

단독말뚝과 군말뚝의 Downdrag

정 상 섭*, 김 수 일**

ABSTRACT

The downdrag on pile groups was investigated by using a numerical analysis and an analytical study.

The emphasis was on quantifying the reduction of downdrag on piles in a group due to the group effect. The case of a single pile and subsequently the response of groups is analyzed by using a three dimensional non-linear finite element approach. A closed form solution is also developed for the case of the single pile.

It is shown that the downdrag on piles in a group is much less than the downdrag on a single pile. Based on the results obtained, a simple method is proposed to design groups of 9 to 25 piles with spacing-to-diameter ratios varying from 2.5 to 5.0 for downdrag loads.

1. 서론

일반적인 말뚝기초에서는 상부구조의 하중으로인해 말뚝이 상대적으로 주변지반보다 많이 침하가 일어나며 이와같은 말뚝의 하향 움직임은 말뚝선단에서의 선단지지력과 말뚝주변에서의 주변 마찰력의 합인 극한지지력으로 나타난다. 이때 말뚝주변에서 발생하는 전단응력은 상향으로 작용하며 정 마찰력이라 한다.

그러나 연약 점토층이나 최근에 성토나 매립한 압축성이 큰 지반에 시공한 말뚝기초에서는 말뚝주변의 지반이 말뚝보다 상대적으로 많이 침하함으로써 발생하

* 정희원, 연세대학교 산업기술연구소 선임연구원

** 정희원, 연세대학교 토목공학과 교수

는 전단응력은 정상적인 말뚝기초와 달리 지표면에서부터 말뚝과 주변지반의 움직임이 서로 같은지점인 중립축까지 하향으로 작용하며 부마찰력이라 한다 <그림 1>.

부마찰력은 downdrag 을 야기하는 중요한 원인이 된다. 전형적으로 downdrag 이 발생하는 예는 연약지반에 시공된 말뚝 기초들에서 흔히 볼 수 있다. 지반의 침하는 주로 지표면에서 하중으로 작용하는 뒷채움 흙이나 과재하중으로 인한 것과, 지반층 자체의 압밀, 말뚝 향타시 주변 흙의 교란, 지하수위의 저하, 동결흙의 해빙등으로 발생한다.

downdrag 이 수반하는 중요한 결과는 말뚝 자체에 수직 압축응력과 <그림 2> 침하를 증가시키는데 downdrag으로 인한 침하로 상부구조에 과대한 손실을 야기하는 경우가 많이 보고되어 왔다. 예를 들면 다리교각 (Garlanger, 1974), 건물 (Brand & Luandilok, 1975) 등. 현장실험 (Bozozuk, 1972; Walkinshaw, 1984) 에 의하면 downdrag 하중이 약 300 ton 까지 발생 하는 경우가 있었다. 예상밖의 하중은 말뚝자체의 구조적파괴, 지반층의 지지력 파괴, 또는 말뚝에 과대한 침하를 야기한다.

따라서 downdrag 이 말뚝의 안정성을 해칠만하게 크다면 당연히 부마찰력을 줄여야 한다. 지금까지 보고된 downdrag을 줄일 수 있는 방법은 다음과 같다.

- (1) 지반 침하를 선행하중을 가해 미리 감소하는 방법
- (2) 말뚝이나 주변 지반사이에 보조 casing 을 사용하여 직접적인 접촉을 피하는 방법
- (3) 전기 삼투압을 이용하여 말뚝주변에 물막이 층을 만드는 방법
- (4) 마찰을 감소시킬 수 있는 재료를 가지고 말뚝을 coating 하는 방법
- (5) 말뚝 자체의 group effect 를 이용하는 방법

위에 열거한 여러 방법들 중에서 어떤 방법을 택할지는 경제성, 실용성과 효율성, 현장 상태에 따라 크게 좌우된다. 요즈음 흔히 현장에서 사용하는 방법은 bitumen

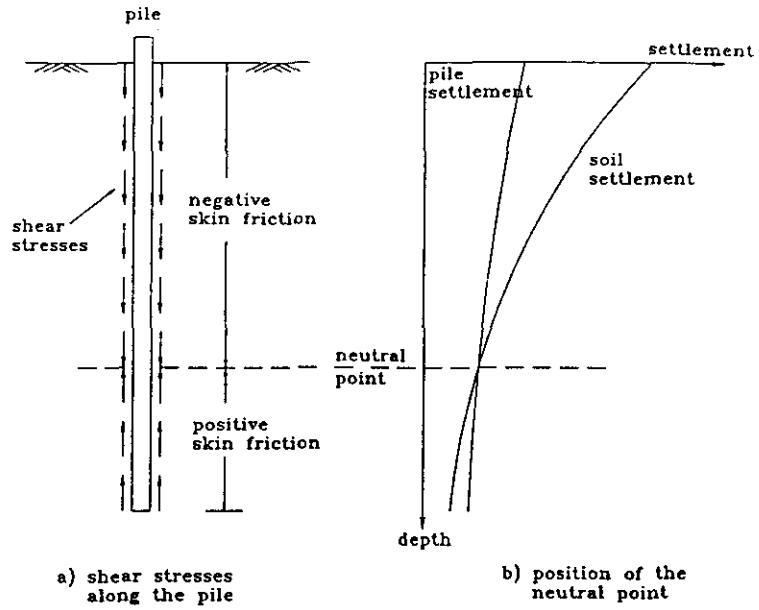


그림 1. Downdrag on a Pile

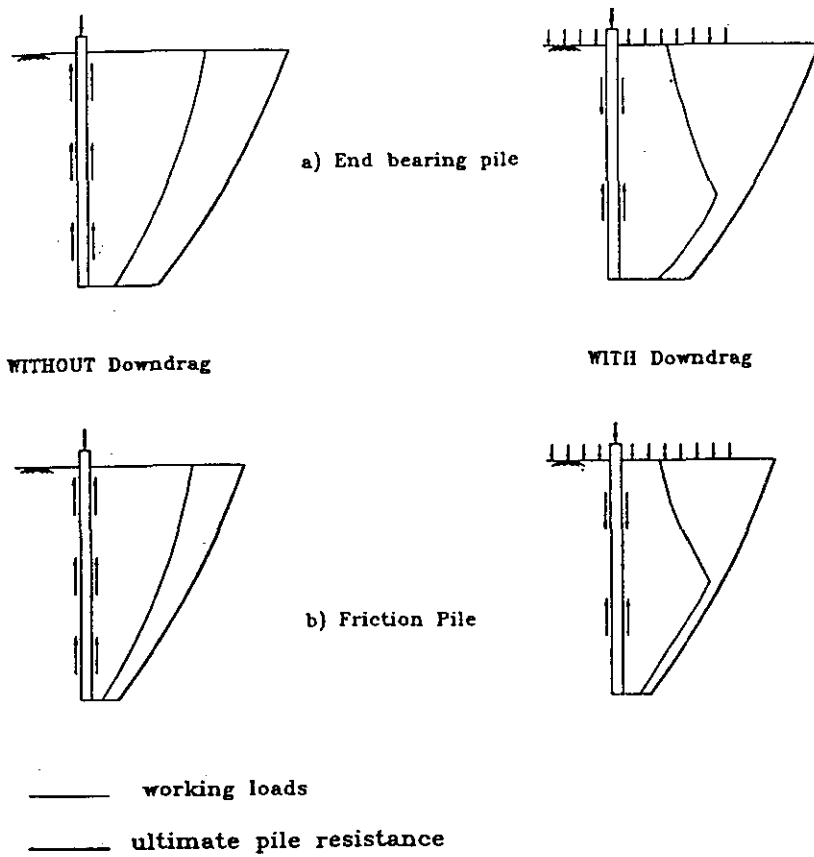


그림 2. Axial Forces in a Pile

을 말뚝 표면에 coating 하는 방법이다. 그러나 말뚝 자체의 group effect 를 이용하여 부마찰력을 줄일 수 있다면 특별히 번거로운 coating 을 할 필요가 없어 가장 좋은 방법중의 하나가 될 것이다.

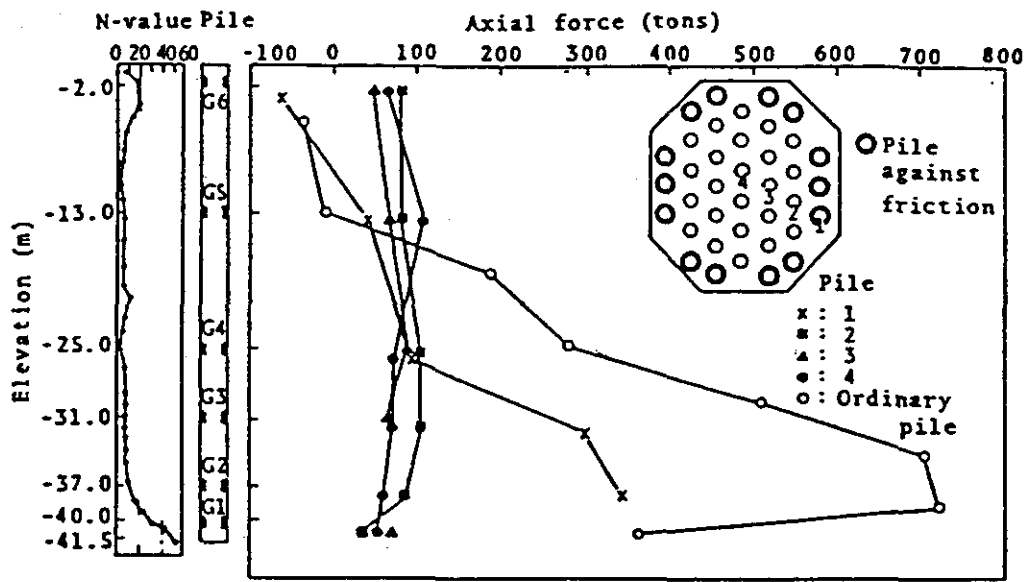
이 연구의 초점은 부마찰력을 말뚝의 group effect 를 이용해 감소 시킬 수 있는지에 있다. 따라서 단독말뚝과 군말뚝에서 발생하는 부마찰력을 수치해석과 이론적인 해석을 통해 연구 검토하였다. 단독말뚝의 거동과 군말뚝의 거동이 3차원 비선형 해석에 의해 현장실험과 비교 검토되어 downdrag 을 고려한 설계에 추천할 수 있는 방법을 제시하고자 한다.

2. 단독말뚝과 군말뚝의 Downdrag 분포

N 개의 말뚝이 조밀하게 위치한 군말뚝에서 발생하는 downdrag 하중은 단독말뚝에서 생기는 downdrag 하중의 N 배 보다 일반적으로 적다. 좋은 예가 Okabe(1977) 에 의한 현장실험 결과 <그림 3> 로 군말뚝의 형상 (말뚝 간의 중심 간격은 말뚝 지름의 2.1배) 과 그룹 안에서 말뚝들의 위치에 따른 하중 분포를 보인다. 이 실험 결과로 명확히 단독말뚝은 과대한 downdrag 하중 (700 tons) 을 받는 반면에 그룹의 바깥말뚝은 350 ton, 그러나 안쪽말뚝은 약 50 ton 의 downdrag 하중만을 받고 있음을 알 수 있다. 그 감소 이유는 말뚝과 주변 지반간의 상호작용에 의한 것으로 말뚝의 지지상태, 길이, 말뚝갯수, 간격등에 크게 좌우된다.

3. 기존의 Downdrag 해석방법

단독말뚝의 해석방법은 maxmum friction methods, elastic methods, load transfer curve methods 등 크게 3 가지 부류로 나눌수 있다. Maxmum friction 방법에는 비배수 전단 강도 (S_u) 를 이용한 방법 (Terzaghi & Peck, 1948, 1967; Broms, 1969; Buisson, Ahu & Habib, 1960 and Verruijt, 1969) 과 유효응력 ($\sigma'v$) 을 이용한 방법 (Zeevaert, 1959 & 1973; Bozozuk, 1972; Briaud & Jeong, 1989)으로 나눌수 있으며 각각의 경우에 있어서 주변마찰력 (f) 은 $f = \alpha S_u$ 나



Gi: Strain gauge

그림 3. Axial Forces of Grouped Piles and Ordinary Pile
(After Okabe, T., 1977)

$f = \beta \sigma'v$ 로 계산된다. Elastic 방법은 지반의 전단강도를 고려하지않고 말뚝과 주변지반을 연속된 탄성매질로 가정하여 Mindlin 의 equation (Salas & Belzunce, 1965 and Poulos & Davis, 1978) 을 이용하거나 유한요소 해석 (Walker & Darval, 1973 and Desai, etal., 1978) 을 하였다. Load transfer curve 방법 (Alonso, Josa & Ledesma, 1984) 은 지반을 말뚝의 변위에 따른 일련의 load transfer curves 로 나타내어 유한차분법 등을 이용하여 말뚝과 지반변위를 고려하여 미분방정식을 풀어 계산한다.

군말뚝의 해석방법은 maxmum friction methods, elastic methods 등 크게 2 가지 부류로 나눌수 있다. Maxmum friction 을 이용한 방법으로 Terzaghi & Peck (1948) 은 군말뚝을 block 으로 거동한다고 가정하여 downdrag 하중은 group perimeter 에서 발생한다고 하여 다음과 같이 계산하였다.

$$F_n = s \cdot L \cdot P$$

여기서 s 는 흙의전단강도, L 은 말뚝길이, P 는 group perimeter 를 나타낸다. 이방법은 군말뚝의 perimeter 안에 있는 흙을 말뚝기초의 일부분으로 가정하였다. Broms (1976) 은 그룹의 perimeter 에 위치한 말뚝들은 perimeter 면적을 따라 발생하는 downdrag 하중만 받고 안쪽에 있는 말뚝들은 말뚝 사이에 있는 흙의 무게와 상재하중까지 받는다는 가정하에 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$\text{Interior Pile} \quad : P_{drag} = S^2 \cdot \Delta q$$

$$\text{Perimeter Pile} \quad : P_{drag} = S \cdot L \cdot S_u + \Delta q \cdot S \cdot \frac{L}{4}$$

$$\text{Corner pile} \quad : P_{drag} = S \cdot L \cdot S_u + \Delta q \left(S \cdot \frac{L}{4} + \frac{L^2}{16} \right)$$

여기서 S 는 그룹 중심간격, Δq 는 성토나 매립으로인한 상재하중, L 은 지표면으로부터 중립축까지의 거리, S_u 는 흙의 비배수 강도를 나타낸다. Zeevaert (1957) 은 downdrag 발생으로 인해 말뚝이 주변지반의 무게를 어느정도 떠맡기 때문에 접촉면에서의 흙의 유효 수직응력의 감소를 고려하여 downdrag 을 계산하였다. Elastic 방법으론 Kuwabana and Poulos (1989) 가 단독말뚝의 해석을 group 으로 확장하여 Mindlin 의 equation 을 이용하여 해석하였다. 이방법은 그룹안에

있는 개개말뚝들을 균등하중을 받는 일련의 요소들로 나누어 각 요소에서 말뚝과 흙의 변위로 구성된 적합방정식을 만족하는 해를 찾는데 있다.

4. Downdrag 해석

4.1 단독말뚝

말뚝과 흙의 상대적인 움직임으로 인해 말뚝주변에서의 전단응력이 완전히 mobilize 된다고 가정하면 주변 연약지반의 침하는 말뚝에 주변의 흙의 일부 무게를 가중함으로 말뚝과 흙의 접촉면에서 흙의 유효 수직응력은 $\sigma'(z)$ 로 부터 $\sigma'(z, R)$ 로 감소한다 <그림 4>. 감소하는 수직응력, $\sigma'(z, R)$ 을 계산하기 위해 임의의 깊이 Z 에서 부마찰력을 고려한 수직힘의 평형관계는 식 (1)과 같다. <그림 5>

$$2\pi R K \tan \delta \int_0^z \sigma'(z, R) dz + 2\pi \int_R^b \sigma'(z, r) r dr = S (q_0 + \gamma' z) \text{ -----(1)}$$

여기에서

$\sigma_0'(z)$: 말뚝 항타전 초기단계에서의 유효수직응력 ($\gamma'z$)

$\sigma'(z, r)$: pile 의 중립축으로부터 방사선 방향으로 거리 r 만큼 떨어진 곳
에서 말뚝의 영향을 고려한 유효수직응력

$\sigma'(z, R)$: 말뚝표면에서의 유효수직응력

$\sigma'(z)$: 말뚝을 고려하지 않은 단계에서 상재하중의 증가에 따른 유효수직
응력 ($q_0 + \gamma' z$)

K : 토압계수

$\tan \delta$: 말뚝과 흙의 접촉면에서의 마찰상수

b : 단독말뚝의 영향반경

R : 말뚝의 반지름, γ' : 흙의 유효단위 중량

q_0 : 지표면에 작용하는 상재하중

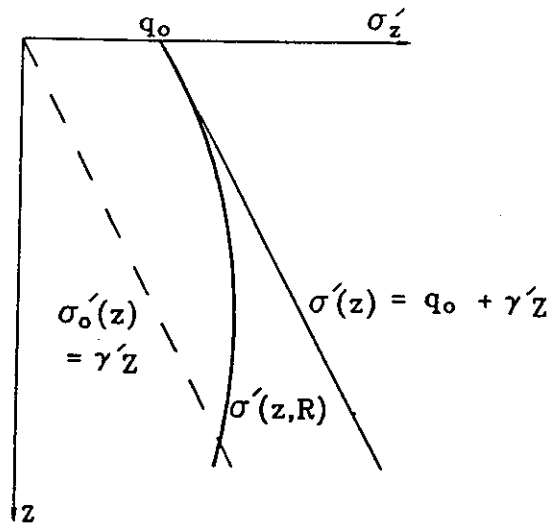


그림 4. Variation of Vertical Effective Stress near a Pile

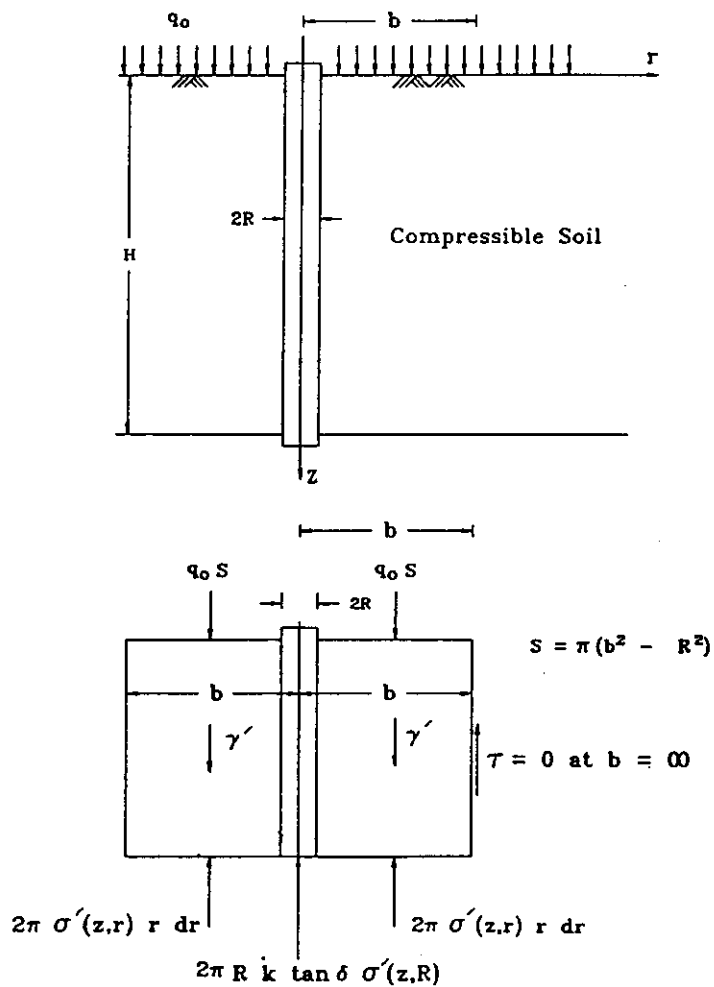


그림 5. Geometry and Free Body Diagram

다음 식 (1)을 깊이 Z 에 대하여 미분하면

$$2\pi R K \tan \delta \sigma'(z, R) + 2\pi \int_R^b \frac{\partial \sigma'(z, r)}{\partial z} r dr = S \gamma' \text{ -----(2)}$$

downdrag 으로 인해 감소하는 수직응력, $\sigma'(z, R)$ 을 계산하기 위해 방사 방향으로의 수직응력, $\sigma'(z, r)$ 의 변화는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\sigma'(z, r) = \sigma'(z) - [\sigma'(z) - \sigma'(z, R)] \exp [5 \psi (R-r) / L] \text{ -----(3)}$$

여기에서

L : 말뚝 근입깊이

ψ : 마찰상수로 $\psi = \alpha (1-\beta)$

β	α
0.15	2.0
0.25	1.5
0.3	1.0
0.4	0.5

식 (2) 과 (3) 의 조합은 $\sigma'(z, R)$ 에 대한 1차 상 미분방정식이 된다.

$$\partial \sigma'(z, R) / \partial z + f(\psi, b) \sigma'(z, R) = \gamma' \text{ -----(4)}$$

단독말뚝의 표면에서 downdrag 으로 인한 수직응력의 감소는 다음과 같이 식 (4) 의 해이다.

$$\sigma'(z, R) = \gamma' / f(\psi, b) + \exp^{-f(\psi, b) z} [q_0 - \gamma' / f(\psi, b)] \text{ -----(5)}$$

따라서 downdrag 하중, F_d 는 식 (6)와 같이 표현된다.

$$F_d = 2\pi R K \tan \delta \int_0^z \sigma'(z, R) dz \text{ -----(6)}$$

4.2 균말뚝

downdrag 을 받는 균말뚝의 거동은 말뚝과 주변 지반과의 3차원 interaction 문제이며 특히 연약지반에 시공된 말뚝기초에서는 접촉면에서의 지속적인 yielding 으로 비선형 거동 해석이 실제거동에 근접된 해석이다. 따라서 일련의 3차원 수치해석 <표 1> 을 선단지지 상태나 말뚝 cap 의 강성도, 흙 모델, 그리고 말뚝사이의 간격변화에 따라 유한요소법을 이용하였다. mesh 들은 3 차원 8 noded solid hexahedral elements 로 구성하였으며 해석에 적용한 균향의 형상은 <그림 6> 과 같다. downdrag 을 받고있는 균말뚝의 거동을위해 하중은 분포하중으로 지표면에만 작용한다고 가정하였다. <표 2> 는 이 연구를 위해 사용된 물성이다. downdrag 에 관련된 요인들은 여러가지가 있으나 크게 영향을 주는 요인을 다음과 같이 상세히 기술한다.

선단 지지조건의 영향

<그림 7> 은 선단지지조건에 따른 downdrag 하중 분포를 보인다. 선단지지말뚝은 깊이가 증가할수록 지속적인 downdrag 하중의 증가가 있지만 마찰말뚝의 경우에는 정 부 마찰력의 발생이 분명하여 중립축을 볼 수 있다. downdrag 하중 영향은 선단지지말뚝이 마찰말뚝보다 위험한 것으로 판단된다. (선단층이 단단할수록 말뚝의 침하는 줄어드는 대신 상대적인 주변지반의 침하량이 커지므로 downdrag 하중이 커진다.)

pile 갯수의 영향

<그림 8> 은 균말뚝에서 말뚝의 갯수와 말뚝의 상대적인 위치에 다른 선단지지

표 1. Numerical Analysis for Pile Groups

Group	End bearing Condition	Cap Rigidity	Soil Model	Spacing (s/d)
1x1 (Single)	End bearing & Friction	F	Elastic	2.5 & 5
	"	F	Elastoplastic	2.5 & 5
1x2 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
	End bearing	F	Elastoplastic	2.5 & 5
1x4 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
1x6 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
1x8 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
1x10 (G)	End bearing & Friction	F	Elastic	2.5 & 5
1x12 (G)	End bearing	F	Elastic	2.5 & 5
2x2 (G)	End bearing & Friction	F	Elastic	2.5 & 5
	"	F	Elastoplastic	2.5 & 5
3x3 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
	"	F	Elastoplastic	2.5 & 5
3x10 (G)	"	F & R	Elastic	2.5 & 5
4x4 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
5x5 (G)	"	F & R	Elastic	2.5 & 5
	"	F & R	Elastoplastic	2.5 & 5
5x10 (G)	"	F & R	Elastic	2.5 & 5
6x6 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
	"	F	Elastoplastic	2.5 & 5
8x8 (G)	"	F	Elastic	2.5 & 5
10x10 (G)	"	F & R	Elastic	2.5 & 5

notes : 5x10 (G) = 5 rows and 10 columns of pile groups,
s = center-to-center spacing between piles,
d = diameter of pile, G = pile group,
F = flexible pile (without pile cap),
R = rigid pile (with pile cap)

표 2. Material Properties for Pile Groups

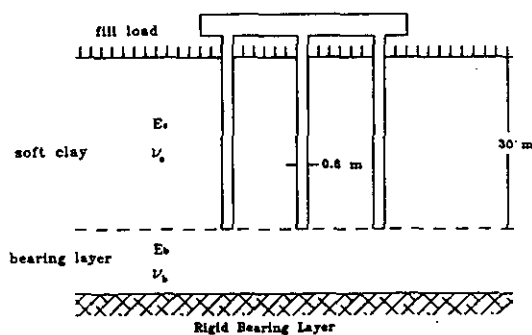


그림 6. Typical Geometry of the Pile Groups Analyzed

Pile	area	0.6 m x 0.6 m
	length	30 m embedding depth
	E_p	$20 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ (concrete)
	ν	0.3
Soil	Elastic properties	
	E_s	$20 \times 10^2 \text{ kN/m}^2$
	E_b	$20 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$
	ν	0.4
	γ	9.0 kN/m^3
Soil	Plastic properties	
	ϕ	25 degree
	β	36.5 degree
	ψ	0 degree
	C'	3.0 kN/m^2
Surcharge	Q_0	250 kN/m^2

note : E_p : Young's modulus of piles
 E_s : Young's modulus of surrounding soil
 E_b : Young's modulus of bearing layer
 ν_p : unit weight of piles
 γ : effective unit weight of soil
 ϕ : internal friction angle of soil
 C' : cohesion of soil

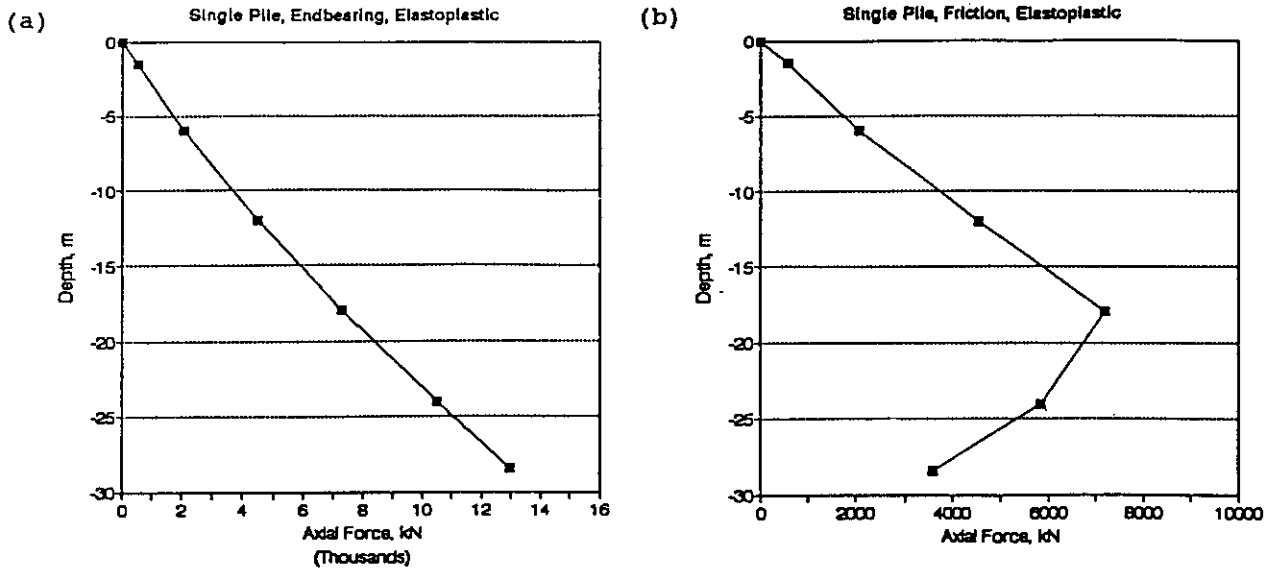


그림 7. Downdrag Force Distribution of Single Pile
(a) End Bearing Pile (b) Friction Pile

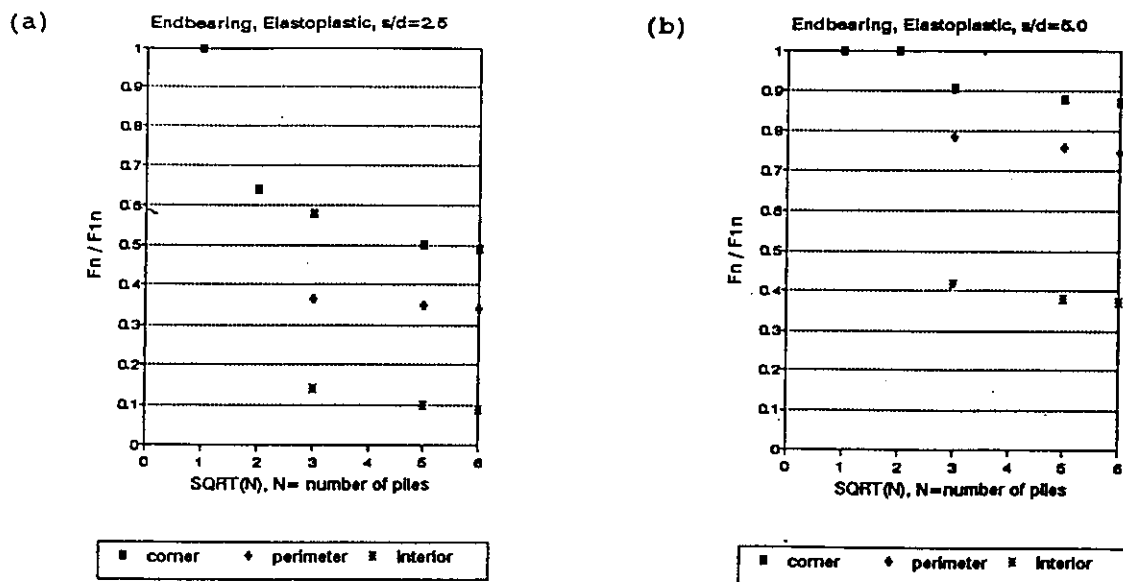


그림 8. Effect of Number of Piles in End Bearing Piles
(a) $s/d = 2.5$, (b) $s/d = 5.0$

말뚝의 downdrag 하중 분포를 보인다. 현저한 downdrag 하중의 감소가 25 개의 군 말뚝 까지는 있지만 그 이상은 말뚝 갯수가 증가해도 감소가 거의 없다. 감소 이유는 말뚝 갯수가 증가할수록 말뚝표면에서의 전단응력이 감소하기 때문이다. 또한 안쪽 말뚝의 downdrag 하중이 바깥 말뚝의 하중보다 현저히 작음을 볼 수 있다.

말뚝 간격 (s/d)의 영향

<그림 9> 는 말뚝 간격에 따른 선단지지 말뚝의 downdrag 하중 분포를 보인다. 간격이 감소함에 따라 말뚝사이의 흙의 움직임이 저항을 받아 downdrag 하중의 감소를 볼 수 있다. 중심간격비 (s/d) 가 2.5 이면 현저한 group effect 가 있어 downdrag 감소가 있으나 중심간격비 (s/d) 가 5.0 이면 아주 작은 group effect 가 있음을 볼수있다.

말뚝 근입깊이의 영향

<그림 10> 은 말뚝 근입 깊이에따른 선단 지지말뚝의 downdrag 하중 분포를 보인다. 근입깊이가 깊어짐에 따라 downdrag 의 증가를 보인다.

5. 현장 실측치와의 비교

군말뚝의 downdrag를 계산하기 위해 3차원 해석결과를 Okabe(1977)에 의한 현장 실측치와 비교하였다. <그림 11> 은 bridge pier 기초를 위하여 시공된 군말뚝의 형상으로 38개의 steel pipe 선단지지말뚝으로 구성되었으며 말뚝직경은 0.7m, 말뚝중심 간격은 직경의 2.1배, 그리고 근입깊이는 40m 이다. SPT 결과 0 - 40m 깊이까지는 0 - 10 N 값을 갖는 연약 점토층이고 40m 이상 깊이에서는 중간굳기에 자갈섞인 모래질 흙으로서 N 값이 약 50 정도를 보였다. 예측을 위해 사용된 물성치는 연약점토를 대변하는 Young's modulus, $E_s = 20 \text{ MN/m}^2$, 포아슨 비, $\nu = 0.3$, 유효마찰각 $\phi' = 25^\circ$, 유효점착력 $C' = 1 \text{ KN/m}^2$ 을 사용하였다. 해석결과 단독말뚝과 군말뚝의 예측치와 실측치가 비교적 잘 일치하는 상관성을 보였다 <그

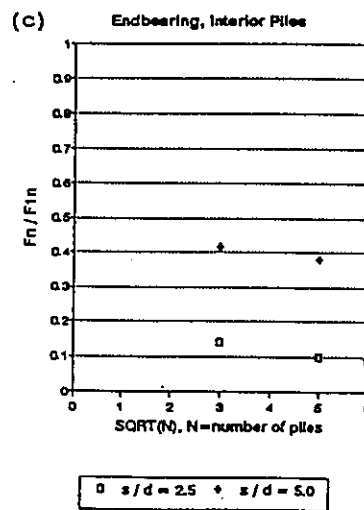
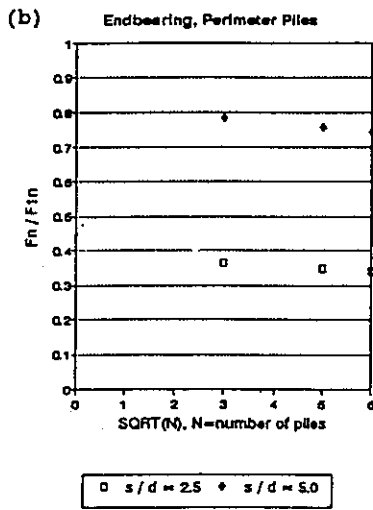
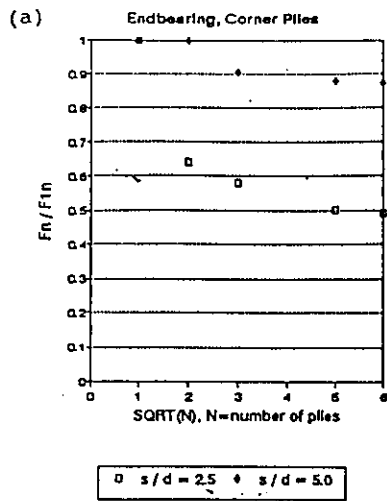


그림 9. Effect of Group Spacing in End Bearing Piles
 (a) Corner Piles, (b) Perimeter Piles, (c) Interior Piles

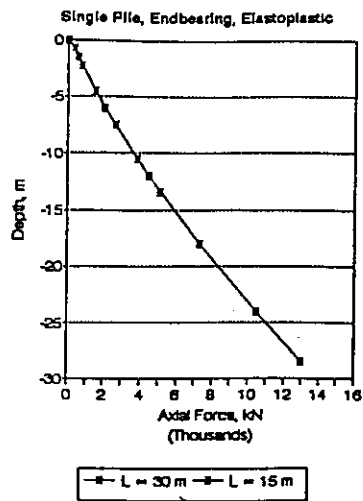


그림 10. Effect of Embedded Pile Length in End Bearing Single Pile

림 12). <표 3> 은 Okabe 에 의한 현장 실험결과를 군말뚝의 해석후 얻은 interaction factor 와 앞에서 제시했던 단독말뚝의 해석을 종합한 예측치와의 비교이다.

<표 3> Okabe 의 군말뚝과의 비교

말뚝위치	Okabe, kN	예측치, kN	오차
1	3450	3550	2.9
2	1050	1065	1.4
3	980	1065	8.7
4	1000	1065	6.5

6. 결론

해석 결과에 근거해서 9-25개의 군말뚝을 위한 downdrag 을 고려한 설계방법을 제시하면 다음과 같다.

- ° 말뚝갯수가 25 개보다 많은 군항은 25의 군항과 거의 같은 group effect 를 보인다.
- ° 간격이 5 배 지름보다 크면 아주 작은 group effect 가 있다. 따라서 군말뚝은 단독말뚝의 집합으로 설계되어야 한다.
- ° 간격이 거의 5 배 지름이면 downdrag 하중을 위한 설계는 다음 관계를 적용할 수 있다.

$$F_n (\text{corner}) = 0.9 F_n (\text{single})$$

$$F_n (\text{side}) = 0.8 F_n (\text{single})$$

$$F_n (\text{interior}) = 0.5 F_n (\text{single})$$

- ° 간격이 거의 2.5 배 지름보다 같거나 작으면 확실한 group effect 가 있다. downdrag 하중을 위한 설계는 다음 관계를 적용할 수 있다.

$$F_n (\text{corner}) = 0.5 F_n (\text{single})$$

$$F_n (\text{side}) = 0.4 F_n (\text{single})$$

$$F_n (\text{interior}) = 0.15 F_n (\text{single})$$

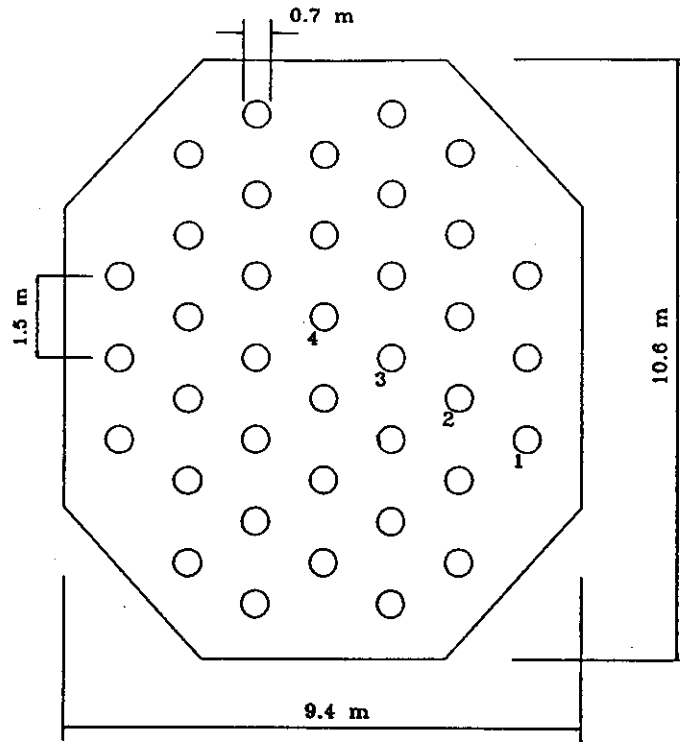


그림 11. Pile Group Configuration (After Okabe, T., 1977)

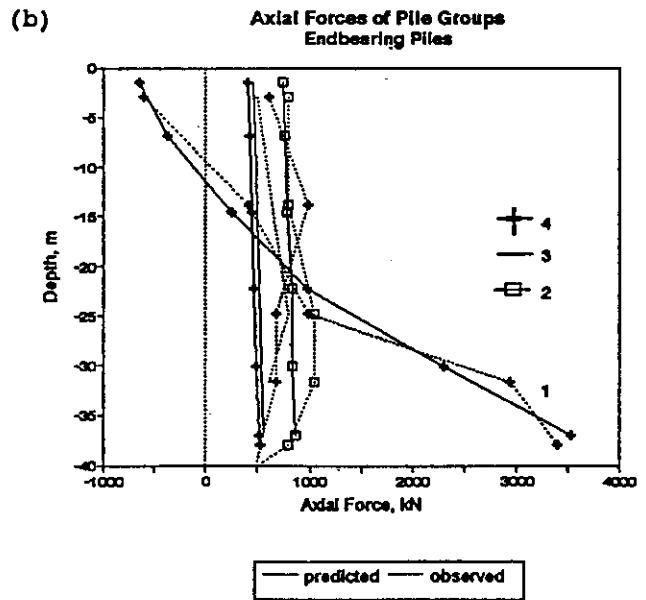
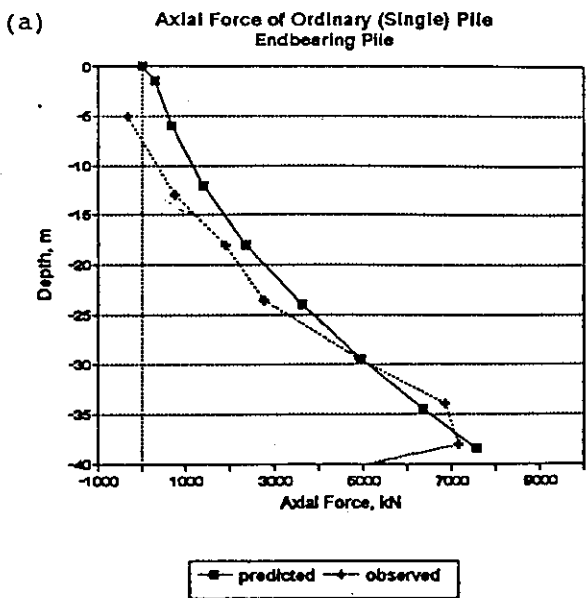


그림 12. Comparison of Axial Forces with Observed Performance
 (a) Single Pile, (b) Pile Groups

7. 참고문헌

- Alonso, E.E., Josa, A., and Ledesma, A. (1984). "Negative Skin Friction on Piles: a Simplified Analysis and Prediction Procedure." Geotechnique, 34(3), 341-357.
- Bozozuk, M. (1981). "Bearing Capacity of Pile Preloaded by Downdrag." Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Stockholm, Vol. 2, 631-636.
- Briaud, J.L., Jeong, S.S., and Bush, R.K. (1991). "Group Effect in the Case of Downdrag." Geotechnical Engineering Congress, ASCE, 505-518.
- Broms, B.B. (1976). "Pile Foundation - Pile groups.", Proc. 6th European Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Vienna, Austria, Vol. 2.1, 103-132.
- Chow, Y.K. (1986). "Analysis of Vertically Loaded Pile Groups." Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 10, 59-72.
- Desai, C.S., Chow, L.L., And Siriwardane, T.H.J. (1978). "Analysis and Design For Negative Skin Friction." Research Report, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Department of Civil Engineering, 45 pp.
- Kuwabara, F., and Mukhopadhyay, C. (1972). "Downdrag Forces in Group of Piles.", J. Geotech. Eng., ASCE, 115(6), 806-818.
- Mindlin, R.D. (1936). "force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solids." Physics, Vol 7, 195-202.
- Poulos, H.G. (1968). " Analysis of the Settlement of Pile Groups." Geotechnique, 18(4), 449-471
- Poulos, H.G., and Davis, E.H. (1980). Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Randolph, M.F., and Wroth, C.P. (1978). "Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles" J. Geotech. Eng., ASCE, 104(12), 1465-1488.
- Randolph, M.F., and wroth, C.P. (1979). "An Analysis of the Vertical Deformation of Pile Groups." Geotechnique, 29(4), 423-439.
- Shibata, T., Sckiguchi, H., and Yukitomo, H. (1982), "Model Test and Analysis of Negative Friction Acting on Piles.", Soils and Foundations, 22(2), June, m 29-39.
- Terzaghi, K., and Peck, R.B. (1948). Soil Mechanics in Engineering Practice, John Wiley and Sons, New York.
- Terzaghi, K., and Peck, R.B. (1967). "Settlement of Point Bearing Pile Foundation; Settlement of Floating Pile Foundation." Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 540-555.
- Zeevaert, L. (1959). "Reduction of Point Bearing Capacity of Pile Because of Negative Skin Friction." Proc. 1st Pan Am. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Mexico, 1145-1152.
- Zeevaert, L. (1973) Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, Van Nostrand Reinhold Co., New York, pp. 353-393 and 584-589.