q_t \leq Q_{t \max} \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (9)$$

$$Q_t + q_t \geq U_t \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (10)$$

$$V_{t+1} - V_t + Q_t + q_t = I_t - D_t - Eva_t \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (11)$$

$$V_{t \min} \leq V_t \leq V_{t \max} \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (12)$$

$$\bar{V}_t = 0.5(V_t + V_{t+1}) \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (13)$$

$$-s_1 \leq (V_t - V_t^0) / V_t^0 \leq s_1 \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (14)$$

$$-s_2 \leq (Q_t - Q_t^0) / Q_t^0 \leq s_2 \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad \text{-----} \quad (15)$$

$$V_1 = V_{\text{began}} \quad \text{-----} \quad (16)$$

$$V_{T+1} = V_{\text{end}} \quad \text{-----} \quad (17)$$

여기서, E_t : 발전량 계산함수(식 7)

T : 조작기간의 수($t = 1, \dots, T$)

$Q_{t \max}$: 최대 발전 사용 수량(10^6 m^3)

q_t : 기타 방류량(10^6 m^3)

U_t : 댐하류 통제지점의 최소 용수수요량(10^6 m^3)

I_t : 유입량(10^6 m^3)

D_t : 댐상류 취수량(10^6 m^3)

Eva_t : 저수지 수면 증발량(10^6 m^3)

$V_{t \min}$: 저수위 저수량(10^6 m^3)

$V_{t \max}$: 상시만수위 저수량(10^6 m^3)

s_1 : 축차반복계산에 필요한 저수지 저수량에 대한 계산폭(Step Bound)

s_2 : 축차반복계산에 필요한 발전사용수량에 대한 계산폭(Step Bound)

V_{begin} : 초기 저수지 저수량(10^6 m^3)

V_{end} : 말기 저수지 저수량(10^6 m^3)

3. 모형의 해법

SLP 알고리즘의 수치해석 과정은 목적함수 또는 제약조건의 비선형항을 초기해에 대해 Taylor 급수 전개하여 2차항 이상의 고차항은 무시함으로써 모든 변수를 선형방정식으로 나타내어 선형계획(LP)해석 알고리즘을 반복적으로 적용하여 최적해를 얻는 방법이다. 본 연구에 사용된 선형계획 해석 프로그램은 1981년에 개발되어 1984, 1987, 1989 및 1991년에 거쳐 네차례 보완된 LINDO (Linear, Interactive and Discrete Optimizer)를 이용했다.

축차선형계획기법 적용시 변수의 초기값은 첫번째 단계에서 타당역내의 일정한 값을 취하여 해를 얻은 다음, 두번째 반복부터는 전단계 최적해의 변수값을 초기값으로 하여 목적함수의 값이 개선되지 않을 때까지 반복 수행한다. 모형의 변수와 계산단계(Step Stages)의 수가 적은 경우에는 초기단계 계산폭(Initial Step Bound)을 변화시키지 않고, 반복 적용시켜도 목적함수의 값이 일정한 값에 수렴하지만, 변수가 많고, 계산단계가 큰 경우는 Grygier(1985)가 처음 채택한 단계별 계산폭 축소기법(Step Bound Reduction Scheme)을 이용하는 것이 효율적이다.

축차선형계획기법을 적용함에 있어서 수렴성과 연산속도는 초기값의 선택과 반복과정의 계산폭 결정에 따라 지배된다. 처음 단계에서 변수의 초기값은 타당역내의 최소값을 취하면 해의 안정성은 확보되나, 반복회수의 증가로 인해 작업량이 많아지므로 변수의 특성을 파악하여 값을 취하면 해의 안정성이 보장될 뿐만아니라, 반복회수도 줄일 수 있다. 계산폭은 비선형 특성을 반영시킬 수 있는 범위내에서 운영조건과 조작기간에 따라 초기해의 40% ~ 1.5%까지 차등 적용하였다.

4. 축차 선형 계획 기법에 의한 대청댐 저수지 최적 운영

4.1 주요 입력 자료 및 프로그램

본 연구에 쓰인 주요 입력자료는 크게 축차 선형 계획 기법 적용에 필요한 입력자료와 저수지 및 발전소 특성에 따른 입력자료로 구분된다.

축차 선형 계획 기법 적용에 필요한 입력자료는 저수지 운영 초기 및 말기조건, 저수지 수위의 월별 상.하한 값, 저수량과 발전사용수량의 초기값 및 Step Bound이며, 초기 및 말기조건으로 상시만수위 저수량($1,241.1 \times 10^6 \text{ m}^3$)을 적용했고, 저수지 수위의 월별 상.하한 값은 상시만수위와 低水位를 적용했으며, 저수량과 발전사용수량의 초기값은 댐 준공후 운영실적자료를 이용했다. 또한 저수지와 발전소 특성에 따른 입력자료는 월 유입량, 월 증발량, 방수위, 손실수두, 수

위 대 저수량 곡선식, 저수량 대 저수면적 곡선식 및 수위 대 발전사용수량 곡선식이며, 이들 값은 댐 준공후 운영실적자료와 건설당시 제시된 자료를 이용했다.

축차 선형 계획 기법에 의한 수력 발전량 최대화를 위한 저수지 운영 해석 프로그램은 크게 세개로 구성 하였다. 첫번째 프로그램은 LP해석을 위한 목적함수와 제약조건 생성 프로그램 (FORM1)으로 목적함수 해석에 필요한 계수를 산정하고, 제약조건 설정에 필요한 매개변수를 계산하여 선형계획 해석 프로그램의 입력양식에 맞도록 출력하는 프로그램이고; 두번째 프로그램은 선형계획해석 프로그램인 LINDO Package Program 이며; 세번째 프로그램은 첫번째 프로그램의 입력자료 생성 프로그램 (FORM2)으로 LP의 반복해석시 FORM1의 입력자료중 고유값과 LINDO 수행 결과중 상태변수인 저수량과 결정변수인 발전사용수량을 읽어 다시 FORM1의 입력자료를 생성하는 프로그램이다. 세개의 프로그램 구성은 Figure 1과 같다.

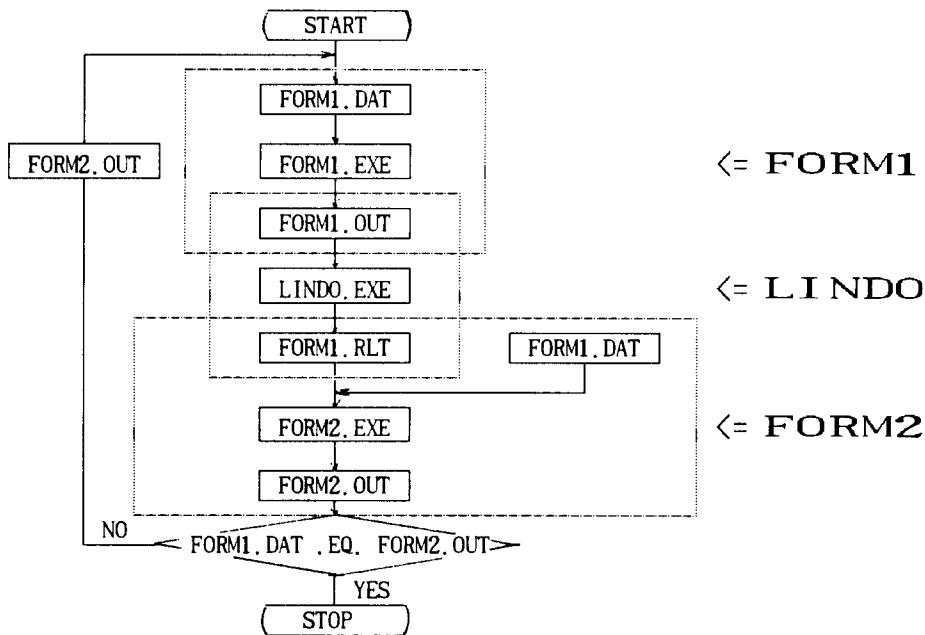


Figure 1 Computational Flow Chart

4.2 조작기간별 저수지 최적 운영

본 연구에서 조작기간에 따라 CASE1과 CASE2로 나누어 수행하였는데, CASE1에서는 모형의 안정성과 저수량 및 발전사용수량의 계산폭에 대한 민감도를 분석하였으며, 분석시간을 줄이기 위해 조작기간을 1년으로 하였다. CASE2에서는 CASE1의 분석 결과에 따른 변수의 특성을 감안하여 과거 10년간 수문조건으로 최적운영 하였으며, 그 결과를 실제 운영 실적과 비교하였다.

첫째, 1년간 저수지 최적 운영 결과를 살펴보면, 연간 발전량은 248,876 MWH로 나타났고, 이때 발전사용수량은 $2,329 \times 10^6 \text{ m}^3$ 이었다. 저수지 수위는 6월말 EL. 73.42 m를 최저수위로 하

여 주로 상시만수위에 근접한 고수위로 운영되는 것으로 나타났다.

둘째, 10년간 저수지 최적 운영 결과, 발전량은 갈수년인 1982년 114,706 MWH에서 풍수년인 1985년 411,760 MWH에 이르기까지 년도별로 상당히 큰 차이를 나타내고 있으며, 이는 유량의 무작위성에 기인한다. 실제 1982년과 1985년의 운영실적은 각각 95,584 MWH와 330,470 MWH이다. 최적 운영의 10년간 발전량은 2,698.6 GWH로 나타났으며, 실제 운영실적은 2,399.8 GWH로 최적 운영 결과가 약 12% 더 크게 나타났다. 이와 같은 결과는 무작위 성질을 갖는 유량을 확정적으로 기지수로 취급한 것과 조작기간 기본단위를 월 단위로 함으로서 홍수시 발생하는 짧은 기간동안의 큰 유량이 월평균 유량으로 입력되어 여수로 방류량이 실제보다 적게 평가된 것도 한 요인으로 작용하였다. 최적 운영의 10년간 여수로 방류량은 $1,586 \times 10^6 \text{ m}^3$ 으로 나타났고, 실제 운영실적은 $3,188 \times 10^6 \text{ m}^3$ 임에서 알 수 있다. 발전 사용수량은 10년간 최적 운영인 경우 $26,129 \times 10^6 \text{ m}^3$ 이고, 실제 운영된 실적치는 $24,853 \times 10^6 \text{ m}^3$ 으로 약 5%가 증가된 것으로 나타났다. 저수지 수위는 최적 운영 결과가 실제 운영된 실적치보다 훨씬 고수위로 운영된 것으로 나타났다. 여기서, 발전사용수량은 5%가 증가된 반면에 발전량은 12%가 증가한 것을 보면 발전량은 낙차와 발전기 사용수량의 곱으로 나타나기 때문에 고수위 운영이 발전량을 증가시키는 중요한 요소임을 알 수 있다.

5. 수렴성 검토

목적함수, 제약조건 및 초기해의 형태가 12 단계(1년)를 갖는 비교적 짧은 저수지 운영에서 축차 계산의 Step Bound가 목적함수의 수렴성에 미치는 영향을 검토하기 위해 초기 발전사용수량에 대한 Step Bound를 20%로 고정시키고, 초기 저수량에 대한 Step Bound를 변화시켜 목적함수의 수렴성을 분석하였으며, 반대로 초기 저수량에 대한 Step Bound를 20%로 고정시키고, 초기 발전사용수량에 대한 Step Bound를 변화시킴으로써 목적함수의 수렴성을 분석한 결과, 목적함수의 수렴성은 초기 발전수량에 대한 Step Bound가 초기 저수량에 대한 Step bound보다 더 민감한 것으로 나타났다.

또한 목적함수, 제약조건 및 초기해의 형태가 120 시간축 (Time Stages:10년)을 갖는 장기간 저수지 최적운영에서는 일정한 Step Bound에서 목적함수의 값이 개선되지 않고 진동이 발생할 때 Step Bound를 감소시켜 계산하는 과정을 반복한다. 그러나 Step Bound를 감소시켜도 일정한 범위내에서 계속 진동 할 때에는 그 해중 최대값을 최적해로 택해도 큰 오차는 없을 것이다.

6. 결 론

본 연구에서는 홍수부분을 제외하고 용수수요량을 충족시키도록 제약조건을 부여하여 발전

편익을 최대화 하도록 목적함수를 설정하였고, 발전량 계산함수의 비선형항은 초기해에 대해 Taylor 급수전개 방법으로 근사 선형화시켰다. 선형화된 목적함수는 일정한 Step Bound를 부여하여 반복적으로 LP를 적용하는 축차 선형 계획 기법(SLP)으로 해석하였다. 이와같이 구성된 모형을 대청 다목적댐에 적용시켜 얻은 주요 결론은 다음과 같다.

1) 댐 하류 2001년 용수수요량을 충족시키는 조건하에서 실적 유량 자료를 이용하여 10년 (1981.10-1991.9)동안 최적 운영한 결과 10년간 발전량이 운영실적 2,399.8 GWH보다 약 12% 많은 2,698.6 GWH로 나타났다.

2) SLP 모형 解의 적정성을 검증하기 위해 다른 방법(동적계획기법)으로 동일 수문조건하에서 10년간 운영한 결과 발전량이 SLP 모형 解와 비교할 때 1% 이내인 2,682.0 GWH로 나타났다.

3) 해의 정도 및 수렴성에 영향을 미치는 Step Bound의 크기는 조작기간이 1년인 경우 초기해의 약 20%를 취하는 것이 적당한 것으로 나타났고, 조작기간이 10년인 경우는 계산초기에 제약조건의 타당역을 벗어나지 않도록 크게 잡아주고, 계산이 반복됨에 따라 목적함수의 값이 개선되지 않을 때는 감소시켜 다시 계산하는 과정을 반복하여 최적해를 구한다.

4) 수렴성에 대한 Step Bound의 민감도를 분석한 결과 초기 발전사용수량에 대한 Step Bound가 초기 저수량의 Step Bound보다 목적함수의 수렴에 더 민감한 것으로 나타났다.

5) SLP 적용에 있어서 해의 진동이 발생되지 않으며, 수렴속도도 빠른 Step Bound의 결정에 관한 일반화된 접근법이 더욱 연구되어야 할 것이다.

7. 참고 문헌

1. 산업기지개발공사, 대청다목적댐 공사지, 1981. 7.
2. 한국수자원공사, 다목적댐 운영 실무 편람, 1992.
3. Griffith, R. E. and R. A. Stewart, "A Nonlinear Programming Technique for the Optimization of Continuous Processing Systems", Management Science, Vol.7, pp379-392,1961.
4. Grygier, J. C. and J. R. Stedinger, "Algorithms for Optimizing Hydropower System Operation", WRR, Vol. 21, No.1, pp. 1-10, January 1985.
5. Hiew K. L., "Optimization Algorithms for Large-Scale Multireservoir Hydropower Systems", Phd. Dissertation, Civil Engineering Dept., Colorado State University, 1987.
6. Ko, Seok-ku, "Optimizing Reservoir Systems Operation with Multiobjective Decision Analysis", Phd. Dissertation, Civil Engineering Dept., Colorado State University, 1989.
7. Tao, Tao, "Reservoir Operations by Successive Linear Programming", Water Resources Planning Management, Vol. 117, No. 2, pp. 274-280, March-April 1991.