

정밀 코이닝 공정 설계에서의 3차원 유한요소법 활용

최 한 호*, 강 범 수*, 변 천 덕**

* 부산대학교 항공우주공학과, 정밀정형 및 금형가공 연구센터

** 금성사 생산기술연구소

Process Design in Precision Coining by Three-Dimensional Finite Element Method

Han-Ho Choi*, Beom-Soo Kang*, Cheon-Deog Byean**

* Department of Aerospace Engineering
ERC for Net-Shape and Die Manufacturing
Pusan National University

** Manufacturing Technology Center, Gold Star Co. Inc.

Abstract

Process design is one of the most important fields in metal forming, where the finite element method has appeared a useful method for industrial applications. In this study, a program using the rigid plastic finite element has been developed for preform design in three-dimensional plastic deformation. The surface integration for calculation of the friction between die and workpiece has been implemented with care in numerical treatment. The developed program is applied to a precision coining process for designing an optimal punch.

1. 서 론

최근 소성가공 산업은 급속한 산업의 발전과 항공기용 부품 개발, 전자제품의 초소형화 추세에 따라 새로운 형상 부품의 수요가 급증하고 있으며 정밀한 소성가공품의 요구가 늘고있다. 그러나 아직도 실제 현장에서는 이러한 제품을 생산하기 위해서는 많은 시행착오를 거치고 있다. 대형 컴퓨터의 보급 및 수치해석 프로그램의 개발로 이러한 현장의 어려움을 극복해 주는 수치적 해석방법들이 많이 연구되었다. 이들중 대표적인 방법이 유한차분법과 유한요소법인데, 특히 유한요소법은 종래의 해법에 비해 그 적용의 융통성이 좋으며 다양하고 상세한 정보를 제공할 수 있어 오늘날 소성가공 문제의 해석에 가장 널리 사용되고 있다.

Hayes[1] 등에 의해 비압축성조건을 고려하지 않은 강소성 유한요소법이 처음으로 개발되었다. Lee와 Kobayashi[2]는 행렬방법(matrix method)을 이용한 강소성 유한요소 수식을 정립하였으며, 수식화과정에서 비압축성조건을 고려하기 위하여 라그랑지승수(lagrange multiplier)를 도입하였다. Zienkiwicz[3]는 라그랑지승수에 의한 비압축

성조건의 단점을 개선하기 위하여 벌칙함수(penalty function)를 도입하여 유한요소 수식화하였다.

지난 십 여년 동안 유한요소법은 많은 연구자들에 의해 끊임없는 발전을 거듭하였다. 특히 소성가공의 근본적 특성으로부터 야기되는 문제점들을 해결하기 위한 여러 가지 기법들이 많이 개발되었다. Osakada와 Kobayashi[4,5]등은 강제영역을 처리하는 기법을 개발하였으며, Chen과 Kobayashi[6]는 중립점에서 마찰용력의 방향이 갑자기 변하는 문제점을 해결하기 위하여 상대미끄럼속도에 대한 아크탄젠트함수를 도입하여 마찰경계조건을 처리하는 기법을 개발하였다. 또한 Oh[7]는 자동적으로 초기속도장을 생성시키는 기법을 개발하였고, Rebelo와 Kobayashi[8]는 그리고 점소성변형과 열전달을 동시에 고려하는 열평형방정식(heat-balance equation)의 수치적분 기법을 개발하였다. 그리고 Kang, Kim 및 Kobayashi[9]는 예비성형체를 설계하기 위한 역추적기법(backward tracing technique)을 정립하였다. 또한 유한요소 격자의 심한 왜곡으로 인한 문제점을 해결하기 위하여 많은 연구자[10,11]들은 격자재구성기법(remeshing technique)을 도입하여 금속성형해석에 적용하였다. 최근에는 3차원 유한요소법을 이용한 여러가지 금속성형공정의 해석에 대한 연구[12~15]도 활발히 진행되고 있다. 이때 3차원 유한요소법의 해석의 경우 금형면의 묘사를 위해 함수를 사용하고 있다. 본 연구에서는 금형의 면을 사각형격자로 나누어 그절점의 좌표값으로 3차원 금형을 묘사할 수 있는 방법을 제시하여, 보다 일반적인 형상의 금형묘사를 가능하게 했다.

2. 3차원 강소성 유한요소 수식화

금속성형공정의 해석에 효과적이며, 현재 널리 사용되고 있는 수치해법인 3차원 강소성 유한요소법에 대한 이론과 수식화 과정은 이미 널리 알려져 있다[16].

비압축성 조건을 만족하기 위한 벌칙함수(penalty function) K를 도입하면, 강소성 재료에 대한 1차 변분 범함수는 다음과 같다.

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \bar{\epsilon}_v \delta \bar{\epsilon}_v dV - \int_{S_r} f_i \delta u_i dS = 0 \quad (2.1)$$

여기서 $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$, $\bar{\epsilon} = \sqrt{2/3} (\epsilon'_{ij} \epsilon'_{ij})^{1/2}$, σ'_{ij} 는 편차용력, f_i 는 표면외력, u_i 는 속도성분, ϵ'_{ij} 는 변형률 속도, ϵ'_v 는 체적 변형률속도이다.

표면외력으로 주로 작용하는 금형과 소재사이의 마찰의 처리를 위하여, 마찰면에서의 중립점발생으로 인한 특이성을 피하여 수치해의 안정성을 고려한 다음의 식을 사용한다.

$$\tilde{f} = -mk \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|\tilde{v}_r|}{u_o} \right) \frac{\tilde{v}_r}{|\tilde{v}_r|} \quad (2.2)$$

여기서 m 은 마찰상수, k 는 소재의 전단항복용력, \tilde{v}_r 은 금형에 대한 소재의 상대 속도, u_o 는 \tilde{v}_r 에 비하여 아주 작은 양수이다.

일반적인 유한요소 분할화 과정을 거치면, 절점속도벡터 \tilde{v} 에 대한 비선형 방정식이 된다.

$$\Omega(\tilde{v}) = K(\tilde{x}, \bar{\epsilon}, \bar{\epsilon})\tilde{v} - F(\tilde{x}, \tilde{v}) = 0 \quad (2.3)$$

여기서 K 는 강성행렬(stiffness matrix), F 는 힘 벡터(load vector), \tilde{x} 는 절점좌표 벡터이다. 본 연구에서는 유한요소 분할화 과정에서 3차원 8절점 육면체요소(hexahedral element)를 사용하였다. 식(2.3)는 Newton-Raphson반복법을 이용하여 해를 구하며, 초기속도장은 직접반복법(direct iteration method)을 이용하여 구한다.

3. 다이의 표시와 경계조건

3.1 다이의 표시

3차원 형상의 다이를 표시하기 위해서, 본 연구에서는 네 절점을 가지는 사각형 패널(panel)을 사용하였다. 이때 한 패널은 네 절점 좌표의 입력값으로 부터 3차원 공간 상에서 그 패널의 위치가 정해지게 된다. 이 패널의 위치는 네 절점의 좌표값으로 부터 얻은 법선벡터(normal vector)로 표시되어지며, 그리고 이 법선벡터로부터 그 패널을 포함하는 평면방정식을 구하게된다. 이때 평면방정식은 다이와 소재절점의 접촉시간을 구하는데 이용되어지며, 법선벡터는 다이와 소재의 접촉면의 경계조건을 정하는데 사용되어진다. 이러한 패널들의 많은 조합을 통해 3차원 형상의 다이를 표시하게 된다.

Fig.1은 3차원 공간상에 위치한 한 다이패널의 그림이며, \vec{n} 은 패널의 법선벡터를 나타낸다. 패널의 평면방정식은

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (3.1)$$

로 표시되어지고, 이때 법선벡터 $\vec{n} = (A, B, C)$ 는 x, y, z 의 성분으로 표시되어진다. 패널의 법선벡터 \vec{n} 은 \vec{ac} 와 \vec{bd} 의 벡터곱으로 표시되어진다.

$$\vec{n} = \vec{ac} \times \vec{bd} \quad (3.2)$$

여기서,

$$\vec{ac} = (x_3 - x_1)\hat{i} + (y_3 - y_1)\hat{j} + (z_3 - z_1)\hat{k}$$

$$\vec{bd} = (x_4 - x_2)\hat{i} + (y_4 - y_2)\hat{j} + (z_4 - z_2)\hat{k}$$

그 패널의 임의의 한절점 좌표를 (3.1)에 대입하여 계수 D를 구함으로써 그 패널을 포함하는 평면 방정식을 구하게 된다.

3.2 다이와 소재의 접촉 결정

다이와 소재의 접촉은 이전 단계에서 구한 소재의 절점과 다이의 상대속도를 이용하여 소재의 절점이 다이를 파고들지 않는 시간중분 Δt 를 구하고, 이 시간중분후 소재의 절점은 다이에 접촉하게된다.

먼저, 시간중분 Δt 를 구하는 방법부터 살펴보기로 하자. 시간중분 Δt 후 상대속도에 의한 소재절점의 이동거리를 성분별로 표시하면 다음과 같다.

$$\Delta x = V_{rel_x} \times \Delta t$$

$$\Delta y = V_{rel_y} \times \Delta t \quad (3.3)$$

$$\Delta z = V_{rel_z} \times \Delta t$$

여기서 $V_{rel_x}, V_{rel_y}, V_{rel_z}$ 는 다이와 소재의 상대속도, Δt 는 우리가 구하고자 하는 미지의 시간중분 값이고, $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 는 상대속도에 의한 계산상의 가상적인 이동 거리로서, 실제 소재 절점의 이동거리를 나타내는 것은 아니다. 이전 단계의 소재절점의 좌표를 (x_a, y_a, z_a) 라고 할때 상대속도에 의한 새로운 가상적인 소재절점의 좌표 (x_a', y_a', z_a') 는 다음과 같다.

$$x_a' = x_a + \Delta x$$

$$y_a' = y_a + \Delta y \quad (3.4)$$

$$z_a' = z_a + \Delta z$$

이 좌표들이 다이패널에 접촉되었다고 가정한다면, 이 좌표값은 패널의 평면상에 존재하게 된다. 이 좌표값을 평면방정식 (3.1)에 대입하여 Δt 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta t = - \frac{A u_x + B(u_y - v_d) + C u_z}{D + A x_a + B y_a + C z_a} \quad (3.5)$$

여기서 u_x, u_y, u_z 는 이전 단계의 소재절점의 속도이고, v_d 는 다이의 속도로써 y 성분만 존재한다. 다이패널을 포함하는 평면방정식의 계수이다. 여기서 구한 Δt 값을 시간증분으로 하여 다음 단계의 소재의 좌표와 다이의 위치를 결정하게 된다.

이때 계산된 시간증분내에 어떤 소재의 절점이 다이에 접촉되었는지를 결정하여야 하며, 또한 어느 다이 패널에 접촉되었는지도 알아야한다. 본 연구에서는 이러한 결정 방법으로 '면적비교법(area comparison scheme)'을 제시하였다. 면적비교법은 다이를 이루는 사각형패널의 면적과 소재의 한 절점과 이 패널의 네 꼭지점을 연결하여 생기는 네개의 삼각형의 합을 비교하여 소재절점의 다이패널 접촉여부를 결정하는 방법이다. Fig.2은 이 방법을 통해 소재절점의 다이패널 접촉여부를 결정하는 방법을 나타낸 그림이다. Fig.2에서 다이패널의 면적을 A_p 라 하고, 소재의 절점 α 와 패널의 네 꼭지점을 연결하여 생기는 네 개의 삼각형을 각각 A_1, A_2, A_3, A_4 라 할때, Fig.2(a)는 절점 α 가 패널에서 떨어져 윗부분에 존재하는 경우이고, Fig.2(b)는 절점 α 가 패널의 동일 평면상에 존재하지만 패널의 바깥쪽에 있는 경우로서 A_p 가 A_1, A_2, A_3, A_4 의 합보다 작다. Fig.2(c)는 A_p 가 A_1, A_2, A_3, A_4 의 합과 일치하는 경우로 절점 α 가 패널에 접촉되었음을 나타내는 그림이다.

3.3 다이 - 소재 접촉면에서의 경계조건

소재의 절점이 다이와 접촉하게 되면 접촉면상에서의 표면외력은 경계면의 접평면 방향으로 규정되고, 속도는 수직방향으로 규정된다. 전역좌표계에 대한 임의의 형상에 대하여 혼합경계조건(mixed boundary condition)을 부여하기 위해서는 (x,y,z) 의 전역좌표계를 (x',y',z') 의 경사좌표계로 변환을 해야한다. Fig.3는 전역좌표계에서 경사좌표계로의 변환을 나타낸 그림이다. 3차원 좌표계에서 좌표변환행렬은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

여기서,

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & \sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & -\cos\theta\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

표면외력으로 주로 작용하는 다이와 소재사이의 마찰력은 (2.2)의 적분으로 계산되어진다.

$$\int_{S_f} -mk \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|\tilde{v}_r|}{u_0} \right) \frac{\tilde{v}_r}{|\tilde{v}_r|} N dS \quad (3.7)$$

여기서 N 은 형상함수(shape function)행렬이다.

(3.7)을 계산하기 위하여 Fig.4에서 보듯이 한 방향으로 5개의 적분점을 가지는 가우스 이중(Gauss quadrature)적분을 사용하였다. 요소의 한면을 기준으로 3점 이상의 절점이 다이와 접촉하면 마찰력을 계산하였다. Fig.4에서 \tilde{n} 은 다이와 소재 접촉면상의 수직벡터이며, s 및 t 는 국부절점좌표계(natural coordinate system)이다.

4. 코이닝(coining)공정에서의 적용

본 연구에는 개발된 프로그램으로 전자총에 들어가는 아퍼추어(aperture)의 성형공정 중 설계에 가장 어려움을 겪고있는 코이닝공정 설계에 적용하였다. 전자총은 브라운관(CRT)에 장착되어 전자선(electronic beam)을 방출하는 부품으로 자기성을 띠지

않는 다수의 부품으로 구성되어 있다. 그중 아퍼추어는 외국에서 약 20개의 연속 성형공정을 거쳐 생산되어지고 있으며 전자선 궤도의 오차를 줄이기 위해 10 μm이내의 정밀도가 요구되는 핵심적인 초정밀 성형부품이다.

Fig.5은 아퍼추어 성형공정중 기존 코이닝공정의 순서를 나타낸 그림이다. 이 때 두 번의 코이닝공정이 요구되며, 두 번의 코이닝공정후 최종 반경이 0.25 mm 되는 구멍을 뚫어주는 피어싱(piercing)공정을 하게된다. Fig.5(a)는 1차 코이닝공정을 하기전에 원의 중앙부분에 가로 0.4 mm, 0.6 mm 의 구멍을 뚫은 1차 피어싱공정을 거친 단계이다. Fig.5(b)의 1차코이닝공정과 Fig.5(c)의 2차 코이닝공정을 거쳐 Fig.5(d)과 같은 최종 2차 피어싱공정을 하게된다.

기존 코이닝공정의 문제점 및 개선방안을 제시하기 위해, 개발된 프로그램으로 3차원 시뮬레이션을 행하였다. Fig.6은 1차 코이닝공정과 2차 코이닝공정에 사용되는 다이를 각각 12개의 패널로 구성하여 만든 것과 초기격자 시스템을 나타낸 그림이다. 시뮬레이션을 위한 공정조건은 다음과 같다.

$$\square \text{ 소재 재료 : } \frac{\bar{\sigma}}{Y_0} = \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{0.0051}\right)^{0.235}$$

$$\square \text{ 다이와 소재사이의 마찰 상수 : } m = 0.1$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 유효응력, Y_0 는 초기 항복응력이며 $\bar{\varepsilon}$ 는 유효변형률이다.

Fig.7은 기존의 1차 코이닝 공정을 시뮬레이션한 결과이다. Fig.9(a)는 Fig.7의 시뮬레이션에서 중앙구멍의 변화를 나타낸 그림이다. 가장 바깥쪽이 초기구멍의 모양이고 가장 안쪽이 1차 코이닝공정 후의 최종 구멍의 모양이다. 이때 c-c방향으로 구멍이 골을 형성하면서 크게 찌그러짐을 볼 수 있다. 이러한 형태의 구멍은 2차 코이닝공정 후 Fig.5(d)의 A와 같은 균열이 예상되며, 이러한 균열은 2차 피어싱 공정후 최종 제품의 결함으로 남게될 가능성이 많다. 오히려 이러한 골의 형성이 불가피하다면 a-a 방향으로 골을 유도하여 2차 코이닝 과정에서 구멍의 골을 중앙부분으로 밀어넣는 것이 바람직할 것으로 생각되어진다.

코이닝 공정중에서의 구멍의 모양변화는 소재와 다이 접촉부분의 면적과 밀접한 관계가 있는 것으로 보여진다. Fig.9(a)의 b-b방향으로 가장 넓은 접촉면적을 가지므로 구멍의 중앙부분으로 많은 소재의 유동을 보여주고 있다. 이러한 점을 고려하여 c-c 방향으로 많은 소재의 유동을 유발시키고 a-a방향으로 골의 형성을 유도하도록 초기 구멍의 모양을 수정하였다. Fig.8은 수정한 초기 구멍의 모양으로 1차 피어싱한 후, 이것을 초기 소재로하여 1차 코이닝공정을 시뮬레이션한 과정의 그림이다. Fig.9(b)는 그 구멍의 변화모습을 보여주고 있는 것으로, 가장 바깥쪽은 수정한 초기 구멍의 모양이고 가장 안쪽은 1차 코이닝 공정후의 최종 구멍의 모양이다. 구멍의 골이 a-a 방향으로 형성되었으며 중심에서 구멍의 끝까지의 크기가 Fig.9(a)의 기존공정 보다도 작아졌음을 볼 수있다. Fig.10은 Fig.8의 1차 코이닝 공정후 2차 코이닝공정의 시뮬레이션 결과이다. 최종 구멍이 2차 피어싱 반경 0.25mm안에 들어감으로 결함없는 최종 제품을 보여주고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 3차원 강소성 유한요소 코드를 개발하였으며, 내용을 요약하면 다음과 같다.

(1) 3차원 형상의 다이를 표시하기 위해 네 절점을 가지는 사각형 패널을 사용하였다.

(2) 다이와 소재의 접촉을 결정하는 방법으로 면적비교법을 제시하였다.

(3) 다이와 소재면에서의 마찰력계산은 요소의 한면을 기준으로 5개의 적분점을 가지는 가우스 이중적분을 행하였다.

(4) 개발된 코드로 아퍼추어의 성형중 코이닝 공정설계에 적용하여 공정의 개선방안을 제시하였다.

참고문헌

1. D.J. Hayes and P.V. Marcal, "Deformation of Upper Bounds for Problems in Plane Stress Using Finite Element Techniques", *Int. J. Mech. Sci.* Vol.9, 1967.
2. C.H. Lee and S. Kobayashi, "New Solutions to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method", *Trans. of ASME, J.of Eng. for Industry*, pp. 865-873, 8, 1973.
3. O.C. Zienkiewicz and P.N. Godbolde, "A Penalty Function Approach to Problems of Plastic Flow of Metals with Large Surface Deformation", *J. Strain Analysis*, Vol.10, 1975
4. K. Osakada, J. Nakano and K. Mori, "Finite Element Method for Rigid Plastic Analysis of Metal Forming Formulation for Finite Deformation", *Int. J. Mech. Sci.* Vol.24, pp. 459-468, 1982.
5. S.I. Oh, N.Rebello and S. Kobayashi, "Finite Element Formulation for the Analysis of Plastic Deformation of Rate-Sensitive Materials in Metal Forming", *IUTAM Symposium, Tutzing/Germery*, pp.273-291, 28 Aug.- 3 Sep., 1978.
6. C.C. Chen and S. Kobayashi, "Rigid-Plastic Finite Element Method Analysis of Ring Compression", *ASME, AMD*, Vol. 28, pp.163-174, 1978.
7. S.I. Oh, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.24, pp.479-493, 1982.
8. N. Rebello and S. Kobayashi, "A Coupled Analysis of Viscoplastic deformation and Heat Transfer-I, Theoretical Considerations", *Int. J. Mech. Sci.* Vol.22, pp.169, 1980.
9. B.S. Kang and S. Kobayashi, "Preform Design in Ring Rolling Processes by the Three-Dimensional Finite Element Method", *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol. 31, No. 1, pp. 139-151, 1991.
10. S.I. Oh, J.P. Tang and A. Badawy, "Finite Element Mesh Rezoning and its Applications to Metal Forming Analysis", *Advd. Tech. Plasticity* 2, pp.1051-1058, 1984.
11. J.H. Yoon and D.Y. Yang, "A Three-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Bevel Gear Forging by Using a Remeshing Technique", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 32, No. 4, pp. 277-291, 1990.
12. J.J. Park and S. Kobayashi, "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Block Compression", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 26, pp. 165-176, 1984.
13. I. Pillinger, P. Hartley, C.E.N. Sturgess and G.W. Rowe, "An Elastic-Plastic Three- Dimensional Finite Element Analysis of the Cold Forging of Rectangular Blocks and Experimental Comparison", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 25, No. 3, pp. 229-243, 1985.
14. G. Surdon, J.L.Chenot, "Finite Element Calculation of Three-Dimensional Hot Forging", *Int. J. Mum. Mech. in Engng.*, Vol. 24, pp. 2107-2117, 1987.
15. D.Y. Yang, Y.S. Kang and J.R. Cho, "Finite Element Analysis of Three-Dimensional Hot Extrusion of Sections through Continuous Dies Considering Heat Transfer", *Proc. 4th International Conf. on Numerical Methods in Industrial Forming Process*, France, Sept., 687-692, 1992.
16. S. Kobayashi, S.I. Oh, and Altan, T., "Metal Forming and the Finite- Element Method", *Oxford Univ. Press.* 1989.

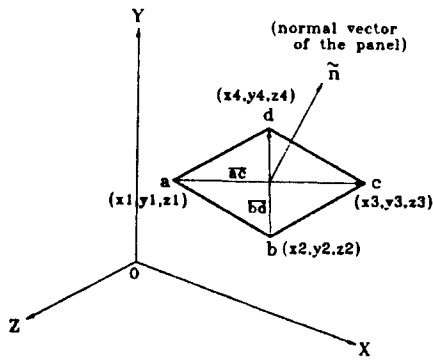


Fig.1 A die panel represented by rectangular element

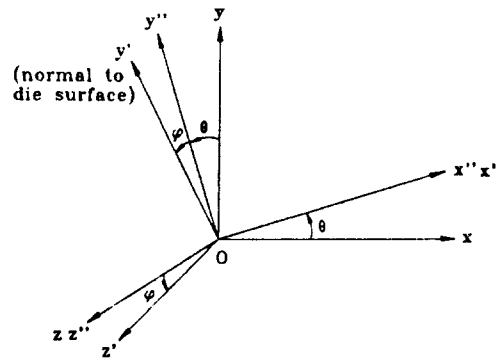


Fig.3 Transformation from global coordinate system to local coordinate system

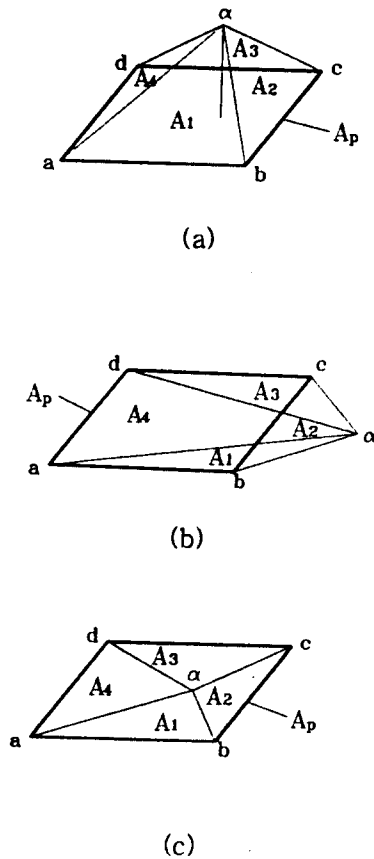


Fig.2 Area comparison scheme

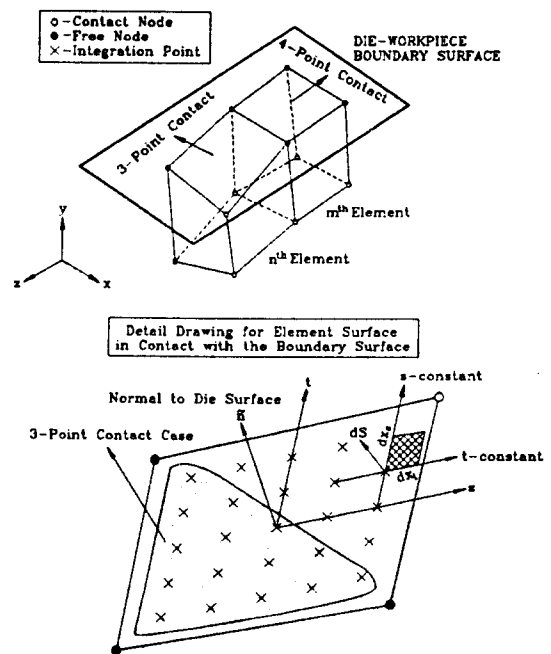


Fig.4 Surface integration over the die-workpiece interface

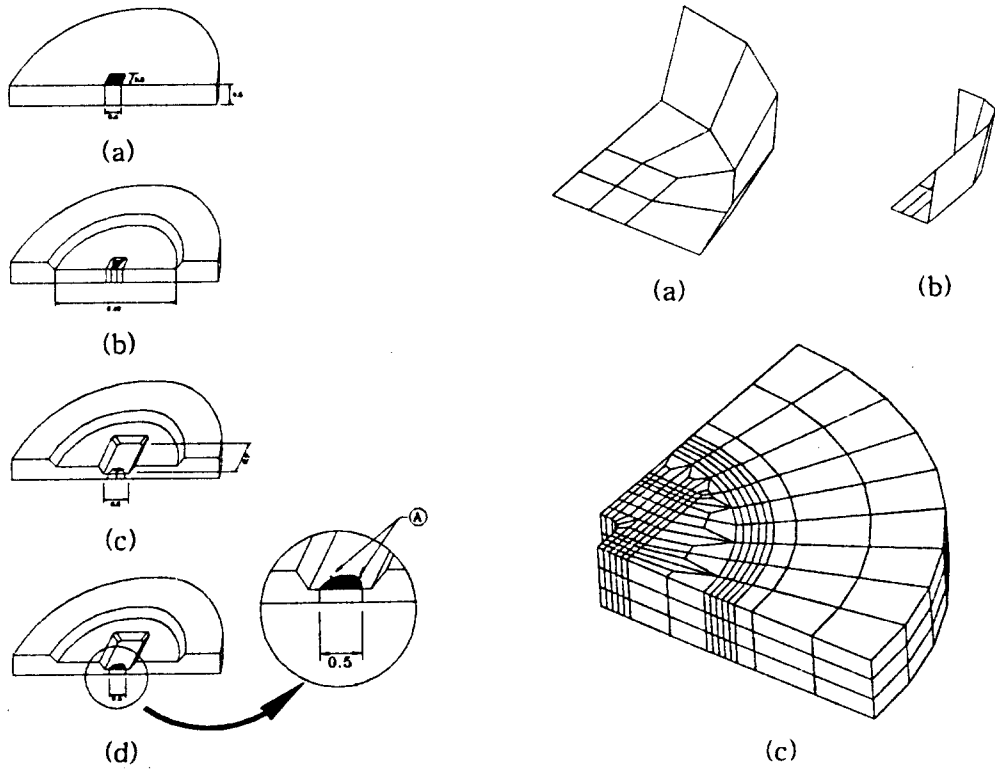


Fig.5 The current process sequence of Fig.6 Die configuration and the initial piercing and coining mesh system

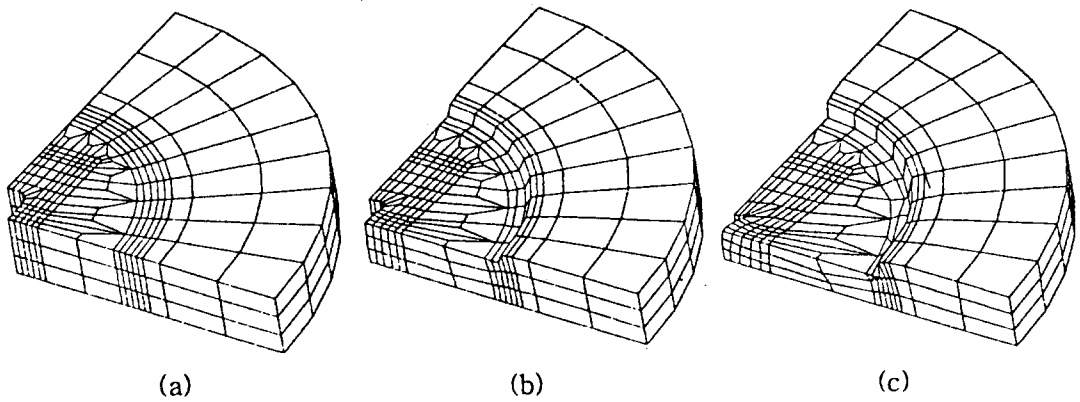
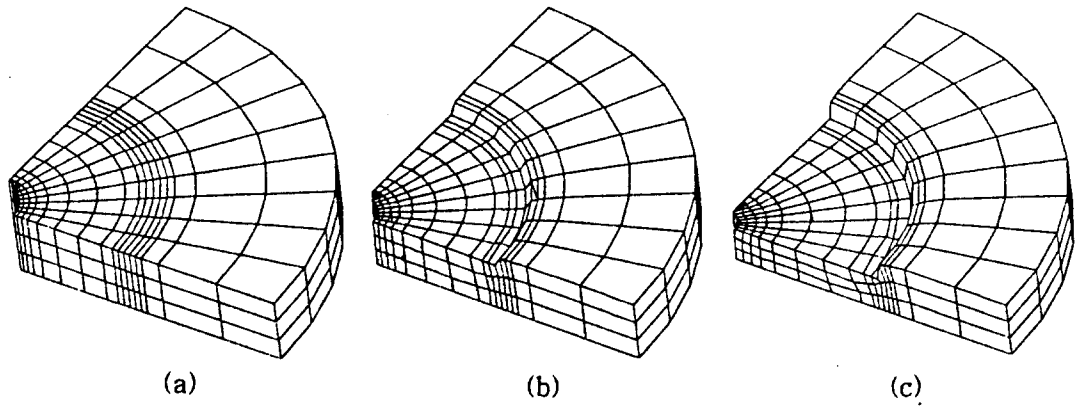


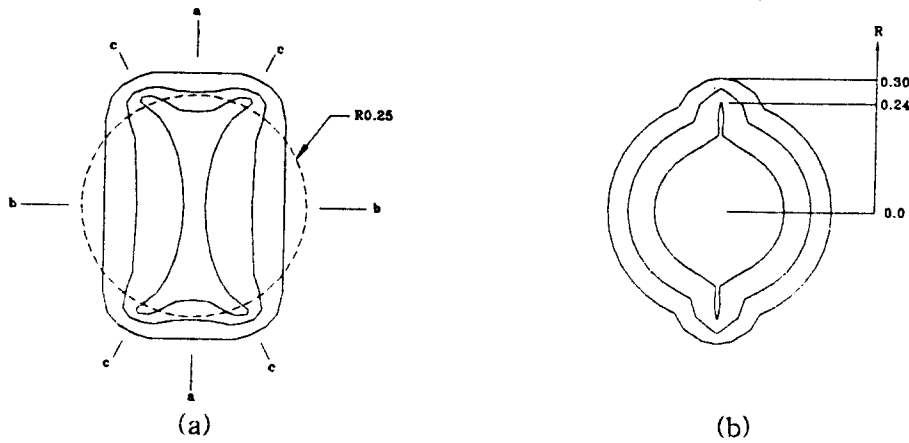
Fig.7 The 1st coining 3D simulation [I]
 (a)initial, (b)stroke=50%, (c)stroke=100%



(a) (b) (c)

Fig.8 The 1st coining 3D simulation [II]

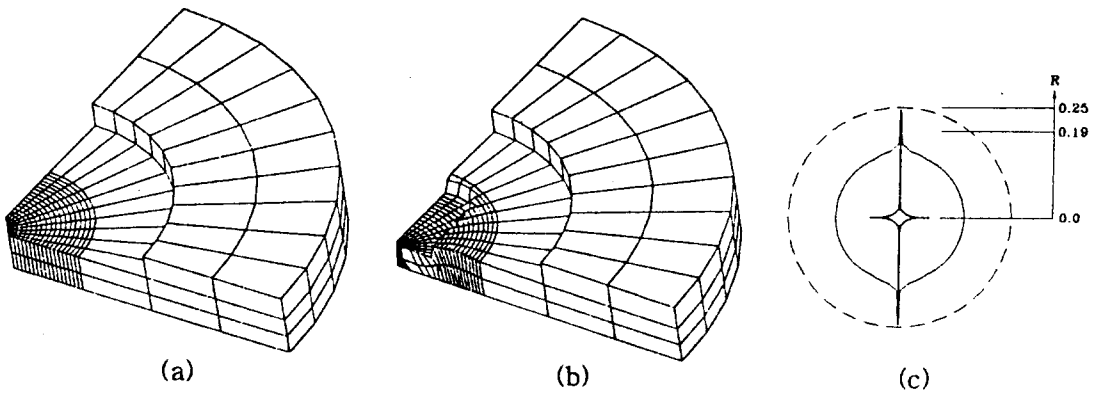
(a)initial, (b)stroke=50%, (c)stroke=100%



(a) (b)

Fig.9 Progressive hole configuration during the 1st coining operation

(a)simulation [I], (b)simulation [II]



(a) (b) (c)

Fig.10 The 2nd coining simulation and progressive hole configuration