

확률적 동적계의 응답 예측에 관한 연구

남 성 현, 김 호 룡**

(A Study on the Prediction of the Response of Stochastic Dynamic System)

(Sung-Hyun Nam, Ho-Ryong Kim)

1. 서 론

종래의 동적계의 해석은 실제의 복잡한 계를 간단하고 이상적인 확정적 모델로 모델링하여 해석하였으나, 실제적으로는 외부의 입력과 계의 재료특성의 불규칙적인 편차, 부정확한 측정에 의한 오차, 가공과 조립에서 발생하는 편차 및 마모나 마찰에 의한 물리적 성질의 편차 등 여러가지의 요인으로 인하여 계의 변수들과 입력에는 모두 불확실성을 내포하고 있다.⁽¹⁾ 이와같은 불확실성은 계의 동적특성이나 안정성에 심각한 영향을 미칠 수 있기 때문에, 이러한 불확실성을 포함하고 있는 동적계를 실험적 측정, 확률법적 및 통계적 성질을 이용한 통계적 추론에 의해 확률적 동적계로 모델링하여 해석하므로써 불확실성이 계의 출력에 미치는 영향을 정량적으로 정확히 파악하여야 한다. 더욱이 초정밀, 초고속 등이 요구되는 산업계에서는 실제에 가장 가까운 계의 모델링과 해석을 통한 계의 신뢰성 향상이 절실히 요구되고 있으며, 근래에는 불확실성을 고려한 확률해석에 입각한 신뢰성 해석 및 최적설계의 연구가 많이 수행되고 있다.⁽²⁾

일반적으로 확률적 동적계의 해석문제는 Fig. 1과 같이 계의 변수를 확률적으로 고려한 경우, 계의 입력을 확률적으로 고려한 경우 및 계의 변수와 입력을 모두 확률적으로 고려한 경우인 3가지로 크게 구분할 수 있다. 이러한 확률적 동적계의 종래의 해석은 계의 변수를 확률적으로 고려한 경우 주로 확률유한요소법을 이용한 구조물의 확률해석으로서 발전하여 왔고, 입력을 확률적으로 고려한 경우는 불규칙 진동으로서 발전하여 왔다. 그러나 종래의 연구에서는 주로 평균이 영인 확률적 입력만을 고려하였고, 이러한 확률적 입력이 계의 응답에 미치는 영향에 비해서 계의 변수의 불확실성이 계의 응답에 미치는 영향이 작기 때문에 계의 변수들의 불확실성은 무시하였으나, primary-secondary system⁽³⁾이나 본 연구에서와 같은 평균이 영이 아닌 확률적 입력인 경우에는 계의 변수들의 불확실성이 입력의 불확실성만큼 응답에 영향을 미치기 때문에 계의 변수들과 입력에 대한 불확실성을 모두 고려한 동적계의 확률해석을 수행하여야 한다.

근래에 비로소 계의 변수와 입력의 불확실성을 모두 고려한 해석방법이 연구되기 시작했다. 1983년 Nakagiri⁽⁴⁾등과 1991년 Chang⁽⁵⁾은 계의 변수들의 불확실성을 포함하고 정상확률입력을 받는 선형 동적계와 기하학적 비선형 보에 대해서 섭동법에 의한 확률유한요소법을 사용하여 응답의 정상확률특성을 구하였으나, 섭동법을 사용하였기 때문에 불확실성이 비교적 작아야 하는 단점과 비정상확률과 정에는 적용할 수 없다. 1992년 Jensen⁽⁶⁾은 계의 변수들의 불확실성을 포함하고 비정상 확률입력을 받는 선형 동적계에 대해서 계의 응답의 공분산행렬에 대한 확률상태방정식을 유도하고 이 식을 시간에 대해 적분을 수행하여 응답의 확률특성을 구하였으나, 비선형계에는 적용할 수는 없다. 그러나 계의 변수들이 불확실성을 포함하고 비정상 확률입력을 받는 비선형계의 해석은 현재까지 거의 수행되지 않고 있다.

그러므로 본 연구에서는 계의 변수들이 불확실성을 갖고 비정상확률입력을 받는 비선형 동적계를 포함한 일반적인 확률적 선형/비선형 동적계의 해석을 수행하기 위하여 동적계의 확률적 모델과 새로운 확률과정근사법을 이용한 확률해석을 제시하고, 그 타당성을 Monte Carlo 시뮬레이션으로 검증하고자 한다.

2. 확률적 선형 동적계의 해석

2.1 일반화된 확률적 선형 동적계의 운동방정식

종래의 확정적 동적계의 운동방정식은 일반적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[M_0]\{\ddot{X}_0\} + [C_0]\{\dot{X}_0\} + [K_0]\{X_0\} = \{F_0\} \quad (1)$$

여기서 $[M_0]$, $[C_0]$, $[K_0]$ 는 질량, 감쇠, 강성행렬이고, $\{F_0\}$, $\{X_0\}$ 는 입력과 응답벡터이다.

그러나 앞에서 언급한 불확실성을 고려하기 위해서 확률개념을 도입하여 운동방정식을 표현하면 다음과 같다. 즉, 시간의 함수가 아닌 $[C]$, $[K]$ 와 시간의 함수인 $\{F\}$, $\{X\}$ 를 각각 확률변수와 비정상 확률과정으로 모델링하고 모든 확률변수와 확률과정은 중심극한정리에 의해 정규분포를 갖는다고 가정하면, 확률변수와 확률과정은 평균이 μ 인 확정적 부분과 평균이 0이고 편차가 $\sigma(t)$ 인 확률적 부

* 연세대학교 대학원 기계공학과

** 연세대학교 기계설계학과

분으로 분리할 수 있으며, 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[C] = [C_0] + [\Delta C] = [\mu_C] + \sum_{i=1}^r [\sigma_{C_i}] b_i \quad (2)$$

$$[K] = [K_0] + [\Delta K] = [\mu_K] + \sum_{i=1}^r [\sigma_{K_i}] b_i \quad (3)$$

$$\{F(t)\} = \{F_0\} + \{\Delta F\} = \{\mu_F(t)\} + \sum_{j=1}^s \{\sigma_{F_j}(t)\} \eta_j(t) \quad (4)$$

여기서 b_i 와 $\eta_j(t)$ 는 각각 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수와 정상확률과정용 의미하며, r 과 s 는 각각 확률변수와 확률과정의 갯수이다. 식(2)에서 식(4)까지의 식들에 의해 식(1)은 다음과 같이 확률미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$[M] \{ \ddot{X}(t, \mu_a, \sigma_a) \} + [C(\mu_C, \sigma_C)] \{ \dot{X}(t, \mu_v, \sigma_v) \} + [K(\mu_K, \sigma_K)] \{ X(t, \mu_x, \sigma_x) \} = F(t, \mu_F, \sigma_F) \quad (5)$$

한편, 동적계가 구조물과 같은 연속계라면 일반적으로 계의 변수들이 공간에 대한 비균질확률과정으로 모델링할 수 있고, 비균질확률과정은 확률유한요소법에서 사용하는 확률변수법에 의한 요소분할⁽⁷⁾을 이용하면 식(5)와 동일한 형태로 나타낼 수 있다. 그러므로 본 연구에서 해석하려는 확률적 선형 동적계의 일반화된 운동방정식은 식(5)와 같이 표현되어진다.

2.2 응답의 1차 모멘트

일반화된 확률적 운동방정식으로부터 1차 모멘트인 평균을 구하기 위해서 먼저 식(2)-(4)를 식(5)에 대입한 후, 기대값을 취하면 다음과 같다.

$$[M] \{ \mu_{\ddot{X}} \} + [\mu_C] \{ \mu_{\dot{X}} \} + [\mu_K] \{ \mu_X \} = \{ \mu_F \} - E([\Delta C] \{ \Delta \dot{X} \}) - E([\Delta K] \{ \Delta X \}) \quad (6)$$

따라서 본 연구에서는 식(6)을 해석함으로써 응답 $\{X\}$ 의 평균인 $\{\mu_X\}$ 을 구한다.

2.3 응답의 2차 모멘트

일반화된 확률적 운동방정식으로부터 2차 모멘트를 구하기 위해서 식(2)-(4)를 식(5)에 대입한 후 $\{\Delta X\}^T$ 를 후적하여 기대값을 취한 식으로부터 다음과 같은 확률적 방정식을 구할 수 있다.

$$[M] \{ \Delta \ddot{X} \} + [\mu_C] \{ \Delta \dot{X} \} + [\mu_K] \{ \Delta X \} = \sum_{j=1}^s \{\sigma_{F_j}\} \eta_j - \sum_{i=1}^r \{\sigma_{C_i}\} b_i (\{ \mu_{\dot{X}} \} + \{ \Delta \dot{X} \}) - \sum_{i=1}^r \{\sigma_{K_i}\} b_i (\{ \mu_X \} + \{ \Delta X \}) \quad (7)$$

식(7)과 같은 확률변수 b_i 과 확률함수 $\eta_j(t)$ 가 함께 존재하고 있는 운동방정식은 종래의 방법으로는 해석할 수 없기 때문에 본 연구에서는 새로운 근사적인 해석방법으로서 확률과정 근사법을 제시하고자 한다.

2.4 확률과정근사법

평균이 0이고 분산이 σ^2 인 확률변수와 협대역 확률과정의 스펙트럼 밀도함수 $S(\omega)$ 는 Fig. 2와 같다. 또한 식(7)에서 구하고자 하는 2차 모멘트는 확률변수나 확률과정의 2차 모멘트에 의해 영향을 받기 때문에 본 연구에서는 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수 b 을 중심주파수가 해석하고자 하는 계의 고유진동수보다 매우 작고 평균이 0이고 분산이 1인 협대역 정상확률과정 $y(t)$ 으로 근사시키는 확률과정근사법을 사용하며, 협대역 정상확률과정은 백색잡음을 입력으로 하는 선형필터를 사용하여 구한다.

Fig. 3(b)를 살펴보면 λ_0 는 $S(\omega)$ 의 면적으로서 $y(t)$ 의 분산을 의미하고, ω_c 는 주파수의 원점축에 대한 $S(\omega)$ 의 도심으로서 중심주파수를 의미한다. 또한 ω_r 는 주파수의 원점축에 대한 $S(\omega)$ 의 회전 반지름으로써 필터의 고유진동수를 의미하고, ω_s 는 $S(\omega)$ 의 도심에 대한 편차로서 중심주파수에 대한 $S(\omega)$ 의 분산된 정도, 다시말하면 확률과정의 대역폭의 정도를 의미하며 ζ 가 작을수록 대역폭은 작아진다. 이와같은 협대역 정상확률과정의 특성을 나타내는 변수들을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\lambda_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega = \pi S_0 / 4 \zeta \omega_n^3 \quad (8)$$

$$\omega_c = \int_0^\infty \omega S(\omega) d\omega / \lambda_0 \quad (9)$$

$$= \{ \omega_n^2 [1 - \tan^{-1}(2\zeta \sqrt{1-\zeta^2} / 1-2\zeta^2) / \pi]^2 / \sqrt{1-\zeta^2} \}^{1/2}$$

$$\omega_r = \int_0^\infty \omega^2 S(\omega) d\omega / \lambda_0 = \omega_n \quad (10)$$

$$\omega_s^2 = \omega_r^2 - \omega_c^2 \approx 4\zeta \omega_n^2 (1 - 1.1\zeta) / \pi \quad (11)$$

여기서 ζ 는 감쇠비이고, ω_n 은 고유진동수이며, $\zeta(t)$ 는 평균이 0이고 파워강도가 S_0 인 백색잡음이다.

그러므로 필터인 선형 동적계의 고유진동수와 감쇠비는 협대역 정상확률과정의 중심주파수와 대역폭에 영향을 미치며 필터의 입력인 백색잡음의 파워강도는 협대역 정상확률과정의 분산에 영향을 미친다. 따라서 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수를 평균이 0이고 분산이 1인 협대역 정상확률과정으로 근사시키기 위해서는 식(8)-(11)을 이용하여 필터의 고유진동수와 감쇠비 및 필터의 입력인 백색잡음의 파워강도를 결정하면 된다.

응답의 2차 모멘트에 대한 필터의 고유진동수와 감쇠비의 영향을 살펴보기 위해 자유도가 1인 선형 동적계를 고려한다. 이때 필터의 영향만을 고려하기 위해 외부입력은 확정적으로 가정하고 강성만을 확률적으로 고려하여 필터의 감쇠비 ζ 와 동적계의 고유진동수 ω_n 과 필터의 고유진동수 ω_r 의 비에 대한 정상상태의 응답의 분산을 구하여

그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다. 이 그림에서 보듯이 고유진동수의 비가 0에서 0.1까지와 필터의 감쇠비가 0에서 1까지의 값에 대해 정상상태의 응답의 분산의 차이는 모두 7% 이내에 있음을 알 수 있다. 따라서 필터의 감쇠비와 고유진동수의 선택은 정상상태의 응답에는 별로 영향을 미치지 못하며 단지 천이상태에만 영향을 미치므로 선형필터의 선택은 응답에 별로 민감하지 않음을 알 수 있다.

이상과 같은 방법으로 식(7)의 확률변수를 현대역 정상 확률함수로 치환하면 다음과 같은 식으로 변형된다.

$$[M](\Delta \bar{X}) + [\mu_c]\{\Delta \bar{X}\} + [\mu_k]\{\Delta X\} = \sum_{j=1}^r (\sigma_F)_j \eta_j - \sum_{i=1}^r [\sigma_c]_{i,j} y_i (\{\mu_x\} + \{\Delta \bar{X}\}) - \sum_{i=1}^r [\sigma_k]_{i,j} y_i (\{\mu_x\} + \{\Delta X\}) \quad (12)$$

$$\{\ddot{Y}\} + 2[\zeta][\omega_n]\{\dot{Y}\} + [\omega_n]^2\{Y\} = \{\xi(t)\} \quad (13)$$

여기서 식(13)은 선형필터를 의미하며, $[\zeta]$ 와 $[\omega_n]$ 은 필터의 감쇠비와 고유진동수를 의미하는 $r \times r$ 대각행렬이고, $\{\xi(t)\}$ 는 백색잡음을 의미하는 $r \times 1$ 벡터이다. 확률적 방정식인 식(12), (13)을 상태벡터 $\{Z(t)\}$ 를 이용한 Ito 확률미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$d\{Z(t)\} = \{f(t, \{Z\}, \{\mu_x\}, \{\mu_x\})\} dt + \{G(t, \{Z\}, \{\mu_x\}, \{\mu_x\})\} dB(t) \quad (14)$$

식(14)를 만족하는 확률과정 $\{Z(t)\}$ 는 Markov과정이므로 $\{Z(t)\}$ 는 확률밀도함수에 대한 Fokker-Planck식⁽⁸⁾을 만족하며, 임의의 함수 $h = h(\{Z(t)\}, t)$ 의 증분을 2차항까지의 Taylor 급수로 전개하고 Fokker-Planck식을 적용한 후, 조건기대값을 취하고 다시 기대값을 취하면 다음과 같은 기대값 $E[h]$ 를 구하는 모멘트식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} E[h] = \sum_{i=1}^{2n+2r} E \left[f_i \frac{\partial h}{\partial z_i} \right] + E \left[\frac{\partial h}{\partial t} \right] + \sum_{i,j=1}^{2n+2r} E \left[(GDG^T)_{ij} \frac{\partial^2 h}{\partial z_i \partial z_j} \right] \quad (15)$$

그러므로 식(15)에 의해 계의 응답의 2차 모멘트에 대한 미분방정식을 유도하여 해석하면 된다. 그러나 식(15)에 의해 유도된 2차 모멘트식은 고차 모멘트에 의해 연성되어 있기 때문에, 응답이 가우스 확률과정이라 가정하고 Gaussian closure법을 사용하여 모멘트식을 해석한다.

3. 확률적 비선형 등적계의 해석

3.1 일반화된 확률적 비선형 등적계의 운동방정식

본 연구에서 해석하고자 하는 비선형계는 전형적인 Duffing 형태의 계로서 확률적 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_0 \ddot{x}_0(t) + c_0 \dot{x}_0(t) + k_0 [x_0(t) + \varepsilon x_0^3(t)] = f_0(t) \quad (16)$$

선형계와 마찬가지로 확률개념을 도입하여 확률적 운동방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$m \dot{x}(t, \mu_a, \sigma_a) + c(\mu_c, \sigma_c) \dot{x}(t, \mu_v, \sigma_v) + k(\mu_k, \sigma_k) [x(t, \mu_x, \sigma_x) + \varepsilon x^3(t, \mu_x, \sigma_x)] = f(t, \mu_f, \sigma_f) \quad (17)$$

3.2 응답의 1차 모멘트

일반화된 확률적 운동방정식으로부터 응답의 1차 모멘트인 평균을 구하기 위해서 먼저 식(2)-(4)을 식(17)에 대입한 후, 기대값을 취하면 다음과 같다.

$$m \dot{\mu}_x + \mu_c \dot{\mu}_x + \mu_k (\mu_x + \varepsilon \mu_x^3 + 3\varepsilon \mu_x E[\Delta x^2]) = \mu_f - E[\Delta c \Delta x] - E[\Delta k \Delta x] - 3\varepsilon \mu_x^2 E[\Delta k \Delta x] \quad (18)$$

여기서 $E[\Delta c \Delta x^2]$, $E[\Delta k \Delta x^3]$ 및 $E[\Delta x^3]$ 은 상대적으로 작기 때문에 무시하였다.

3.3 응답의 2차 모멘트

일반화된 확률적 운동방정식으로부터 응답의 2차 모멘트를 구하기 위해서 식(2)-(4)을 식(17)에 대입한 후 Δx 를 곱하여 기대값을 취한 식으로부터 다음과 같은 확률적 방정식을 구할 수 있다.

$$m \Delta \dot{x} + \mu_c \Delta \dot{x} + \mu_k (\Delta x + \varepsilon \Delta x^3) = \sigma_f \eta_f - \sigma_c b_c (\dot{\mu}_x + \Delta \dot{x}) - \sigma_k b_k (\mu_x + \Delta x) - \varepsilon \sigma_k b_k (\mu_x + \Delta x)^3 - 3\varepsilon \mu_k (\mu_x^2 \Delta x + \mu_x \Delta x) \quad (19)$$

선형계와 마찬가지로 확률과정 근사법을 적용하면 다음과 같은 식으로 변형된다.

$$m \Delta \dot{x} + \mu_c \Delta \dot{x} + \mu_k (\Delta x + \varepsilon \Delta x^3) = \sigma_f \eta_f - \sigma_c y_1 (\dot{\mu}_x + \Delta \dot{x}) - \sigma_k y_2 (\mu_x + \Delta x) - \varepsilon \sigma_k y_2 (\mu_x + \Delta x)^3 - 3\varepsilon \mu_k (\mu_x^2 \Delta x + \mu_x \Delta x^2) \quad (20)$$

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_{ni} \dot{y}_i + \omega_{ni}^2 y_i = \zeta_i(t) \quad i=1,2 \quad (21)$$

그러므로 선형계와 마찬가지로 식(20)과 (21)을 식(15)에 의해 계의 응답의 모멘트에 대한 미분방정식을 유도하여 해석하면 응답의 2차 모멘트를 정의할 수 있다. 그러나 식(15)에 의해 유도된 모멘트방정식은 선형계와 마찬가지로 고차 모멘트에 의해 연성되어 있고 출력은 비선형계에 의해 정규분포함수를 가지고 있지 않기 때문에, 본 연구에서는 non-Gaussian closure법을 사용하여 2차 모멘트식을 해석한다. 그러나 1차 모멘트식과 2차 모멘트식이 서로 연성되어 있기 때문에 Fig. 4와 같은 반복적인 근사방법을 도입하여 해석한다.

4. 수치해석

4.1 확률적 선형 등적계

본 연구에서 해석하고자 하는 확률적 선형 등적계는 두 개의 요소를 갖고 있는 cantilever bar를 모델링한 것으로서 운동방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

여기서 확정적 데이터로서 질량은 $m_1 = 0.372$, $m_2 = 0.248$ 이고, 3%의 비례감쇠를 갖고 있다고 가정한다. 또한 확률적 데이터로서 강성과 입력의 평균은 $\mu_{k_1} = 24.0 \times 10^6$, $\mu_{k_2} = 12.0 \times 10^6$ 와 $\mu_{f_2} = 25.0 \times 10^6 \sin 2000t$ 이며, 각각의 변수들은 가우스 확률분포를 갖고 있고 5%의 편차를 가지고 있다고 가정한다.

먼저 k_1 과 k_2 만을 확률적으로 고려하여 본 연구에서 제시한 해석방법과 확률유한요소법⁽⁷⁾ 및 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 확률해석을 수행하여 질량 m_2 에 대한 변위의 평균과 편차를 구한 것을 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었다. 그림에서 보듯이 본 연구에서 제시한 해석결과가 확률유한요소법에 의한 해석결과보다 Monte Carlo에 의한 해석결과에 더욱 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 확률유한요소법은 확률변수들의 편차가 비교적 큰 경우에는 더욱 오차가 커지게 되며, 영년항의 영향 때문에 긴 시간을 해석할 경우에는 발산하는 경향을 보인다. 그러나 본 연구에서 제시한 해석방법은 확률변수들의 편차가 큰 경우에도 적용가능하며 영년항의 영향도 받지 않음을 알 수 있다.

Fig. 7은 입력만을 확률적으로 고려하여 얻은 변위의 편차를 나타낸 그림이고, Fig. 8은 계의 변수와 입력을 모두 확률적으로 고려하여 얻은 결과이다. 또한 본 연구에서 제시한 해석결과와 타당성을 보이기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 구해진 편차에 대한 본 연구에서 제시한 해석방법에 의해 구해진 편차의 백분율 오차를 확률밀도로써 표시한 그림이 Fig. 9이다. 그림에

서 보듯이 질량 m_1 과 m_2 에 대한 변위의 편차의 백분율 오차에 대한 평균과 편차는 입력만을 확률적으로 고려한 경우 각각 5.14%, 4.00%와 0.09%, 0.09%이며, 계의 변수들과 입력을 모두 확률적으로 고려한 경우는 각각 6.18%, 6.00%와 0.25%, 0.32%이다. 계의 변수들과 입력을 모두 확률적으로 고려한 경우가 입력만을 확률적으로 고려한 경우보다 오차의 평균과 편차가 약간 큰 것은 확률변수들을 현대적 정상확률과정으로 근사시켰기 때문에 발생하는 오차로 생각할 수 있고, 계의 변수들의 불확실성도 계의 응답에 상당한 영향을 끼치고 있음을 알 수 있다. 따라서 보다 정확하게 확률적 선형 동적계의 해석을 수행하기 위해서는 입력만을 확률적으로 고려하여 해석한 종래의 해석방법에서 벗어나 계의 변수들도 확률적으로 고려하여 해석하여야만 한다.

4.2 확률적 비선형 동적계

본 연구에서 해석하고자 하는 확률적 비선형 동적계의

m , c 와 ε 는 확정적 변수로서 $m = 1.0$, $c = 0.1$, $\varepsilon = 1.0$ 으로 가정하고, k 와 $f(t)$ 의 평균은 $\mu_k = 5.0$, $\mu_{f(t)} = 5.0 \sin 0.5t$ 이고 10%의 편차를 가지고 있는 확률적 변수로서 가정한다.

Fig. 10에서 Fig. 13은 본 연구의 해석방법과 Monte Carlo 시뮬레이션을 사용하여 해석한 결과이다. Fig. 10과 Fig. 11은 계의 변수만을 확률적으로 고려하여 얻은 변위의 평균과 분산을 나타낸 것이며, Fig. 12과 Fig. 13은 입력만을, 또한 입력과 계의 변수를 모두 확률적으로 고려하여 얻은 결과이다. 또한 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 구해진 분산에 대한 본 연구의 해석방법에 의한 분산의 백분율 오차를 확률밀도로써 표시한 그림이 Fig. 14, Fig. 15이다. 이상과 같은 그림들을 살펴보면, 본 연구에서 제시한 해석방법으로 얻은 결과와 Monte Carlo 시뮬레이션으로 얻은 결과가 모두 8%이내에 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 종래의 확정적 해석에서 벗어나 계의 불확실성을 고려한 확률해석을 수행하기 위해서 동적계의 확률적 모델을 만들고, 새로운 확률과정근사법을 이용한 확률해석방법을 제시하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 본 연구에서는 확률적 동적계를 해석하기 위해서 새로운 해석방법인 확률과정근사법을 제시하였다.
- 2) 본 연구에서 제시한 확률해석방법에 의한 해석결과와 Monte Carlo 시뮬레이션에 의한 해석결과가 잘 일치하기 때문에, 확률과정근사법을 이용한 해석방법이 타당함을 알 수 있다.
- 3) 평균이 영이 아닌 확률적 입력을 받는 동적계의 확률해석을 수행할 경우, 계의 변수들도 계의 응답에 상당한 영향을 끼침을 보였다.

참고문헌

- (1) Ang, A.H.S., and Tang, W.H., 1975, Probability concepts in engineering planning and design, Volume I, Basic principles, Wiley, New York.
- (2) Ibrahim, R. A., 1987, "Structural dynamics with parameter uncertainties," Applied Mechanics Review, Vol.40, No.3, pp.309-328.
- (3) Igusa, T., and Kiureghian, A. D., 1988, "Response of uncertain systems to stochastic excitation," ASCE J. of Engineering Mechanics, Vol.114, No.5, pp.812-832.
- (4) Nakagiri, S., and Hisada, T., 1983, "A note on stochastic finite element method(part 7) Time history analysis of structural vibration with uncertain proportional damping," 生産研究, Vol.35, No.5, pp.232-235.
- (5) Chang, C.C., and Yang, H.T.Y., 1991, "Random vibration of flexible uncertain beam element," ASCE J. of Engineering Mechanics, Vol.117, No.10, pp.2329-2350.

- (6) Jensen, H., and Iwan, W.D., 1992, "Response of systems with uncertain parameters to stochastic excitation," ASCE J. of Engineering Mechanics, Vol.118, No.5, pp.1012-1025.
- (7) Liu, W. K., Belytschko, T., and Mani, A., 1986, "Probabilistic finite elements for nonlinear structural dynamics," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.56, pp.61-81.
- (8) Soong, T.T., 1973, Random differential equations in science and engineering, Academic Press.

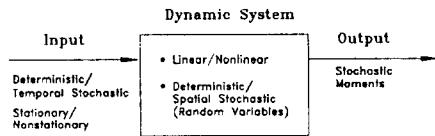


Fig. 1 Stochastic dynamic system

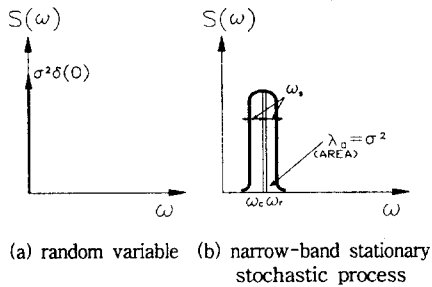


Fig. 2 One-sided power spectral density function

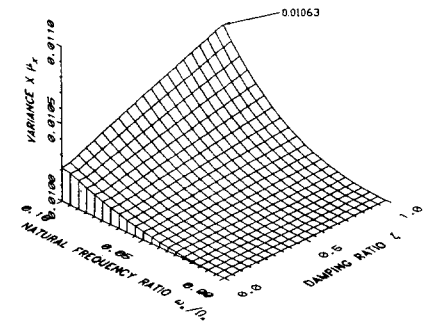


Fig. 3 Variance of response with respect to parameters of linear filter

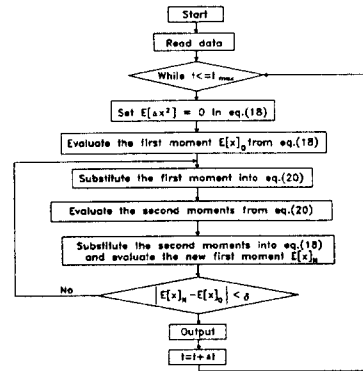


Fig. 4 Flow chart for the analysis of stochastic nonlinear dynamic system

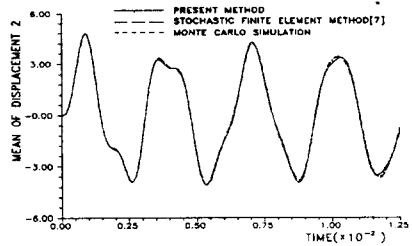


Fig. 5 Mean of displacement 2 of the system

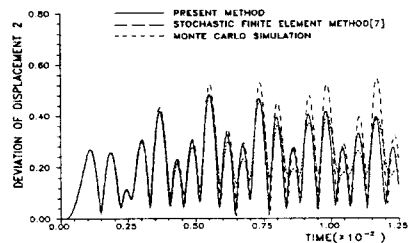


Fig. 6 Deviation of displacement 2 of the system with stochastic parameters

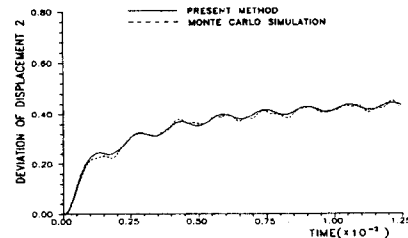


Fig. 7 Deviation of displacement 2 of the system with stochastic input

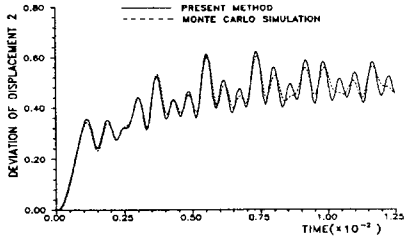


Fig. 8 Deviation of displacement 2 of the system with stochastic parameter and input

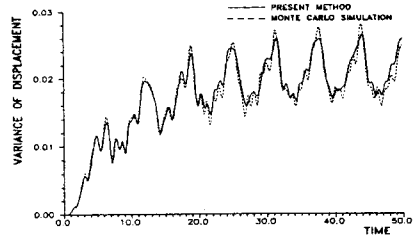


Fig. 12 Variance of the displacement of the system with stochastic input

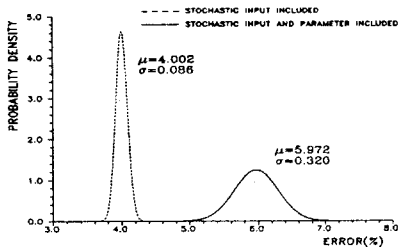


Fig. 9 Probability density of the error of deviation

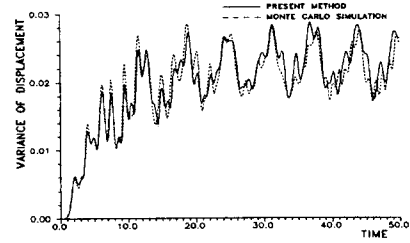


Fig. 13 Variance of displacement of the system with stochastic parameter and input

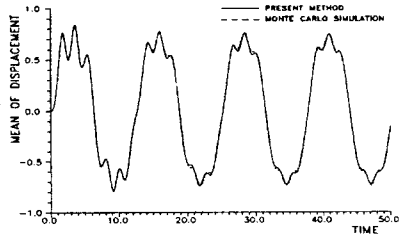


Fig. 10 Mean of displacement of the system with stochastic parameter

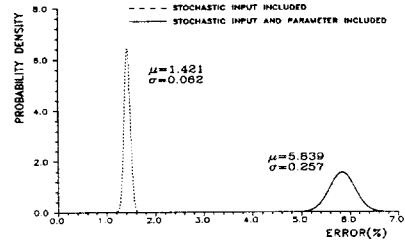


Fig. 14 Probability density of the error of mean

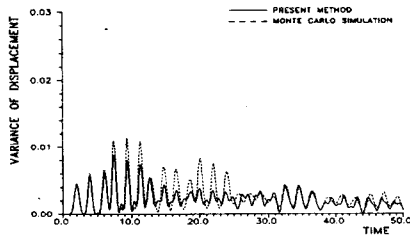


Fig. 11 Variance of displacement of the system with stochastic parameter

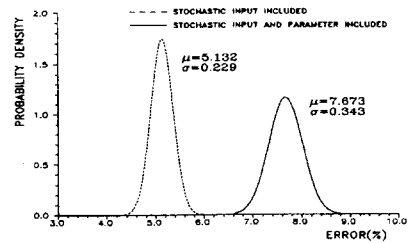


Fig. 15 Probability density of the error of variance