

이축 변동하중하에서의 피로수명 예측기법에 관한연구

The Study on Fatigue Life Prediction under Biaxial Variable Load

오 세 종\*, 이 현 우\*\*, 전 제 준\*\*\*

\* : 부산대학원

\*\* : 부산대 정밀기계과

\*\*\* : 국방과학연구소

Abstract

Fatigue life prediction under multi-axial variable load were performed for Aluminium 7075-T651 alloy using SAE Notched specimen & Torque tube shaft component specimen. When variable multiaxial load is applied to material, maximum damaged plane(critical plane) change. To clarify the situation, experiment is performed on two different changing load path.

For multiaxial fatigue life prediction, miner rule is expanded to critical plane theory. Shear based parameter and Elliptical parameter give better correlation. This suggests that miner rule can be applicable on multi-axial variable load.

$\Delta\epsilon/2$ : Total strain amplitude	$\sigma_N$ : notch stress
$\Delta\epsilon_e/2$ : Elastic strain amplitude	$\epsilon_N$ : notch elastic-plastic strain from Neuber
$\Delta\epsilon_p/2$ : Plastic strain amplitude	E : Elastic Modulus
$\Delta\sigma_p/2$ : Plastic stress amplitude	$K'$ : cyclic strain hardening coefficient
$\sigma_f', b$ : Fatigue Strength Coefficient & Exponent	$n'$ : cyclic strain hardening exponent
$\epsilon_f', c$ : Fatigue Ductility & Exponent	$\sigma_p$ : Glinka notch stress estimation
$S_{nom}$ : nominal stress at notch location	$\epsilon_p$ : Glinka notch strain estimation
$e_{nom}$ : nominal strain at notch location	$C_{NBMK}$ :Fully-reversed axially loaded fatigue BMK equivalent strength at the desired life
2Nf : Reversals to failure	$C_{NMF}$ :Fully-reversed axially loaded fatigue modified elliptical equivalent strength at the desired life
$K_T$ : Stress concentration factor	

1. 서론

반복하중에 의한 피로파손은 운전중 일어나는 기계적인 파손의 대부분을 차지한다. 크랭크축, 프로펠러축 등과 같은 기계부품들은 굽힘과 인장, 비틀림을 동시에 받는 2축 이상의 하중상태에 놓여 있기 때문에 신뢰성있는 수명예측 과 구조물의 경량화를 위하여는 다축응력상태 하에서의 피로거동에 대한 해석이 필요하다.

2축응력상태에서의 피로거동은 하중들의 상호작용 및 위상차에 따라 주 손상면이 변동하기 때문에 해석에 많은 어려움을 준다. 따라서 다축응력상태에서 폭 넓게 적용이 가능한 이론은 정립되지 못한 상태이며, 실제구조물에 적용한 예도 흔치않다.

본 연구에서는 하중방향이 변동하는 경우의 누적손상

을 평가하기 위하여 노치가 있는 SAE시편의 손상을 예측하고 실험하였다. 2축응력하에서의 실제 구조물에 대한 손상예측을 단축상태에 적용되어온 기존의 Miner Damage Rule을 변형하여 적용하는 방법을 임계평면 이론을 도입하여 연구하였다.

2. 이론

2.1 저차이클피로

2.1.1 단축 저차이클 피로 변형률-수명 곡선

단순인장하에서의 변형률-수명 곡선의 기본식은 Basquin의 탄성 거동식<sup>1)</sup>과 Coffin - Manson의 소성 거동식의 합으로 다음의 식(1)과 같이 표시된다.

$$\Delta\epsilon/2 = \Delta\epsilon_e/2 + \Delta\epsilon_p/2$$

$$= \sigma_f'(2N_f)^b + \epsilon_f'(2N_f)^c \quad (1)$$

Al7075-T651의 단순인장 및 사이클릭 저사이클 피로 특성치는 각각 Table 1, 2와 같고, 이는 실험결과로부터 구한 값이다.

Table.1 Mechanical Properties

Material	Al.7075-T651
Young's Modulus E	74700 MPa
Poisson's ratio $\nu$	0.33
Yield strength $\sigma_y$	410 MPa
Yield strain $\epsilon_y$	0.0074

Table.2 Low Cycle Fatigue Coefficients & Exponents

Material : Al7075-T651		
Axial	E	74700
	$\sigma_f'$	1165.47
	b	-0.1355
	$\epsilon_f'$	0.2909
	c	-0.6681
Cyclic strain hardening properties		
	$K'$	530
	$n'$	0.0333

### 2.1.2 Cyclic 응력-변형률 관계식

Al7075-T651의 경우 변형률 경화가 나타난다. 이때, 소성변형률성분과 소성응력성분사이에는 다음의 식(2)와 같은 관계를 갖는다.

$$\Delta\sigma_{p/2} = K'(\Delta\epsilon_{p/2})^{n'} \quad (2)$$

### 2.1.3 2축 저사이클 변형률-수명 곡선식<sup>11)</sup>

다축 저사이클 피로에서 피로손상을 Brown, Miller, Kandil의 경우  $\epsilon_1$ 과  $\epsilon_2$ 에 의한 최대전단변형률면으로 균열이 진전한다는 관점에서 다음 식(3)을 제안하였다.

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\epsilon_n + \frac{\sigma_{no}}{E} = 1.65\sigma_f'(2N_f)^{2b} + 1.75\epsilon_f'(2N_f)^c \quad (3)$$

Al7075-T651의 경우 임계 평면에서 서로다른 하중 상태에 대한 동일수명을 갖는 최대전단 변형률과 수직변형률과의 관계를 보다 잘 나타낼 수 있는 관계식을 구한 결과 식(4)과 같이 나타낼 수 있었다.

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta\gamma_{max}}{A}\right)^2 + (e^{0.04R/A} \epsilon_n)^2} = \frac{\tau_f'}{G}(2N_f)^b + \gamma_f'(2N_f)^c \quad (4)$$

### 2-2 시편의 유한요소해석

Notch 근방에서의 3차원 응력-변형률 상태하에서의 균열발생위치와 수명을 예측하기 위하여 3차원으로 탄성 유한요소해석을 수행하였고 국부적인 소성영역이 존재하는 경우에는 탄소성 유한요소해석을 통해서 응력-변형률 진폭을 구하였다.

유한요소해석법의 적용은 Fig.1과 같은 Notched SAE 시편에 대하여 적용하였다. 본 연구에서는 3차원으로 모

Rotation & Displacement Applied

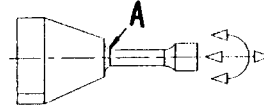


Fig. 6 Notched SAE Specimen

-델링하여 IC에서 운용할수 있는 MSC pal2를 이용하여 시편의 탄성유한요소해석을 시도하였고, 탄소성 유한 요소-소해석은 3차원 탄소성 유한요소 해석 프로그램을 자체 개발하여 해석하였다.

### 2.4 Notch strain Estimation

#### 2.4.1 Cyclic Elastic-Plastic Strain Estimation<sup>12)</sup>

노치가 있는 금속 재료는 국부적으로 소성의 변형률이 존재할 때, 균열생성 수명의 예측을 위하여 요구된다. 이 기법에는 Neuber's Rule에 의하여 아래의 식(5),(6)과 같이 주어진다.

$$K_t^2 S_{nom} \epsilon_{nom} = \sigma_N \epsilon_N \quad (5)$$

$$\epsilon_N = \frac{\sigma_N}{E} + \left[ \frac{\sigma_N}{K'} \right]^{1/n'}$$

$$\epsilon_{nom} = \frac{S_{nom}}{E} + \left[ \frac{S_{nom}}{K'} \right]^{1/n'} \quad (6)$$

Glinka는 평면응력 조건의 경우에 대하여 다음 (7),(8) 식을 제안하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_p^2}{2E} + \frac{\sigma_p}{n'+1} \left[ \frac{\sigma_p}{K'} \right]^{1/n'} \\ = \frac{S_{nom}^2}{2E} + \frac{S_{nom}}{n'+1} \left[ \frac{S_{nom}}{K'} \right]^{1/n'} K_t^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_p}{E} + \left[ \frac{\sigma_p}{K'} \right]^{1/n'} \quad (8)$$

### 2.2 균열발생 수명의 평가

균열발생에 대한 임계응력은 3축응력상태 하에서의 초기균열발생 수명을 평가하는 방법은 다음과 같다. Brown, Miller, Kandil의 이론을 3축응력상태 하에서 N 사이클의 하중누적빈도수에서 균열생성이되는 수명을 평가하는 방법에 적용하면 다음의 식(9)이 된다.

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\epsilon_n + \frac{\sigma_{no}}{E} > C_{NMK} \quad (9)$$

변형률 관계식에 대하여 3축응력상태 하에서 N사이클의 하중누적빈도수에서 균열발생 수명을 평가하는 방법에 적용하면 다음의 식(10)이 된다.

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta\gamma_{max}}{A}\right)^2 + (e^{0.04R/A} \epsilon_n)^2} > C_{NEIFP} \quad (10)$$

### 2.3 다축가변진폭하중하에서의 일반화된 변형률 피로 기준<sup>1,9)</sup>

이 기법은 다축랜덤하중을 받는 재료의 일반화된 피로평가기법이다. 이 평가기법은 예상되는 파단면의 전단 변형률(shear strain)과 인장변형률(normal strain)이 파단면을 결정한다는 가정에 근거한다. 이 평가기법에는 최대법선방향변형률, 최대 전단변형률에 의한 피로 평가 기법과 최근에 대두된 최대전단변형률과 최대법선방향변형률에 의한 임계평면을 파단면으로 보는 평가기법이 있다.

다축하중 상태가 단축의 경우와 다른 주된 차이점은 변동하중을 받는 경우 주응력, 최대전단변형률의 방향이 변화하므로 Fig. 2와 같이 각 하중에 따라 손상의 방향이 틀리게 되므로 따로 계산하여 최소 수명을 갖는 곳의 수명이 변동하중이 작용되는 경우의 예측수명이 된다.

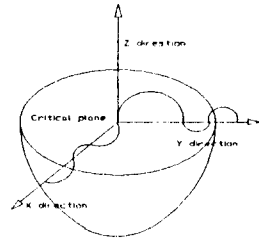


Fig. 2 Multiaxial Random Loading on Critical plane

## 3. 실험

### 3.1 재료 및 시편

2축-응력 상태하에서 저싸이클 피로 시험편을 사용해서 실시하였다. 시험편(Fig.1)은 MTS 표준 콜렛 규격에 맞도록 물림부를 직경 30 mm로, 아래쪽은 12 mm로 시험부위의 직경은 10mm로 가공하였다. 노치부위의 반경은 5, 3, 0.5mm를 사용하였다.

### 3.2 실험장치

2축피로 실험 장치로는 Data가 A/D 변환기를 통하여 컴퓨터에 의하여 자동으로 처리되는 최대 용량 10ton의 폐쇄 유압회로 방식의 MTS(Axial and Torsional Material Test System)를 사용하였다. 인장하중과 비틀림 변위제어는 Sine 파형으로 제어하였다.

2축피로실험은 축방향 변형률과 전단변형률은 2대의 신호 발생용 WAVETEK을 사용하여 주 손상면이 변화하는 하중경로로 제어하였다.

### 3.3 실험조건

하중경로의 제어는 시편에 가해지는 하중은 실제구조물에 작용하는 형태대로 물림부의 변위와 하중만을 측정하고 관심부위는 Strobotac과 광학현미경을 사용하여 균열의 발생여부를 관측하였다. 파손의 정의는 일정변형률하에서 하중의 10%강하로 하였다. 모든 시험은 상온에서 실시하였다. 응력비는 평균응력의 영향을 배제하고 응력

-변형률 선도가 중심축에서 벗어나지 않도록 하기 위해서  $R = -1$ 로 하였다.

### 3.4 실험내용

다축하중상태 하에서의 누적손상 이론의 적용타당성을 검증하기위하여 다음과 같은 실험을 실시하였다. Notched SAE시편을 도입하여 단순 인장-압축하중과 단순 비틀림하중 그리고, 인장-압축과 비틀림하중이 Fig.3과 같이 교대로 나타나는 하중을 작용시켰다. 조합된 다축하중을 가하기 위하여 Fig.4와 같은 신호발생기를 구성하였다. Fig. 5와 같은 신호를 얻었다. 한쪽의 신호발생기에서 신호가 나오는 경우에 다른 신호발생기에서는 일정한 상태에 유지함으로써 손상면이 교대로 변화하도록 하였다.

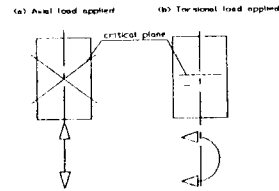


Fig.3 하중방향에 따른 임계평면의 방향

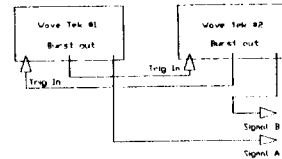


Fig. 4 신호발생기의 간이블럭도

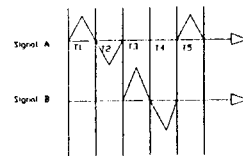


Fig. 5 발생신호의 형태

변동하중을 Fig. 5와 같이 작용시키면 주 손상면이 Fig.3의 (a),(b)와 같이 교대로 나타나므로 이상으로부터 변동 하중을 받는 경우의 피로 손상을 평가할 수 있다.

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 선형탄성 및 탄소성응력해석

#### 4.1.1 탄성유한요소해석

Notched SAE 시편을 노치의 반경을 5 mm, 3 mm, 0.5 mm에 대해서 응력집중계수를 각각 1.0과 1.5, 3.0을 갖도록 제작하였다. 3차원의 탄성유한요소 해석을 위해서 SAE시편을 Node 560개와 유한요소 429개로 모델링하였다. 이론적 해석을 통한 수명예측을 위해서 탄성유한요소 해석을 수행하여 다음의 Table.3과 같은 결과를 얻었다.

SAE5\*의 시편은 Notch의 곡률반경이 5mm인 시편으로 인장변위하중이 작용할 경우, Fig. 1의 A위치에서 균열이 발생성장할 것으로 예상된다.  $K_T = 1.0$ 인 시편의 경우는 546.4 MPa의 노치응력이 0.386mm의 변위하중이 작용할때 걸리게 된다. 인장에 대한 노치의 응력집중계수가 커짐에 따라 노치 선단이 항복할 변위하중의 값이 작아진다.  $K_T = 3.0$ 인 SAE05\* 시편의 경우에는 0.302mm의 변위하중에서, 250번 Node에 Mises 응력이 511.0 Mpa이 걸리므로 이 지점에서 균열이 발생하여 파손에 이를 가능성이 높으므로 실험조건외의 선정시에 반영되었다.

SAE3\*시편의 경우는 SAE5\*시편보다 높은 0.308 mm의 변위하중에 대해서 544.0 MPa의 Mises응력이 걸리고 있는데, 이와 같이  $K_T$  값이 SAE5\*에 비하여 큰데도 응력차가 작게 나오게 되는 이유는 유한요소의 모델링에서 동일한 요소수로서 모델링하고 Node의 간격등을 특정한 요소의 경우 넓게 설정되기 때문에 나오는 것으로 판단된다.

SAE52 시편의 경우 동일한 1.146 Deg.의 비틀림변위에 대하여 SAE32와 SAE052에서 12Mpa 정도의 응력차가 나타나게 되는데 이 경우도 Table. 3에서와 같이 비틀림 하중에 대한 응력집중이 나타나기 때문이다.

이상의 해석에서 응력의 값이 노치부위에서 항복치보다 큰 값이 나타나므로 실제의 재료의 경우 항복하여 소성변형이 나타나게 된다. 그러므로 전적으로 탄성거동하지 않는 경우에 정확한 응력장을 파악하기 위해서는 탄소성유한요소 해석이 요구된다.

#### 4.1.2 탄소성 유한요소해석

탄소성유한요소 해석은 국부적인 소성역의 존재하는 경우 소성변형률에너지의 잔류치값을 한계치(본 프로그램의 경우 0.1)이하로 수렴하는 조건으로 하였다. SAE시편의 노치부에서 국부적인 항복이 존재하는 경우에 변형률 진폭을 유한요소 해석법을 사용하여 구하기 위해서는 국부적인 소성역의 고려가 필요하다. 이를 위하여 3차원의 탄소성 유한요소해석 프로그램을 개발하였으며, 그 해석 결과에 의한 최대전단변형률은 Table. 4와 같다.

탄성유한요소해석 결과는 국부적인 항복영역을 고려하지 않으므로 전체적으로 작은 변형률 폭을 나타낸다. 탄소성 유한요소해석을 하면 항복에 의해서 동일한 변위하중에 대하여 작은 외부하중이 나타난다. 국부적인 항복이 존재하는 경우에는 탄소성 해석 결과에 의한 수명예측이 정확하다. SAE31의 실험에서 비틀림 저사이클수명 시험결과로부터 요구수명을 갖기위한  $\Delta\gamma/2$ 는 0.0101이고 유한요소해석 결과에서 얻어진  $\Delta\gamma/2$ 는 0.00924로 나타나

고 있다.

Table.3 유한요소해석 결과와 실험치

시편ID	$K_T$	유한요소해석( $K_T$ )	Nf cycle
SAE51	1.0	1.136	3480
SAE31	1.5	1.45	1426
SAE051	3.0	2.67	556
SAE52	1.0	1.14	34837
SAE32	1.2	1.15	-
SAE052	2.0	1.96	463

#### 4.2 다축변동하중에 의한 구조물의 피로 수명 실험

알루미늄 7075-T651의 재료에 대한 인장방향의 단축 실험결과 및 비틀림 단축 실험결과와 손상면이 Fig. 3, 5와 같이 교대로 바뀌도록 가하면서 실험한 결과를 Table. 4에 보였다. 실험결과를 Tresca's modified parameter에 대하여 나타낸 경우 전단변형이 주도하는 경우에 Fig.6과 같이 전체적인 경향이 양호한 예측을 보여주고 있다. 여기서 사용된 변형률 값은 주어진 하중 조건에 대하여 유한요소해석 결과로부터 계산된 값이다. SAE051, SAE31, SAE51과 같이 Axial 하중이 주도하는 경우의 실험결과로부터 얻은 손상과 SAE054, SAE33, SAE52와 같이 Torsional 하중이 주도하는 경우의 손상으로부터 하중방향이 교대로 나타나는 경우의 실험결과와 Parameter와 수명과의 Interpolation에 의하여 얻어진 수명을 Table. 5에 보였다. 실험결과와 Miner rule에 의한 예측수명은 최대 약 2배정도의 차이를 나타내었다.

Brown, Miller & Kandil의 Parameter에 대하여 정리하면 Fig. 7과 같다. Elliptical Parameter에 대하여 나타낸 경우에는 Fig. 8과 같다. Shear based parameter에 대하여 나타낸 경우는 Fig. 9와 같다. 동일한 수명에 대하여 탄성해석결과와 탄소성해석 결과를 비교하여보면 탄성의 경우가 보다 탄소성해석 결과보다 좋은 상관관계를 나타내고있다.

Table 4. SAE Notched 시편 실험 결과

시편ID	$\Delta d/2$ (mm)	$\Delta\phi/2$ (Deg)	Nf cycle	$\Delta\gamma_{max}/2$ 실험결과	$\Delta\gamma_{max}/2$ Tresca
SAE51	0.386	-	3480	0.00865	0.0089
SAE52	-	1.146	34837	0.00618	0.0014
SAE53	0.386	2.292	690	0.01183	-
SAE31	0.398	-	1426	0.01016	0.00924
SAE32	0.398	2.154	348	0.01400	-
SAE33	-	2.290	-	0.00333	0.0027
SAE051	0.302	-	556	0.01244	0.0064
SAE052	0.300	2.198	463	0.01300	-
SAE053	0.302	2.153	465	0.01299	-
SAE054	-	2.124	58702	0.00577	0.0027

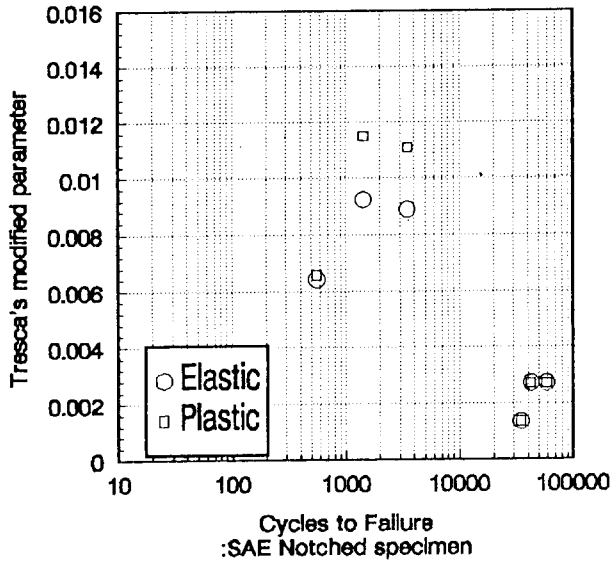


Fig. 6 Tresca's Modified parameter

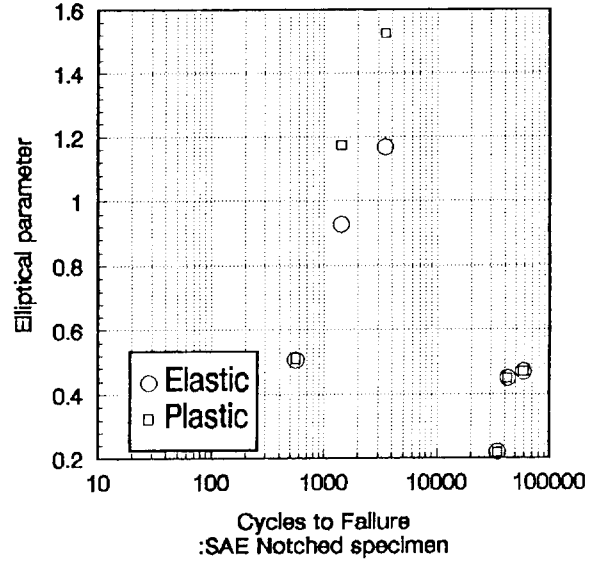


Fig. 8 Elliptical parameter

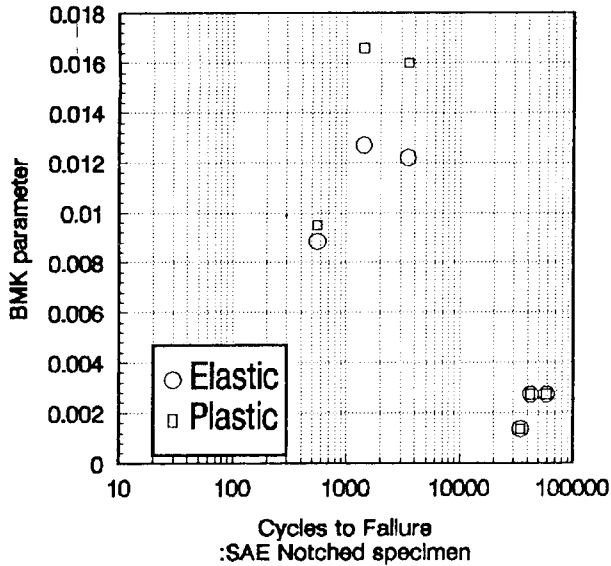


Fig. 7 BMK parameter

다축 피로수명 평가를 위한 각 이론들을 비교해 본 결과 A17075-T651재료의 경우 Table. 5에서 보는 바와 같이 임계평면이론에 의한 수명예측이 전반적으로 양호한 수명예측을 보이고 있다. 임계평면이론에 근거한 손상예측이 전체적으로 50% 정도의 정확도를 나타내고 있다.

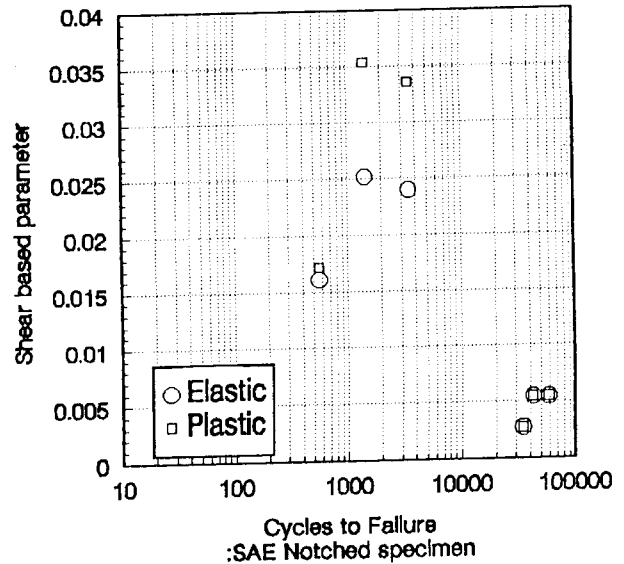


Fig. 9 Shear based parameter

SAE32의 경우 예측수명이 2280cycles계산되었으며, 실험수명은 1380, 696cycles이다. 따라서 예측손상에 대한 실험손상의 비가 1.67, 1.86이 된다. SAE052, 053의 경우는 551 cycles가 나타나며, 실험수명은 926, 930cycles가 나타나는데 이 경우의 손상은 1.68이 된다. 이상의 결과로부터 손상이 다소의 과대평가되고 있으나 2배를 넘지않고 있다.

Table 5. SAE Notched 시편 수명예측 결과

시편ID	실험하중조건	N <sub>f</sub> (cycle) 실험결과	N <sub>f</sub> (cycle) 예측수명
SAE51	A	3480	-
SAE52	T	34837	-
SAE53	A-T	1380	2280
SAE31	A	1426	-
SAE32	A-T	696	1300
SAE33	T	-	-
SAE051	A	556	-
SAE052	A-T	926	551
SAE053	A-T	930	551
SAE054	T	58702	-

손상에 대한 예측의 차이는 시편재료의 초기 내부결함과 시편가공, 유한요소모델링오차의 차이등에 기인한 것으로 판단된다. 전체적인 경향에 대해서 고찰해보면 응력의 집중이 작은 경우에 추정결과와 유사한 값을 가지며 응력집중이 큰 경우에는 수명의 추정값과 큰 차이를 나타내고 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 Aluminum 7075-T651 재료의 Notched SAE 시편에 대한 다축 Random하중 하의 수명 평가기법에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

가. 탄성유한요소해석과 탄소성 유한요소해석을 비교할 때, 국부적인 소성영역이 존재하는 경우에는 소성영역을 고려한 해석이 보다 좋은 수명예측을 보여주고 있다.

나. 임계평면개념을 도입한 확장된 Miner rule의 적용은 다축 변동하중의 피로수명평가에 효과적인 것으로 판단된다.

다. Al7075-T651의 경우 다축하중 상태 하에서 비틀림 저싸이클 피로시험결과에 근거한 수명추정이 보다 좋은 결과 나타낸다.

### REFERENCE

1. S.A.Meguid, Engineering Fracture Mechanics, pp132-145, 1989
2. Sines,G., "Failure of Metals Under Combined Repeated Stresses Superimposed with Statis Stresses", Tech. Note 3495, National Advisory Council for Aeronautics Washington.,D.C.
3. Emmanuel E. Gdoutos, Problems of mixed mode crack propagation, pp11-39, 1984
4. M.Sakane, M.Ohnam, M.Sawada, "Fracture Modes and Low Cycle biaxial Fatigue at Elevated Temperature", Transaction of the ASME, Vol.109, pp236-243, 1987

5. D.Socie, " Multiaxial Fatigue Damage Models", Journal of Eng. Material and Technology, Vol.109, pp293-298, 1987
6. F.Ellyin, K.Golos, " Multiaxial Fatigue Damage Criterion", JEMT, Vol.110, pp63-68, 1988
7. A.Ratemi, D. F.Socie, " A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of Phase Loading ", Fatigue Fract. Engng. Mater. Strut., Vol11, No.3, pp149-165, 1987
- 8.Bannantine,J.A., Comer,J.J., and Handrock,J.L., "Fundamental of Metals Fatigue analysis", Prentice Hall, pp59-63
9. Cases of ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Case N-47, Class 1, Components in Elevated Temperature Service, Section 3, Division 1, ASME, 1978
10. Lohr, R.D., and Ellison, E.G., " A Simple theory for Low Cycle Multiaxial Fatigue ", Fatigue Engng. Mater. Strut., Vol 3, No. 1, Jan 1980, pp1-17
11. Joshi, S.R., and Shewchuk, J., " Fatigue Crack Propagation in a Biaxial stress field", Exper. Mech., Vol 10, No. 12, Dec 1970, pp529-533
12. Yung,J.Y. and Lawrence,F.V., Jr., "Predicting the Fatigue Life of Welds Under Combined Bending and Torsion", Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF3(Edited by M.W.Brown and K.J.Miller),1989,Mechanical Engineering Publications,London, pp53-69
13. D. Socie, " Multiaxial Fatigue Damage Models", Journal of Engng. Mater. and Technology, Oct 1987, Vol 109, pp293-298