多目的댐 貯水池群의 連繫運營律 開發 및 應用

심순보1)·이희승2)·고덕구3)·심규동4)

1. 서론

다목적 댐저수지의 역할은 전력에너지의 공급뿐만 아니라 각종 용수수요에 부응하여 양질의 수자원 공급을 보장하는 것이며, 아울러 홍수 피해방지, 내륙 주운, 위락 공간 제공 등과 같은 공공복지의 기능까지도 포함하고 있다. 그러나 한정된 수자원의 최적 활용을 위해서는 적절한 다목적 저수지의 운영 및 관리를 위한 시스템의 개발이 선결 과제이다.

본 연구의 목적은 다목적댐 저수지군의 최적 연계운영을 통해 수계내 각종 용수 수요에 따라 보다 안정적으로 양질의 용수를 공급하고 전력에너지의 극대개발을 통해 편익의 극대화를 도모할 수 있는 최적 연계운영율을 개발하고 그를 응용하는 방안을 제시하고자 하는 것이다.

본 연구에서는 최근에 다차원 저수지군 문제에 점차 그 활용도가 높아가고 있는 최적제어이론을 (OCT) 이용한 최적화 모형으로부터 도출된 open loop policy를 바탕으로 하여, Regulator 이론에 의해 소위 matrix Ricatti 방정식을 해석하므로서 실시간의 상태변수 벡터에 따른 최적 closed loop policy, 즉 최적 운영율을 제시하는 시스템을 개발하므로서 저수지군 연계운영의 실시간 문제에 응용될 수 있도록 하였다.

2. Open Loop Policy

본 연구에서는 운영률의 open loop policy 도출은 최적 제어 이론 (optimal control policy)에 의한 최적화 모형을 선정하였다. 최적 제어 이론의 알고리즘을 고찰, 검토 하여 다음과 같은 과정을 통해 다목적 댐저수지군의 최적 연계 운영을 위한 모형을 개발하였다.

2.1 최적 제어 이론의 알고리즘

다목적댐 저수지의 운영에 대한 최적 제어의 문제에서 지배방정식은 다음의 식(1)과 같은

1 교수, 소장, 충북대학교 수자원·수질연구센터
2 부사장, 한국수자원공사
3 연구조교수, 충북대학교 수자원·수질연구센터
4 소프트웨어 엔지니어, 충북대학교 수자원·수질연구센터

연속방정식으로 나타낼 수 있으며, 상태 변수 및 결정변수의 제약조건은 각각 식(2) 및 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{x}(t+1) = \vec{x}(t) + [B] \cdot \vec{u}(t) + \vec{Q}(t) - \vec{D}(t) - \vec{e}^{T}(t) \cdot [A] \tag{1}$$

$$\vec{x}_{\min}(t) \le \vec{x}(t) \le \vec{x}_{\max}(t) \tag{2}$$

$$\vec{u}_{\min}(t) \le \vec{u}(t) \le \vec{u}_{\max}(t) \tag{3}$$

Lagrangian 함수 LF는 목적함수에 식(1)의 지배방정식을 포함시키고, 식(2), (3)의 부등제약조건 및 그에 대한 벌칙함수를 포함함으로서 식(4)와 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} LF = {} & \Phi[\vec{x}(T+1)] + \sum_{t=1}^{T}\{L_t[\vec{x}(t+1), \vec{u}(t)] + \vec{\eta}(t)^T[W]\vec{\eta}(t)\} \\ & + \sum_{t=1}^{T}\vec{\lambda}(t)^T\left[\vec{x}(t) + [B]\vec{u}(t) + \vec{Q}(t) - \vec{D}(t) - \vec{e}(t)^T[A] - \vec{x}(t+1)\right] \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $\vec{x}$는 상태변수 vector로서 저류량, $\vec{u}$는 결정변수 vector로서 방류량을 의미하며, $\vec{Q}$와 $\vec{D}$, $\vec{e}$는 각각 저수지의 물수지를 구성하는 유입량과 순물소모량 및 증발량 vector를 나타낸다. 한편 $[B]$와 $[A]$는 각 저수지 및 제어지점 (control point)간의 연결을 나타내는 추적계수(routing coefficient)와 각 저수지의 표면적 행렬이며, $\vec{x}_{\min}$와 $\vec{x}_{\max}$는 최소 및 최대 허용저류량, $\vec{u}_{\min}$와 $\vec{u}_{\max}$는 최소 및 최대 허용방류량, t는 총 운영기간 T의 매단계를 나타내는 지수이며, L_t와 Φ는 각각 매단계 및 마지막 단계에서의 목적함수를 나타낸다. $\vec{\lambda}(t)$는 Lagrangian 승수 (multiplier)로서 동적 지배방정식을 목적함수와 연결하기 위한 일련의 단계별 값을 갖는 vector이며, $[W]$은 벌칙치를 나타내는 대각행렬 (diagonal penalty matrix)을 의미하고, $\vec{\eta}(t)$는 상태변수가 제약조건을 위반하는 정도를 나타내는 vector이다.

본 모형은 목적함수의 최대치를 찾아내는 문제로서 식(4)의 Lagrangian 함수를 u와 x에 대해 편미분한 ∇LF 값은 0이 되도록 하여 유도한 transversality equation및 adjoint equation과 stationary equation을 다음에 설명하는 conjugate gradient method의 추적기법에 의해 해석하도록 개발하였다.

2.2 Conjugate Gradient Method

stationary equation에서 구해진 $\vec{u}(t)$값을 이용하여 구현된 상태변수 $\vec{x}(t)$가 제약조건을 만족하면 그때의 $\vec{u}(t)$ 값을 最適解로 결정한다. 만약 $\vec{x}(t)$가 제약조건을 만족하지 않으면 벌칙치 $[W]$값을 증가시키고 Lagrangian 함수의 구배를 계산하여 탐사과정을 통해 개선된 해를 구하는 과정을 반복하는 것이 최적 제어 알고리즘의 해석과정인 것이다.

conjugate gradient method의 처리 단계는 다음과 같다.

1) $\vec{u}$의 초기치와 $\vec{\lambda}$의 산정치에 의해 stationary equation에서 일련의 탐색방향 vector $\vec{d}$를

결정한다.

2) 1차원의 탐색과정을 통해 Lagrangian함수를 최대로 하는 scalar 탐색 간격 α를 결정한 후, 식(1)과 $\vec{u} \leftarrow \vec{u} + \alpha\vec{d}$로부터 방류량 제약조건에 의해 새로운 결정변수 vector를 결정한다.

3) 위에서 조정된 상태변수 및 결정변수의 변화궤적으로 부터 Lagrangian 함수의 새로운 구배 $\vec{v}$를 계산한다. ε를 수렴의 한계라 할 때, $\|\vec{v}\| \leq \varepsilon$라면 여기서 탐색 과정을 중단하고, 아니면 4)단계로 넘어 간다.

4) 새로운 탐색 방향을 계산하고, 2)의 과정으로 되돌아 간다.

2.3 목적함수의 구성

다목적 댐저수지군의 최적연계운영을 위한 목적함수는 다음 사항을 고려하여 구성하였다.

1) 댐 하류의 소요 유하량 충족
2) 저수지 발전량 극대화
3) 운영기간중의 보장출력 극대화
4) 수계내 임의의 지점에서의 최소희망유량을 만족

2.4 모형의 검증

개발된 최적화 모형의 검증은 충주 및 소양강 다목적 댐저수지를 포함한 한강 수계에 적용하여 각종 방류량 초기치의 수렴 양상을 검토하는 수렴성 검증을 수행한 결과, 어떤 초기치에 의한 결과도 수렴속도에서는 차이가 났으나, 그 수렴값에서는 거의 일치하는 결과를 나타내 모형의 이론적 타당성을 인정할 수 있었다. 본 고에서는 운영율 개발이 주요 목표이므로 그 과정과 결과의 자세한 제시는 생략하였다.

3. Cloesd Loop Policy

3.1 Closed Loop Policy의 이론적 배경

위에서와 같이 open loop optimum solution의 결정을 얻기 위한 모형이 개발되었다. 그러므로 이제는 실시간 문제에 따른 적응성을 갖는 closed-loop 방법을 개발하는 것이 당연한 일이라 하겠다. 대부분의 실시간 문제에 대한 응용에서 feedback이나 closed loop에 의한 해석이 상당히 유용하게 쓰여져 왔다.

일단 신뢰성을 가진 open-loop 방법에 의해 t=1, · · · , NS에 대한 u(t)와 x(t)가 구해지면 regulator이론에 의해 해석적인 방법으로 feedback control policy가 구해질 수 있는 것이다. 이와같이 구성된 방정식을 소위 "matrix Ricatti 방정식"이라 한다.

이는 다음과 같은 2차 방정식 해석적으로 풂으로서 구해진다.

$$\min imize \sum_{t=1}^{T}(x(t+1)-x^*(t+1)^T W(x(t+1)-x^*(t+1))+\delta u(t)^T \delta u(t) \qquad (5)$$

여기서 $\delta u = u - u^{*}$이고, W는 가중치를 나타내는 대각선 행렬이다. 목적함수가 2차함수이고, 시스템의 동적 특성은 선형화할 수 있는 문제이므로 소위 "LDQ문제"는 해석적으로 풀어질 수 있으며 그 결과로 matrix Ricatti 방정식이 얻어진다. 덧붙여 유입량을 Gaussian이라고 가정하면, Certainty Equivalence Principle(Dreyfus and Law, 1977)에 의해 유입량과 같은 임의성을 갖는 변수들은 추계학적 최적해를 산출하는데 있어서 그 평균치로 대치될 수 있다.

matrix Ricatti 방정식은 선형 feedback control법칙에 의해 다음과 같이 최적 매개변수 행렬 $A(t)$와 벡터 $c(t)$로 구성되어 진다.

$$u(t) = A(t)x(t) + c(t) \tag{6}$$

이러한 최적 feedback control policy는 Dreyfus와 Law(1977)에 의해 설명된 바와 같이 연속적인 동적 계획법에 의해서도 구해질 수 있다.

최적제어 이론의 Certainty Equaivalence Principle에 의하면 시스템 동적 방정식에서 input 에러가 발생하더라도 이 에러가 Gaussian으로 있는 한 이 feedback control policy는 최적한 상태를 유지하는 것으로 간주된다. 그러나 상태-공간제약조건이 위배되고, 에러가 크게 증가하게 되면 open-loop policy는 새롭게 유도되어야만 할 것이다.

이와 같은 접근방식은 시스템 상태변수 x가 어느 정도 정확히 측정될 수 있다는 가정에 의한 것이다. 그렇지 않을 경우에는 "Kalman Filter"가 시스템 상태의 최적치 최소에러를 평가하는 효과적인 방법이 될 수도 있을 것이다.

3.2 Feedback Control

최적화모형에 의한 open loop policy를 feedback control 하는 문제는 다음과 같이 동적 계획법에 의해 vector-행렬식에서 최소치를 찾아내는 문제로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} MIN.\ J = & \sum_{i=0}^{N-1}\left[\vec{x}^{T}(i)A(i)x(i) + \vec{y}^{T}(i)C(i)\vec{y}(i) + \vec{d}(i)\vec{x}(i) + \vec{e}(i)\vec{y}(i)\right] \\ & + \vec{x}^{T}(N)L\vec{x}(N) + \vec{w}\vec{x}(N) + z \end{aligned} \tag{7}$$

$$\vec{x}(i+1) = G(i)\vec{x}(i) + H(i)\vec{y}(i) + \vec{k}(i) \tag{8}$$

여기서 $\vec{x}(i)$는 n×1, $\vec{y}(i)$는 m×1 vector이며, $A(i)$는 n×n, $C(i)$는 m×m 행렬이다. 그 외에 $\vec{e}(i)$는 1×m, L은 n×n, $\vec{w}$는 1×n이며, z은 scalar이다. 그리고 $G(i)$는 n×n, $H(i)$는 추적계수 행렬과 같은 n×m 행렬이며, $\vec{k}(i)$는 n×1 vector이고 T는 치환행렬을 의미한다.

한편 여기서 n은 상태변수, 즉 저수지의 수를 의미하며, m은 조절변수, 즉 구하고자 하는 policy의 수를 의미한다.

식(7)을 단계별 i에 대해 반복적으로 풀어나가는 과정을 통해 closed loop policy를 얻을 수 있게 된다. 이 행렬식을 단계적으로 풀어 나가는 과정은 다음과 같다.

먼저 다음의 S, T, U 행렬을 맨 마지막 단계, 즉 N단계로 부터 역순으로 매 단계에 대해 반복적으로 계산하여야 한다.

$$S(i) = C(i) + H^T(i)P(i+1)h(i) \tag{9}$$

$$T(i) = \vec{e}^T(i) + 2H^T(i)P(i+1)\vec{k}(i) + h^T(i)q^T(i+1) \tag{10}$$

$$U(i) = 2H^T(i)P(i+1)G(i) \tag{11}$$

$$P(i) = A(i) + G^T(i)P(i+1)G(i) - \frac{U^T(i)S^{-1}(i)U(i)}{4} \tag{12}$$

$$\vec{q}(i) = \vec{d}(i) + 2\vec{k}^T(i)P(i+1)G(i) + \vec{q}(i+1)G(i) - \frac{T^T(i)S^{-1}(i)U(i)}{2} \tag{13}$$

$$\vec{r}(i) = \vec{k}^T(i)P(i+1)\vec{k}(i) + \vec{q}(i+1)\vec{k}(i) + \vec{r}(i+1) - \frac{T^T(i)S^{-1}(i)T(i)}{4} \tag{14}$$

여기서 초기치는 $P(N) = L$, $\vec{q}(N) = \vec{w}$, $\vec{r}(N) = z$로 하고, L은 identity matrix, $\vec{w} = -2V_N^*$ (마지막 단계에서의 최적 저류량 vector)이다.

한편 $\vec{d}(i) = -2\ \vec{V}_i^*$로서 $\vec{V}_i^*$는 open loop policy로 계산된 최적 저수량 trajectory이며, $\vec{e}(i) = -2\ \vec{Q}_i^* \cdot \omega$로서 $\vec{Q}_i^*$는 역시 open loop policy에 의한 최적 방류량 vector이고, ω는 저수량과 방류량의 크기를 비슷한 정도로 조절하기 위한 임의의 가중치이다.

위의 과정으로 부터 closed loop policy를 다음과 같이 계산하였다.

$$\vec{y}(i) = -\frac{S^{-1}(i)[U(i)\vec{x}(i) + T(i)]}{2} \tag{15}$$

여기서 $\vec{x}(i)$는 i단계의 시지 저류량 vector이며, $\vec{y}(i)$가 바로 closed loop policy가 되는 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 최근에 다차원 저수지군 문제에 점차 그 활용도가 높아가고 있는 최적제어 이론을 (OCT) 이용한 최적화 모형으로 부터 도출된 open loop policy를 바탕으로 하여, Regulator 이론에 의해 소위 matrix Ricatti 방정식을 해석하므로서 실시간의 상태 변수 벡터에 따른 최적 closed loop policy, 즉 최적 운영율을 제시하는 시스템을 개발하므로서 저수지군 연계운영의 실시간 문제에 응용될 수 있도록 하였다.

이를 위하여 최적 제어 이론의 알고리즘을 도출하고 댐저수지 운영에 있어서의 목적함수를 유도하였으며, 이를 바탕으로 개발된 Hydro-Scheduling 모형과 동적 계획법에 의한 feedback control policy의 산정을 위한 시스템을 구축하였다.

5. 참고문헌

1. Dreyfus, S. E. and A. M. Law, 1977, The Art and Theory of Dynamic Programming, Academic Press, New York
2. Georgakakos, A. P., 1989, Extended linear quadratic gaussian control: Further extenxions, ***Water Resour. Res.***, 25(2), 191-201.
3. Georgakakos, A. P., and D. H. Marks, 1987, A new method for the real-time operation of reservoir systems, ***Water Resour. Res.***, 23(7), 1376-1390.
4. Grygier, T. C., and J. R. Stedinger, 1985, Algorithms for optimizing hydropower system operation, ***Water Resour. Res.***, 21(2), 114-122.
5. Labadie, J.W., et al., Editors, 1988, Proceeding of the 3rd Water Resources Operations Management Workshop, Computerized Decision Support Systems for Water Managers, ASCE, Fort Collins, CO, U.S.A., June 27-30.
6. Loucks, D. P., J. R. Stedinger and D. A. Haith, 1981, ***Water resource systems planning and analysis***. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
7. McLaughlin, D. and H. L. Velasco, 1990, Real-time control of a system of large hydropower reservoirs, ***Water Resour. Res.***, 26(4), 623-635.
8. apageorgiou, M., 1985, Optimal multireservoir network control by discrete maximum principle, ***Water Resour. Res.***, 21(2), 1824-1830.
9. Wasimi, S. A., and P. K. Kitanidis, 1983, Real-time forecasting and daily operation of a multireservoir system during floods by linear quadratic gaussian control, ***Water Resour. Res.***, 19(6), 1511-1522.
10. Young, Y. K., 1967, Finding reservoir operation rules, ***J. Hydr. Div.***, ASCE, 93(6), 297-321.