

복합곡면에서의 블렌딩 곡면생성에 관한 연구

김 종 열*
(전북대 대학원)

양 균 의
전북대 기계공학과)

< 요약 >

블렌딩을 하는 것은 모든제품의 다양한 형상을 얻이내는데 필수적이라 할 수 있다. 여기서는 블렌딩하는 방법에 있어서 형상의 변화가 쉽고 간결하게 할 수 있는 새로운 방법으로서 교차곡선을 구한 후 교차곡선을 따라가며 꼬이지 않는 평면을 설정하여 작업자에 의하여 주어지는 반경과 조정선의 위치를 조정하는 방법으로 블렌딩하는 방법을 제시한다. 본 논문에서는 자유곡면과 자유곡면의 블렌딩, 자유곡면과 다면체곡면의 블렌딩하는 방법을 제시를 한다.

1. 서론

요즘 제품들은 소비자의 요구를 충족시키면서 구매의욕을 유발시키고자 형상도 빠르게 변화하고 있다. 이러한 시점에서 볼 때 모델링의 형상구현에 있어서 신속함과 설계자의 의도를 충분히 반영하고 직접기공이 가능한 모델링이 필요시 되고 있다. 여러 개의 곡면이 서로 교차하게 될 때 이 부분에서 블렌딩은 필수적이라고 할 수 있다. 블렌딩에 있어서 필수적인 요인은 미학적인 측면에서 형상이 자유롭게 변할 수 있어야 하며, 역학적인 면에서 모자란 응력집중을 고려한 모델의 생성이 이야 하며, 생산적인 측면에서 보면 짧은 시간 안에 많은 형상을 손쉽게 다룰 수 있는 시스템의 개발이 요구되어진다고 말할 수 있다.

이러한 요인들을 만족시키기 위한 기존의 연구로는 솔리드 모델링에 있어서 일정한 반경의 크기를 가지고 블렌딩하는 방법[1], 자유곡면 모델링에서의 일정한 반경으로 블렌딩하는 방법[2], 형상의 표현에서 일관성을 부여하기 위하여 매개변수형태로서 두 곡면이 주어졌을 때 블렌딩의 곡면을 매개변수형태로 형상을 조정하기 위하여 반경과 점선의 크기를 변수로 하여 형상을 표현하는 방법[3]등 많은 연구들이 나와 있다.

본 논문에서 다루게 될 방법은 다음과 같다. 매개변수식으로 표현되는 두 자유곡면에서의 교차곡선 그리고 하나의 자유곡면과 다면체 곡면들과의 교차곡선을 구하고 형상의 자유로운 변화를 위하여 작업자에 의하여 주어지는 임의의 곡면과의 교차곡선을 구하거나 또는 교차점에서 두 곡면에 이르는 거리를 변수로 하여 얻어지는 점을 이용하여 Bernstein Polynomials에 의하여 블렌딩 곡면을 만드는 연구를 하였다. 본 논문에서 쓰이는 다면체곡면은 다각형이 정의되는 평면, 즉 이러한 평면들의 집합에 의하여 표현되는데 이러한 곡면도 또한 매개변수적

으로 표현이 가능하다. 블렌딩 곡면의 생성은 자유곡면과 자유곡면의 블렌딩 그리고 자유곡면과 다면체곡면의 블렌딩을 제시하고 있다. 생성되는 블렌딩 곡면은 기저곡면과 위치만족 및 가능한 한 접선만족을 할 수 있도록 하였으며 유일한 형상변화가 가능한 블렌딩 곡면을 연구하였다.

2. 복합곡면(Compound surface)의 생성

먼저 자유곡면은 3차원 측정기등을 통하여 얻어진 데이터를 Bezier표현식에 의하여 표현된다. 그리고 해석곡면은 다면체도형, quadratic도형, 그리고 $xy-plane$ 에 정의되는 2D곡선의 회전 또는 이동에 의하여 Bezier곡면으로 표현되는 도형으로 표현된다. 해석곡면은 boolean인산과 교차영역의 계산등을 통하여 얻고자 하는 형상의 표현이 가능하도록 하였다.

본 연구에서 복합곡면은 다음과 같이 생성된다. 자유곡면과 자유곡면(또는 2D곡선의 회전 또는 이동에 의하여 생성되는 곡면)의 결합에 의한 생성, 그리고 자유곡면과 해석곡면에 의하여 생성된다.

3절에서는 생성된 복합곡면에서 블렌딩을 하기위한 작업으로서 시작점, 교차곡선 및 rail곡선등을 찾는 방법이 제시되어 있다.

2-1 해석곡면의 표현

다면체도형은 점, 선, 면으로 이루어지며 이에 따르는 위상정보를 가지고 있어야 한다. 또한 선, 면의 개수 및 면의 법선벡터를 정보로서 저장하게 된다. Quadratic도형은 국부좌표계에서 방정식으로 정의되기 때문에 전체좌표계로의 변환작업이 필요하게 된다. 이러한 변환행렬의 정보를 가지고 있어야 한다. 다음은 2D곡선의 회전 또는 이동에 의하여 Bezier곡면으로 표현되는 도형으로 2D곡선은 open loop 이거나 closed loop일 수도 있다. 생성되는 방법은 다음과 같다. $xy-plane$ 에서 입력되어진 점군을 차례로 직선 또는 원호 등에 의하여 연결하여 기저곡선을 얻는다. 여기서 얻어지는 곡선을 도형의 기저곡선으로 정의하게 된다. 이러한 곡선을 정의된 방향으로 이동 또는 회전하여 생성되는 일련의 점들과 도형의 기저면과의 관계 즉 모서리와 면을 이루는 점들의 집합만을 도형의 구조체에 저장시키게 된다. 여기서 지정되는 정보는 다면체도형에 있어서 저장

형태를 가지게 된다.

다음의 Fig1은 위의 방법들에 의하여 생성된 것들이다.

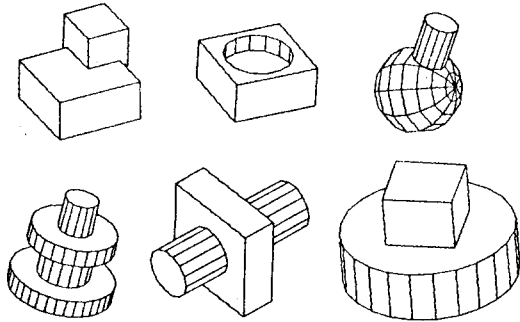


Fig1 다면체곡면의 표현

2-2 자유곡면의 표현

Rational B-spline곡면식은 Bezier나 B-spline곡면식도 표현가능할 뿐만 아니라 conic section을 정확하게 표현하며, 유연성(flexibility)을 가지고 있다. 또한 곡면형상에 있어서 weights를 수정하여 곡면수정 및 조작가능하기 때문에 여기서는 NURBS곡면 및 곡선식을 사용하였다. 또한 일어지는 교차점들을 보간하는데는 Bezier curve를 사용할 것이다.

다음은 rational B-spline 곡면식을 나타내고 있다.

$$Q(u, w) = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} h_{i,j} B_{i,k}(u) M_{j,l}(w)}{\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} h_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(w)}$$

where, $0 \leq u \leq n-k+2, 0 \leq v \leq m-l+2$

2-3 복합곡면의 생성

먼저 필요되어지는 곡면과 도형들을 위의 방법에 의하여 생성하여 곡면에서의 정보와 주어지는 형상정보(boolean 인산)를 이용하여 교차영역의 판별법과 교차점을 찾는 방법을 기저서 복합곡면을 생성하게 된다. 교차영역의 판별은 곡면의 최대최소영역의 비교에 의하여 이루어진다. 여기서 생성되어진 곡면 중 하나를 기저곡면으로 간주한다. 그 외의 곡면 또는 도형에 대하여 기저곡면과 어떠한 관계로 접속되는지를 형상정보에 저장하게 된다. 인어지는 정보들은 복합곡면만을 위하여 저장되어진다. 이미 계산되어진 값들을 이용하여 교차영역의 판별을 통하여 기저곡면의 영역에 속하는지의 여부를 결정한 후에 다면체도형의 경우 선,면의 방정식을 이용하여 교차점들을 찾게 된다. 교차점을 찾는 방법은 3-1절에 나와있다. 기저곡면에 다른 곡면을 더해지거나 빼는 경우에 있어서 교차하는 영역의 테이타의 선택은 형상정보를 통하여 가능하게 된다. 여러개의 다면체 도형의 결합은 하나의 새로운 다면체도형을 생성한다.

3. 복합곡면에서의 교차곡선찾기

교차점을 찾는 문제는 종종 모델링하는 과정에서 요구되어진다. 지금까지는 대수적인 방법, 해석적 즉 근사적인 방법, 분할방법이 사용되어졌다. 분할방법은 해석적인 접근에 있어서 자주 사용되어지는 방법으로 'divide and conquer'에 기초를 둔다. 또한 Look-Up Table; 또는 추적기법도 사용되었다. 추적기법의 기본 아이디어는 시작점을 찾은 후 교차곡선을 추적하기 위하여 marching method에 의하여 교차점을 찾는 것이다. 여기서 계산되어진 교차곡선은 실제값에 가까운 근사값일 뿐이다. 여기서는 추적기법을 이용하여 교차곡선을 구하게 된다. 교차곡선은 블렌드 곡면의 생성에 이용되어진 뿐만 아니라 다음과 같은 경우에도 쓰일 수 있다. 필렛곡면에서 날코로운 모서리를 원만하게 하는 경우에 쓰일 수 있으며, 은선치라 또는 ray tracing에도 쓰일 수 있으며, 또한 공간경로와 같은 실제적으로 의미가 있는 offset 곡선을 얻으려할 때 self-intersection를 구해야 하는 경우등에 쓰일 수 있다. 여기서 구해지는 교차곡선은 안내곡선(guiding line)으로서 쓰여진다.

3-1 SSI(Surface/Surface Intersection)

교차하는 두 곡면 S_1, S_2 가 하나의 교차곡선 C 을 갖는다고 하자. 첫번째 단계는 교차점으로 인정되는 시작점을 찾는 단계로 $norm(f(x_0) - g(y_0))$ 가 곡면들의 함수값, 미분값, 두 곡면의 교차각을 근거로해서 정의된 한계값보다 적다고 한다면 교차곡선의 시작점으로 인정되는 것이다[4][5]. 두번째 단계는 추적기법을 이용하여 수행된다[6]. 추적은 이미 구해진 시작점을 가지고 교차곡선을 찾아가는 방법으로 이러한 점들을 stepping하여 일련의 점을 교차곡선상에서나 교차곡선 근처에서 찾아낸다. 여기서 사용되는 방법은 선형 보간법에 의한다. Stepping의 진행방향은 그 곡면의 위치의 미분기하학에 의해 결정된 방향이다. 이 방법은 곡면의 함수의 형태에 제한을 받지 않는다. 세번째 단계는 선형보간법에 의해 구한 곡선부분에 있는 근사 점들을 교차곡선상에 보내어 실제 곡선에 더 가까이 놓는 point refinement 단계이다. 네번째 단계는 얻어진 점들을 보간하여 곡선 C 을 만든다. 보간점들간의 요동을 방지하기 위하여 보간곡선에 tension이 적용되어야 한다. 여기서 사용되는 방법은 위치가 연속적이고 임의의 점에서 1차 미분가능한 곡면이면 모두 적용할 수 있다.

3-2 시작점 찾기

곡면 f, g 를 $f=F(D), g=G(D)$ 라 하자. f, g 은 2차 미분 가능 함수이다. D 은 정의구역의 범위라 여기서는 $[0, 1] \times [0, 1]$ 이다. 먼저 각 곡면을 n 개의 격자로 나누었을 때 각 곡면의 격자점들의 집합인 G_0 을 구한다. D 에 속하면서 $f(x^*) = g(y^*)$ 을 만족하는 실제값 x^*, y^* 가 존재할 때, 시작점 x_0, y_0 를 $f(x_0) - g(y_0)$ 가 최소의 norm을 가지는 각각의 영역의 미세한 격자로부터 선택하게 된다. $f(x_0), g(y_0)$ 의 점평면의 교차각을 고려한 다음과 같은 방법으로 더욱 정확한 값

3-5 추적

추적에서 첫번째 단계는 3-2-1에서 구한 시작점들의 정의 구역 값(매개변수의 값)을 얻는 것이다.

첫 추적점 G 은 교차곡선을 따라 만들어져야 한다. 만약 추적점 G가 스텝 크기 δ 이고 현재 시작점에서 교차 곡선의 접선방향으로 위치해 있다면 G점의 위치는 다음과 같다. δ 은 2.2.3에서 구한 근사곡률의 역수이다.

$$G = f \pm \delta(m \times n) / |m \times n| \quad (4)$$

식(4)에서 부호는 추적방향용 의미한다. 여기서 곡면의 m, n 은 단위 법선 vector이다. 다음 단계는 추적점 G에 대한 정의 구역 값을 Jacobian inverting하여 구하는 것이다. 그 결과는 초기 정의구역 값인데 교차 곡선상에서 다음 SSI점을 찾을때 사용된다. 교차곡선에 가까운 점인 수정된 추적점 G'가 두 곡면상의 접평면의 교차선을 내분하는 점으로 얻어진다. 두 접평면의 교차선을 1:1로 내분하는점을 구하는 식은 다음과 같다. 이 식은 (2)로 두 접평면의 교차선과 수직 평면이 교차선의 중앙에서 교차하는 점이다.

$$G = (G_1 + G_2) / 2$$

$$= \frac{f \pm g}{2} + \frac{1}{2} \left[n \cdot \frac{(g-f)}{n \cdot a} a + \frac{m \cdot (f-g)}{m \cdot b} b \right] \quad (5)$$

m, n은 f, g의 단위 법선 vector이다.

$$a = m \times (m \times n), \quad b = n \times (m \times n)$$

이렇게 진행되는 추적은 다음의 종료 조건 중 하나라도 만나면 종료한다.

- ① 추적이 처음 시작점과 만날 때
- ② 추적에서 구해진 정의구역값 쌍이 한계치를 벗어날 때

만약에 종료 조건 ①의 경우이면 교차곡선은 폐곡선이 된다. 그렇지 않으면 개곡선 교차곡선을 얻게 된다.

4. 복합곡면에서의 blending 곡면의 생성

블렌딩은 교차하는 두 곡면 또는 교차하지 않는 두 곡면간의 부드러운 연결로 정의된다.

본 논문에서 블렌딩곡면의 생성은 rail curve(접촉곡선)와 접촉곡선에서의 end-tangent를 구하여 shapeness를 조정하는 변수에 의하여 블렌딩하는 방법을 사용하고 있다. 여기서 구해지는 접촉곡선은 형상의 민화를 가능하게 하며 다음과 같이 구해질 수 있다. 먼저 찾아진 교차곡선의 교차점들을 2차원 평면상에 선행적으로 전개시켜 한축의 구간을 만들고, 교차점에서 접촉곡선까지의 최대거리를 다른 축의 구간으로 하는 정의역물가지는 평면상에 사용지에 의하여 주어지는 점들을 Bezier곡선

식에 의하여 보간을 한다. 여기서 주어지는 점들은 교차점과 접촉곡선과의 거리를 의미하고 있다. 이 구간의 시작점에서 교차점과 거리(d_1, d_2)를 구하여 교차하는 점에서의 두 곡면 S_1, S_2 의 법선벡터를 구하여 만들어지는 평면과 두 곡면의 접선벡터를 이 평면에 위치시킴으로서 만들어지는 블렌딩곡면은 꼬임을 피할 수 있게 된다. 교차점에서 접선벡터를 따라가면서 거리가 d_1, d_2 인 점에서 두 곡면에 투영된 점들을 접촉곡선상의 점으로 사용을 하게 된다. 이러한 과정을 정의된 구간안에서 일정한 간격만큼씩 따라가면서 반복하여 두 곡면상에 존재하는 접촉점들을 Bezier곡선식에 의하여 보간하여 접촉곡선을 얻게 된다(Fig4 참조). 따라서 접촉곡선을 찾는 tracing방향도 정의되는 구간에서 세워지는 평면상에서 이루어지므로 tracing을 할 필요가 없어지게 된다.

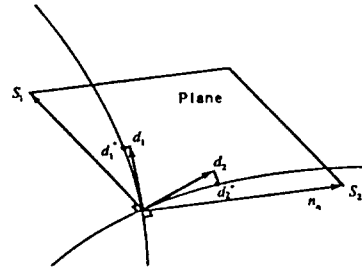
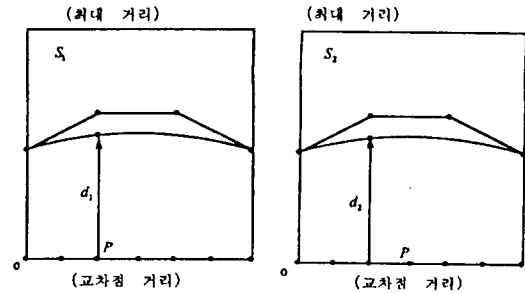


Fig4 두 곡면에서의 rail curve 찾기



다음은 두 지지곡면이 지어도 1차 미분가능한 곡면이므로 지지곡면과 블렌딩곡면과의 GC¹인속성을 가능하게 하는 방법으로서 두 접촉곡선상의 end-tangent를 조정을 하여야만 한다. 이러한 조정은 결국 형상에 있어서 shapeness를 조정하는 결과를 가져오게 된다. 그러나 end-tangent의 크기가 너무 크게 되면 블렌딩의 단면형상은 루프를 형성하게 되므로 여기에 따르는 제한조건도 포함되어야 할 것이다. End-tangent를 조정하는 방법과 여기에 따르는 제한조건은 다음과 같다.

두 곡면상의 접촉곡선을 A(w), B(w) 그리고 교차곡선을 L(w)라 한 때 임의의 w값에서 두 접촉곡선상의 접촉점을 Ta, Tb 그리고 교차곡선상의 점 Tc라 하자. 점 Ta와 Tb를 잇는 선분을 이등분하는 점을 Td라 하고 Td와 교차점 Tc를 연결하는 선분을 따라가며 주어지는 변수 K에 의하여 Tk점을 얻는다. 여기서 얻어지는 모든 점들은 Tc에서 두 곡면상의 법선벡터에 의하여 주어지는 평면에 존재하게 된다. Ta와 Tb를 잇는 선분을 L(m), Tb와 Tk를 잇는 선분을 L(n)이라 했을 때, Tb점에서의 접선벡터의 방향은 L(n)의 직선을 따라가는 방향으로 정의가 된다. 그리고 접선벡터의 크기 n의 값에 의하여 점 Tn을 얻는다. Ta에서도 Tb와 마찬가지로의 방법에 의하여 변수 p에 의하여 점 Tp를 얻게 된다(Fig5 참조). 단 여기서

