

초고속 원심분리기의 회전시스템에 대한 동적 설계기술 연구

(Dynamic design of rotor system for a high-speed centrifuge)

박 종 권(한국기계연구원)
J. K. Park (KIMM)

Key words : 상대원심력(Relative centrifugal force, RCF), 고유치(Eigenvalue), 불균형응답(Unbalance response), 주파수응답(Frequency response), 고유진동수(Whirl speed), 전진/후진입계속도(Forward/backward speed), 탄성회전축(Finite flexible shaft)

1. 서 론

원심분리기는 용액속에 있는 물질을 크기와 밀도 및 모양의 차이를 이용하여 용액으로부터 분리,정제 및 순화하는 과학기계이며 처리량의 규모에 따라 공업용과 실험실용으로 분류된다. 공업용은 처리량이 많은 반면 실험실용은 처리량이 적으나 분리효과가 좋은 특징을 갖고며 회전속도에 의해 저속,고속 및 초고속의 원심기로 나누어 진다. 초고속 원심분리기는 최초(30년대)에 침전계수의 측정을 목적으로 연구개발을 시작하였다.이의 용도에서 사용되는 초고속원심기를 분석용 초고속원심기라 부르나 이는 50년대 이후에 점차적으로 기술적 발전을 가져와 미소물질 분리를 위한 분리용 초고속원심기로 변천이 되어 생물학분야 이외에 항공기,선박,고속철도,석유탐지,원자력,섬유공업과 반도체등 여러분야에 이용이 되고 있다. 일반적으로 생물시료의 분리방법으로는 주로 전기영동, 크로마토그래피(Chromatography)와 원심분리법이 있으나 그들은 각기 분리원리가 다른 특징을 갖고 있고 이중에 원심분리법은 그의 분리시간이 짧고 분리량이 많으며 또한 신뢰성이 높으므로 현재 각 분야의 과학연구와 공업생산에 널리 활용이 되고 있다. 여기서 원심분리기는 분리능력의 향상을 위해 회전속도가 초고속화 되어가고 있으며 세계적인 추세를 볼때 80년대의 80,000(RCF 70,000g)rpm에서 최근에는 미국의 Beckman社에서 90,000(RCF 90,000g) rpm급 이상의 원심분리기가 상품화되어 나오고 있는 상황이다.특히 바이러스(Virus)를 분해하기 위한 분자생물학적 전지에서 상대원심력(Relative centrifugal force, RCF)의 필요수치는 Rotor의 회전반경을 약100mm로 할 경우 약(10~70만)g이며 이는 30,000~80,000rpm이 되나 대개의 경우 고분자 분해용으로서 60,000~80,000rpm이 주로 이용된다.^[1]

따라서 본 연구는 60,000rpm급의 원심분리기를 설계하

는 것에 목적을 두고 이중에 회전Rotor시스템이 갖는 동역학적 특성을 이론 및 실험적측면에서 분석하고 평가하여 고속영역에서 안정화가 유지되도록 하는 것에 주안점을 두어 수행하였다.

2. 초고속Rotor시스템의 동적설계

원심분리기의 초고속 회전Rotor에 대한 동적설계는 축계의 입계속도해석, 불균형응답해석 등을 통한 고속축계의 동적안정성에 있다. 그러므로 초고속Rotor시스템에 대한 동특성해석을 위해 우선 축계의 운동방정식을 유도하면 회전축-베어링계에 대한 유한요소모델은 3개의 요소, 즉 탄성회전축(finite flexible shaft), 강성회전로터(rigid rotor), 그리고 베어링(bearing)의 조합으로 표현할 수 있으며 여기에 전단변형 및 축내부 감쇠를 무시하고 3가지 요소방정식을 적절히 조합하면 회전축 전체시스템에 대한 운동방정식은 다음과 같이 나타내진다.^[2]

$$M^{**} \ddot{q} + (C^b(\omega) + \Omega G^{**}) \dot{q} + (K' + K^b(\omega))q = f(t) \quad (1)$$

$$q = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_y \\ f_z \end{bmatrix}$$

여기서 q, f 는 각각 전체 좌표벡터와 그좌표에 대응되는 힘벡터를 나타내며 y 와 z 는 각각 y 방향과 z 방향의 절점좌표를, 그리고 f_y 와 f_z 는 y 와 z 에 대응되는 힘벡터를 나타낸다. 회전속도 종속성을 갖는 베어링 감쇠 및 강성행렬인 $C^b(\omega), K^b(\omega)$ 는 모두 일반적으로 비대칭인 동시에 비정치(Indefinite)이고 대칭성을 갖는 질량 및 축강성행렬 M^{**}, K' 는 각각 양정치(Positive definite)와 반

양정치(Positive semi-definite)이며 자이로 행렬 G^{**d} 는 교대행렬(Skew symmetric)이다. 이와같은 행렬들은 절점의 수가 N개이면 $4N \times 4N$ 의 차수를 갖게 된다. 또한 질량 행렬과 자이로 행렬을 부분행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$M^{**d} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad G^{**d} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ G & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

그리고 감쇠와 강성행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C^b = \begin{bmatrix} C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad K^b = \begin{bmatrix} K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad K' = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 부분행렬 M, G 및 K는 대칭이다.

2-2. 회전축계의 동적특성 해석방법

2-2-1 회전축계의 임계속도 해석

회전체의 회전속도와 회전축계의 고유진동수가 일치할 때를 임계속도라 한다. 임계속도는 특히 회전체의 불균형에 의한 진동값이 회전속도와 일치하는 가진주파수에 대해 큰 응답이 나타나는 곳이며 Rotor와 같이 큰 질량의 회전체가 빠른 속도로 회전할 때에는 매우 중요한 특성이 된다. 여기서 회전축계의 임계속도해석을 위해서는 복소좌표계를 이용하는 것이 편리하므로 식(4)와 같이 복소변위, 복소 힘벡터를 정의한후 식(1)에 적용시키면 회전축계는 복소 운동방정식으로 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p = y + jz, \quad F = f_y + jf_z \quad (4)$$

$$M\ddot{p} - j\Omega G\dot{p} + C\dot{p} + C_b\dot{p} + Kp + K_f p + K_b p = F \quad (5)$$

여기서 하첨자 f 와 b 는 각각 forward 및 backward 를 그리고 '-' 는 공액복소수를 의미한다. 그리고 대각인 복소 배어링 감쇠 및 강성 행렬은 다음과 같다.

$$C_f = \frac{1}{2}(C_{yy} + C_{zz} - j(C_{yz} - C_{zy}))$$

$$C_b = \frac{1}{2}(C_{yy} - C_{zz} + j(C_{yz} + C_{zy})) \quad (6)$$

$$K_f = \frac{1}{2}(K_{yy} + K_{zz} - j(K_{yz} - K_{zy}))$$

$$K_b = \frac{1}{2}(K_{yy} - K_{zz} + j(K_{yz} + K_{zy}))$$

특히 본 연구의 축계에서와 같이 구름베어링으로 사용될 때는 그 특성이 모든 방향으로 비슷하고 회전속도에 대

해서도 큰 변화를 보이지 않으면서 감쇠도 적으므로 임계속도를 결정하는데는 식(5)를 다음과 같이 근사화된 제차식(Homogenous equation)으로 고려할 수 있다.

$$M\ddot{p} - j\Omega G\dot{p} + Kp + K_b p = 0 \quad (7)$$

여기서 구름베어링의 등방성조건(Isotropic)에 따라 $K_o = K_{yy} = K_{zz}$ 이다. 그러므로 회전방향과 같은 방향으로 진동하는 임계속도를 결정하기 위해

$$p = p_o e^{j\Omega t} \quad (8)$$

라 하면 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$[-(M - G)\Omega^2 + K + K_o]p_o = 0 \quad (9)$$

또한 회전방향과 반대방향으로 진동하는 임계속도를 결정하기 위해

$$p = p_o e^{-j\Omega t} \quad (10)$$

라 하면 역시 다음과 같은 운동방정식을 얻게 된다.

$$[-(M + G)\Omega^2 + K + K_o]p_o = 0 \quad (11)$$

따라서 식(9) 및 식(11)은 고유치 문제로 귀착이 되므로 이것을 풀게 되면 각각 전진임계속도(Forward critical speed), 그리고 후진임계속도(Backward critical speed)와 그 진동형상(Mode shape)을 얻을 수 있다.

2-2-2 회전축계의 고유치 해석

회전축계의 일반적인 고유치 해석을 위해서는 식(1)를 다음과 같이 다시 표현한다. 즉

$$A \dot{Q} + B Q = 0 \quad (12)$$

여기서 $Q = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix}$ 이라 정의되며 A, B 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M^{**d} \\ M^{**d} & (C^b(\Omega) + \Omega G^{**d}) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M^{**d} & 0 \\ 0 & (K' + K^b(\Omega)) \end{bmatrix} \quad (13)$$

식(12)에 의해 유도되는 고유치 문제는 다음과 같다.

$$[\lambda A + B] Q_o = 0 \quad (14)$$

일반적으로 회전축계는 자이로스코프 효과나 베어링 특

성 등으로 인해 회전속도에 따라 특성이 달라진다. 즉, 회전속도가 변화하면 회전축-베어링계 자체의 고유진동수가 변하게 된다. 따라서 회전기계의 특성을 정확히 이해하기 위해서는 일반적으로 Campbell 선도로 알려져 있는 그림을 그리는 것이 유용하다.^[3] Campbell 선도란 회전속도를 변화시키면서 고유진동수를 구하여 회전속도를 가로축으로 고유진동수(Whirl Speed 라고도 함)를 세로축으로 하여 그린 그림이다. 이와같은 그림을 그리면 회전기계에서 발생할 수 있는 여러가지 잠재적인 진동요인별로 공진여부를 검토할 수 있다. 예컨대 Campbell 선도를 그리고 회전속도와 고유진동수가 일치하는 선 대각선을 그으면 실제로 임계속도를 결정할 수 있다.

2-2-3 회전축계의 불균형 응답 해석

불균형응답해석은 회전체베어링계의 강제진동해석에 있어 가장 핵심적인 분야 중의 하나로서 진동의 진단이나 밸런싱 그리고 매개변수 규명 등에 유용하게 활용되고 있다. 여기서는 운동방정식으로 부터 불균형응답을 구하는 식을 구하도록 한다. 일반적으로 불균형에 의한 진동응답을 계산하기 위해 외력과 응답을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = W \Omega^2 e^{j\Omega t}, \quad q = q_0 e^{j\Omega t} \quad (15)$$

여기서 불균형 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$W = [w_{y1} \ 0 \ w_{y2} \ 0 \ \dots \ w_{yn} \ 0 \ -jw_{z1} \ 0 \ -jw_{z2} \ 0 \ \dots \ -jw_{zn} \ 0] \quad (16)$$

위식을 식(1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$[-\Omega^2 M^{***d} + j\Omega(C^b(\Omega) + \Omega G^{**d}) + (K' + K^b(\Omega))]q_0 = W\Omega^2 \quad (17)$$

또는

$$q_0 = [-\Omega^2 M^{***d} + j\Omega(C^b(\Omega) + \Omega G^{**d}) + (K' + K^b(\Omega))]^{-1} W\Omega^2 \quad (18)$$

따라서 식(18)을 이용하게 되면 임의의 절점위치에 불균형들이 놓일 때의 진동을 계산할 수 있게 된다.

2-3 Rotor시스템의 유한요소해석

상기의 이론을 토대로 원심분리기의 고속 회전Rotor시스템에 대한 유한요소해석을 하면 다음과 같다. 즉 축계의 해석시스템은 Fig.(1)과 같으며 이를 Fig.(2)와 같이 유한요소로 모델링한후 Rotor시스템에 대한 Table(1)의 입력정보를 이용하여 해석을 수행하였다.

따라서 해석결과 Rotor시스템의 정지시 고유진동수는 Table(2)와 같이 나타났고 회전중에 따른 축계의 임계속도

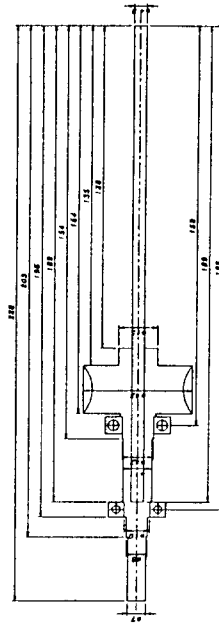


Fig.(1) 원심분리기의 회전축계

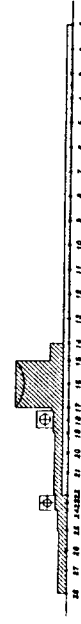


Fig.(2) 원심분리기 회전축계의 유한요소모델

Table(1) 회전축계의 유한요소모델에 대한 입력정보

항 목	입력DATA	비 고	
Elastic Module(E) (N/m ²)	2.10E +11	Shaft(50CrV)	
Poisson's Ratio(v)	0.3	"	
Density(ρ), (Kg/m ³)	7800	"	
베어링 강성 (N/m)	18-Node	4.56E +7	Isotropic
	23-Node	3.80E +7	"
Rotor의 설계 치수	Mass (Kg)	6.95	Location : Node No.1
	PMI(J _d) (Kg-m ²)	0.030240	Diametral mass moment of inertia
	PMI(J _p) (Kg-m ²)	0.024736	Polar mass moment of inertia

는 Table(3)과 같이 나타났다.

Table(2) 회전축계의 고유진동수(Hz)

Mode	1	2	3	4	5
고유진동수 (Hz)	4.07	15.22	1049.86	1469.60	3550.0

Table(3) 수평축 주축계의 임계속도(rpm)

Mode	1	2	3	4	5
Forward Mode	332.78	1720.0	68340.0	92460.0	216000
Backward Mode	209.48	789.90	60500.0	85655.5	201000

여기서 볼때 상용회전수(60,000 rpm)범위내에서 존재하는 회전축계의 임계속도는 저속영역에 위치하고 있기 때문에 상용회전수에 도달하는중 발생하는 진동에너지는 작아 본 설계모델은 동적안정성이 유지될 수 있음을 알 수 있다. 한편 본 회전축계에 대한 Campbell 선도는 Fig.(3)과 같이 나타낼 수 있으며 이를 관찰할때 회전축계가 정지해 있을때는 하나의 고유진동수로 되어 있는 것이 회전속도가 증가함에 따라 두개로 갈라지는 현상(split)을 볼 수 있다. 그리고 회전속도의 증가에 따라 그래프가 점차적으로 낮아지는 경향을 관찰할 수 있으며 이때의 경우는 후진고유진동수(Backward whirl speed)가 되고 점차 높아지는 경우에는 전진고유진동수(Forward whirl speed)가 된다. 이와 같이 전진,후진 고유진동수로 분리되는 것은 회전체의 자이로스코프 효과 때문에 나타난 것으로서 이 현상은 회전속도가 커짐에 따라 그 효과는 더욱 커지게 된다. Campbell선도로부터 회전속도와 고유진동수가 일치할때의 고유진동수를 찾으면 축계의 임계속도가 되는데 이는 Table(3)에서 결정한 것과 동일한 결과가 된다. 그러므로 축계의 고유진동수는 Rotor의 회전속도보다 크도록 설계하는 것이 안정된 설계라 할 수 있다.

특히 진동형상을 관찰해 보면 임계속도가 높아질수록 진동의 절점(Nodal point)은 Rotor의 질량중심에 위치되고 있는 것을 볼 수 있으며 이는 고속영역에서 축계가 임계속도에 도달된다 해도 원심분리하는 시료의 형태는 계속하여 안정화가 유지될 수 있음을 나타낸다. 한편 회전축계에 대한 고속회전(60,000rpm)중에서의 불균형응답(Unbalance response)상태를 해석해보면 역시 임계속도와 같은 결과를 얻을 수 있다. Fig.(5)는 고속회전중 나타나는 불균형응답상태를 저주파영역에 대해서 보여준다.

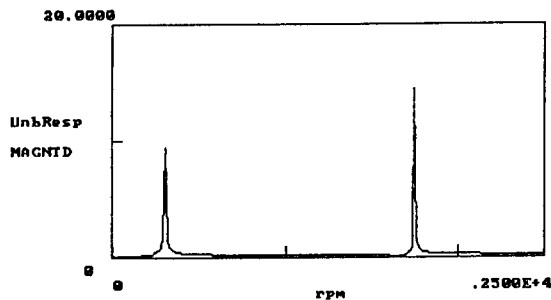


Fig.(5) 60,000rpm에서 축계의 불균형응답상태 (301.5rpm, 1746rpm)

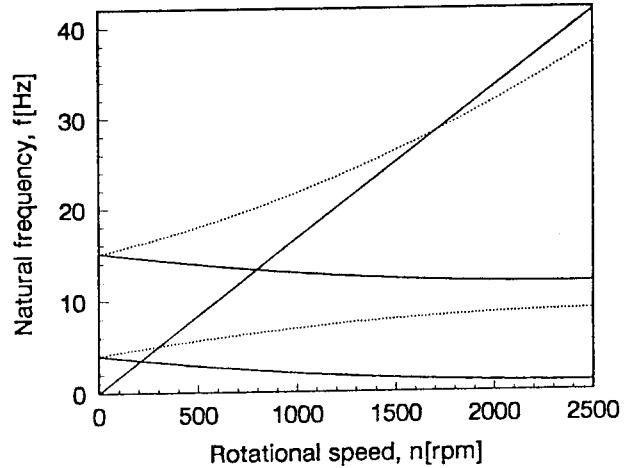


Fig.(3) 고속축계의 회전속도에 대한 Campbell Diagram

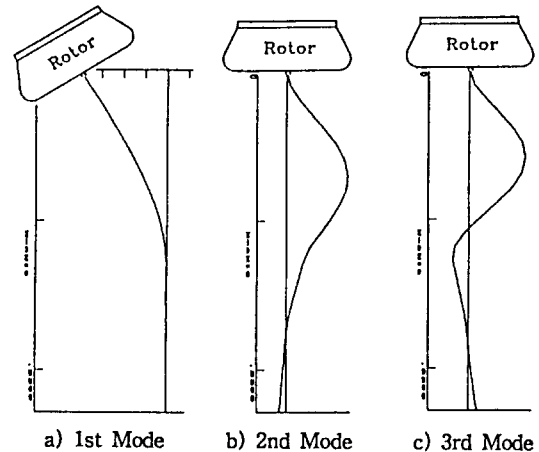


Fig.(4) Rotor시스템의 Forward Mode에 대한 진동형태(축계의 임계속도)

3. 실험

3-1. 실험장치 구성

초고속 원심분리기에 대한 실험장치는 Rotor(직경 200mm)와 챔버 및 구동부로 구성하였다. 여기서 구동부는 5Kg/Cm²의 압축공기로 터빈을 구동시킨후 이에 직결된 유연축(50CrV, 직경4.8mm)이 고속으로 회전함에 따라 Fig.(6)과 같이 유연축 상부끝단에 조립된 Rotor가 고속으로 회전운동이 되도록 하였다. 또한 구동부와 몸체부 사이에는 Damper를 부착하여 구동부에서 발생하는 진동이 몸

체부를 통한 Rotor의 진공챔버로 전달되는 것을 방지 되도록 하여 진공상태가 일정히 유지되도록 하였다. 여기서 Damper는 구동요소로부터 전달되는 가진주파수의 종류에 따라 고효율로 절연될 수 있어야 하므로 Damper시스템의 고유진동수는 항상 조절이 용이 하도록 부가질량(Mass)을 설치하였다. Fig.(7)은 Air터빈 구동부와 방진장치를 나타낸다.

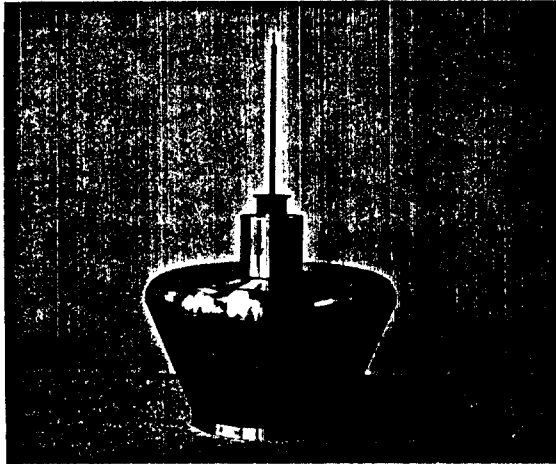


Fig.(6) 유연축에 조립된 Rotor

특히 챔버속의 Rotor가 고속회전을 할때는 회전중 표면에서 발생하는 공기마찰이 저항력을 가져오므로 챔버내부는 진공상태가 일정히 유지되어야 한다.⁽⁴⁾ 따라서 Fig.(8)은 원심분리기의 실험용모델을 나타낸다.

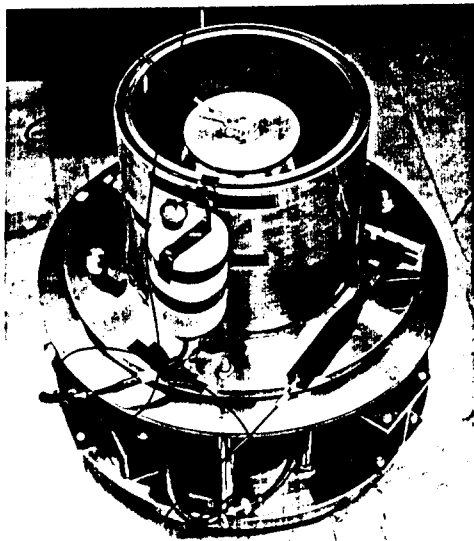


Fig.(8) 초고속 원심분리기의 실험용모델

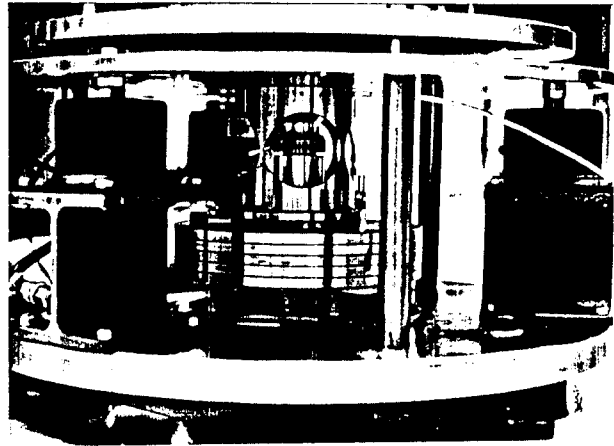
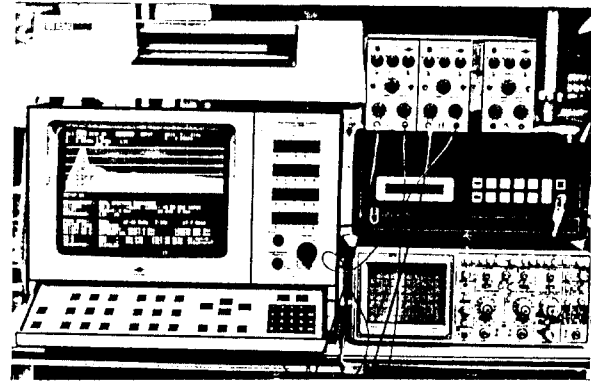
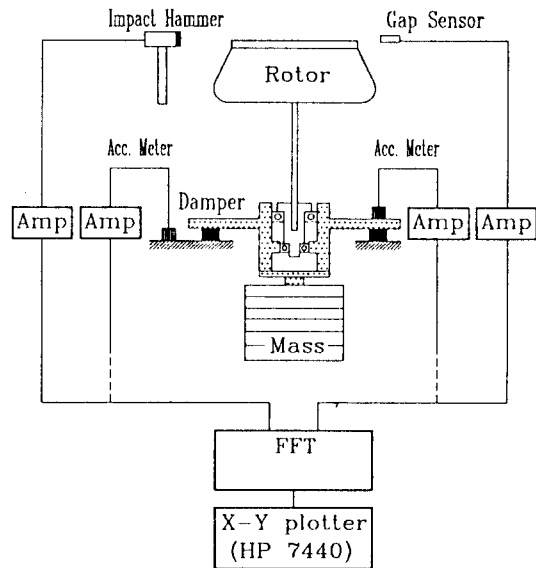


Fig.(7) 구동부와 방진장치



(a) 분석장비



(b) 측정시스템 구성

Fig.(9) 초고속 원심분리기의 동특성 실험장치

그리고 원심분리기의 실험용모델에 대해 Fig.(9)와 같이 실험장치를 구성하여 회전Rotor시스템의 고유진동수와 구동부의 Damper시스템에 대한 고유진동수를 측정하고 고속 회전중에 축계의 진동상태를 측정하였다.

3-2. 실험결과

설계된 실험용 원심분리기에 대한 동특성을 측정된 결과 정지시의 Rotor시스템에 대한 1차 고유진동수는 Fig.(10)과 같이 4.43Hz로 나타났으며 이는 이론적 해석 결과인 4.07Hz와 잘 일치됨을 알 수 있다.

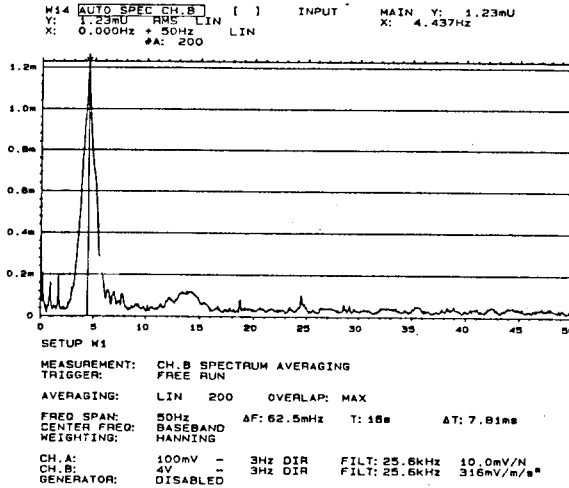


Fig.(10) Rotor시스템의 고유진동수 측정결과(4.43Hz)

또한 Damper에 전달될 수 있는 가진주파수가 Rotor가 60,000rpm으로 구동되는 경우로 가정하여 설계된 방진 시스템의 고유진동수는 Fig.(11)과 같이 25.75Hz로 측정

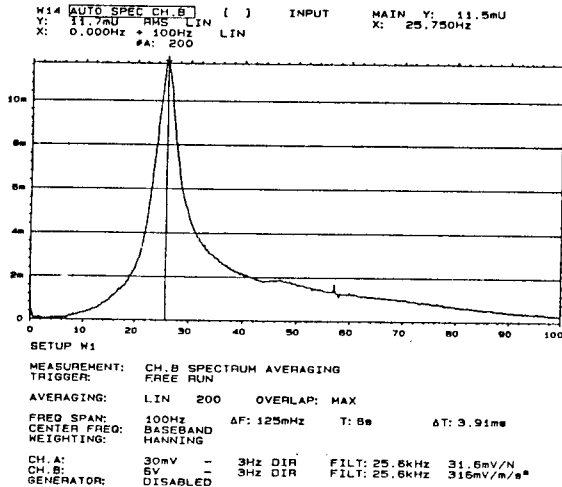


Fig.(11) Damper시스템의 고유진동수(25.75Hz)

되었으며 이는 방진장치의 절연율(I)을 나타내는 식(19)에 의해 고찰해 볼때 약99.9%의 방진효율을 기대할 수 있게 된다.^[5] 한편 Damper하부에 부착된 부가질량(Mass)의 무게를 조절함에 의해 방진효율은 변경이 가능 하다.

$$I = 100 \left\{ 1 - \frac{1}{\left(\frac{f}{f_n}\right)^2 - 1} \right\} \quad (19)$$

4. 결 론

본 연구의 수행결과 아래와 같은 결론을 얻었다.

- 1) 초고속 원심분리기의 회전축계에 대한 동적설계는 탄성 회전축, 강성회전로터, 구름베어링의 3요소를 조합하여 시스템방정식을 유도한 해석결과를 통하여 이루어졌다.
 - o. 설계모델은 60,000rpm(RCF 약400,000g)급을 기준으로 하였으며 설계모델에 대한 해석결과 고유진동수는 사용 회전수 구간에서 낮고 임계속도도 저속영역에 위치하고 있어 본 시스템은 동적안정성이 유지될 수 있음이 확인 되었다.
 - o. 임계속도에 대한 진동모우드를 관찰해 보면 임계속도가 증가할 수록 진동의 절점(Nodal point)은 Rotor의 질량 중심에 위치되고 있는 경향을 보이고 있으며 이에의해 회전축계가 임계속도에 도달한다 해도 시료는 안정된 상태에서 원심분리가 가능하다.
- 2) 따라서 본 연구에서 수행된 제반 동적설계기술은 본 연구모델보다 높은 회전속도의 초고속 원심분리기에 대한 설계기술로도 활용 가능하며 이밖에 공작기계 및 항공기의 고속스핀들 등 유연축을 지닌 기계류의 탄성축계 설계기술에도 응용가능하므로 본 연구의 활용 범위는 넓다 하겠다.

참 고 문 헌

- (1) G.D.Birnie and D.Rickwood, "Centrifugal Separations in Molecular and Cell Biology", Butterworth & Co. Ltd, 1978
- (2) Hong, S. W., " Identification of Bearing Dynamic Coefficients by Unbalance Response Measurements in Rotor Bearing System," Ph.D. Thesis, KAIST, November, 1988.
- (3) Prohl, M. A., " A General Method for Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors ", Trans. ASME, J.of Appl. Mech., Vol.12, No.3, Sept. 1945,pp142-148
- (4) 丁占繁, 王正, "超速離心機的動力學特徵", 中國 清華大學 工程力學系, 1987
- (5) Daniel B. Debra, " Vibration Isolation ", ASPE Conference, Atlanta, GA, USA, October, 1988