

# 세계의 진동 센서를 이용한 관내 유량 측정 방법론

◦ 김 영 기\*, 김 양 한\*\*\*

## Flow Rate Measurement Method Using Three Vibration Sensor

( \*Young-Key Kim, Yang-Hann Kim )

### 1. 서론

직관(straight pipe) 내부를 흐르는 유체의 유량을 측정하기 위하여 여러가지 방법들이 이용되어 왔다.[1] 하지만 대부분의 경우 직관의 일부를 제거하거나 변형하여 측정기기를 사용해야 하므로 측정위치를 자유롭게 이동시키지 못하는 단점을 가지고 있다. 문헌[1]에 따르면 이와 같은 단점을 보완하기 위하여 전자기파 또는 초음파를 사용한 방법 등이 이용되고 있으나 상대적으로 높은 가격에 의해 그 장점이 작다고 볼 수 있다. 따라서 비파괴 방식을 취함과 아울러 경제적인 유속 측정 방법에 대한 연구의 수행이 요구된다.

유체의 속도에 따라 변화하는 물리량의 하나로 직관의 동적 특성의 변화를 생각해 볼 수 있다. 즉 유체의 속도에 따라 계(system)의 동적 특성이 변화하여 파동 전파(wave propagation)현상이나 진동 특성이 변화하므로, 이러한 현상을 역으로 유량 측정에 이용하고자 한다. 관내에서 유체의 평균 속도로 부터 유량을 직접 계산해 낼 수 있으므로 유량 측정은 유체의 평균 속도의 측정으로 생각할 수 있다.

파동전달의 관점에서 살펴보면, 직관 내부로 유체가 빠른 속도로 흐르게 되면 파동전파의 방향과 유속의 방향에 따라 파수(wavenumber)가 변화하는 도플러 효과(Doppler effect)가 발생함을 알 수 있다.[2]

따라서 유속의 측정을 위해서는 유속과 파수 변화의 관계에 대한 연구가 필요하고, 또한 이러한 파수 변화의 측정 방법이 필요하다. 본 연구에서는 기존에 제안된 유체가 흐르는 직관에 대한 수학적 모델[4]을 이용하여 유체 속도와 파수변화 사이의 관계를 얻고, 이러한 파수 변화의 측정 방법으로 세계의 센서를 이용한 방법을 제안하고자 한다.

### 2. 유속에 따른 관 진동의 파수 변화

유체가 흐르는 직관에 대한 모델은 관심 주파수의 영역에 따라 여러가지가 제안되어져 왔다.[2][3][4] 하지만, 직관의 반지름이 길이에 비해 상당히 작은 경우에는 직관을 단순보의 형태로 생각할 수 있고, 또한 유체가 일정한 속도로 흐르는 경우에는 유체의 점성이 파동전파에 미치는 영향이 유체의 질량에 의한 관성력에 비해 무시할 수 있으므로 동적 거동은 식(1)과 같이 표현 할 수 있다.[4]

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \rho_f A \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + 2\rho_f AU \frac{\partial^2 Y}{\partial x \partial t} + (m + \rho_f A) \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, Y: 직관의 변위, U, E, I, ρ<sub>f</sub>, A, m: Fig 1 참조.

따라서 직관을 전파하는 파동의 주파수와 파수의 관계는 직관의 변위를 다음 식 (2)와 같이 가정하였을 때, 지배식 (1)을 만족 시키는 파수와 주파수의 관계로부터 식 (3)과 같이 얻을 수 있다.

$$Y(x, t) = Ce^{i(\omega t - kx)} \quad (2)$$

$$EI k^4 - \rho_f AU^2 k^2 + 2\rho_f AU \omega k - \omega^2 (m + \rho_f A) = 0 \quad (3)$$

여기서, ω: 주파수, k: 파수(wavenumber)

주파수를 고정시켰을 때, 식 (3)을 만족하는 파수 k중

\*, \*\*, \*\*\* 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동 제어센터

전파하는 파동의 파수에 해당하는 두 실근은 그 부호가 반대로 각각  $x$ 의 양의 방향과 음의 방향으로 전파하는 파동을 나타낸다. 두근은 유체가 정지하여 있는 경우, 같은 크기를 취하지만, 유체의 속도가 증가함에 따라 유체의 속도와 같은 방향인 양의 방향으로 전파하는 파동은 그 크기가 감소하고 음의 방향은 반대로 감소하는 도플러 효과를 나타낸다.

이러한 파수의 변화가 유체 속도의 영향에 따라 변화하는 경향의 살펴보기 위하여 유체의 속도가 음속에 비해 상당히 작은 경우 각 변수들을 무차원화 하여 근사하여 보면 식(4)와 같이 표현된다.

$$\Delta(ka) \approx \frac{\pm(\rho_f/\rho_a)}{2\sqrt{(1-v^2)\{2+(\rho_f/\rho_a)\}}}\left(\frac{U}{c_s}\right) \quad (4)$$

여기서,  $\rho_f$ : 직관의 밀도,  $v$ : 직관의 푸아송 비

$c_s$ : 직관에서의 길이방향 파동의 속도

식 (4)로 부터 파수의 변화를 결정 짓는 몇가지 인자를 살펴볼 수 있다. 첫째, 유체의 속도에 비례하여 파수의 변화는 증가한다. 둘째, 단위 길이당 유체의 질량이 직관의 질량에 비하여 클 수록 파수의 변화는 증가 한다. 셋째, 파수의 변화는 주파수에 무관하다. 이러한 사실은 물리적으로는 도플러 효과가 유체의 이동에 의해서 일어나고 있다는 사실로부터 설명되어 질 수 있다. 즉 유체의 관성이 클 수록 직관에 나타나는 유체속도의 영향은 증가하고, 유체에서 도플러 효과는 유체의 속도에 비례해서 나타나므로 위의 현상이 설명 되어 질 수 있다.

위 결과를 확인 하기위하여 강관과 알루미늄관에 물이 흐르는 경우에 관하여 식(3)으로부터 수치적인 방법을 이용해 파수의 변화를 관찰하여 보았다. 이때, 직관의 반지름은 1.5cm, 두께 1mm로  $h/a = 0.0667$ 에 해당한다.

Fig 2는 유체가 흐르지 않는 경우, 주파수에 대한 파수의 변화를 나타낸 분산 곡선(dispersion curve)이고, Fig 3은 유체가 5m/s로 흐르는 경우 파수의 변화를 주파수에 따라 그려본 것이다. 이 그림으로부터 식 (4)에서 얻을 수 있던 바와 같이 파수의 변화는 주파수에 무관함을 알 수 있다. 또한, 상대적으로 밀도가 작은 알루미늄관의 경우가 더 큰 파수의

변화를 보이고 있음을 알 수 있다. Fig 4는 임의의 주파수(200Hz)에 대해 파수의 변화를 유속에 따라 그려본 것이다. 마찬가지로 식(4)에서 얻어진 바와 같이 유속에 비례하여 파수가 변화하고 있음을 알 수 있으며, 알루미늄관의 경우 더 큰 변화를 보이고 있음을 확인할 수 있다.

### 3. 측정 방법

#### 3.1 측정 방법의 원리

Fig 3를 살펴보면 앞절에서 논의 된 바와 같이 양의 방향으로 전파하는 파수  $k^+$ 와 반대 방향의  $k^-$ 는 유체가 정지한 경우의 파수에 비해 일정한 양만큼 감소, 증가된 차이를 보이고 있다. 따라서 개념적으로는 Fig 1에서와 같이 경계조건을 갖는 계에 가진에 의하여 정재파가 형성되었을 경우, 측정을 통하여  $k^+$ 와  $k^-$ 를 분리하여 추정해 냄으로써 파수 변화량  $\Delta k$ 를 측정할 수 있다. 또한 앞절에서 얻은 유속과 파수의 변화를 관계짓는 식 (4)로 부터 유속 또는 유량을 측정해 낼 수 있다.

정재파 상태에서 측정을 통해 각 방향으로 파동을 분리해 내는 방법은 덕트계의 경우 끝단의 반사계수 및 음향 임피던스의 측정을 위해 사용되어 지고 있다.[5] 이 방법은 두 지점에서 측정된 음압 신호와 각 방향의 파수  $k^+$ 와  $k^-$ 로부터 각 방향으로 전파하는 파동의 크기를 추정하므로써, 끝단에서의 반사계수를 측정하는 방법이다. 이 방법을 역으로 생각해보면, 두 지점에서의 측정신호와 끝단에서의 반사계수를 알면, 개념적으로 파수의 측정이 가능해 짐을 알 수 있다. 이 경우 하나의 식에  $k^+$ ,  $k^-$  두개의 미지수가 포함되어 있으나,  $k^+$ 와  $k^-$ 는 다시 유체가 정지하여 있는 경우의 파수  $k_0$ 와 파수의 변화  $\Delta k$ 로 표현 가능하므로 식(3)과 재료상수를 통하여 얻어질 수 있는  $k_0$ 를 제외 하면 하나의 미지수  $\Delta k$ 만 남게 된다. 따라서, 끝단의 반사계수와 두지점의 측정신호로부터 파수의 변화를 측정할 수 있다.

하지만, 많은 경우 반사계수를 알 수 없음으로, 이러한 경우의 파수 변화의 측정은 또다른 두지점에서의 측정으로부터 반사계수와 파수 변화를 동시에 추정함으로써 얻을 수 있다.

세지점에서의 신호를 측정하게 되면 요구되는 두번의 측정 효과를 얻을 수 있으므로, 세지점의 측정을 통하여 파수의 변화  $\Delta k$ 를 측정할 수 있다.

### 3.2 음파 분리 이론에 의한 파수 변화의 측정

Fig. 1과 같이  $x = 1$  위치에 가진원이 있고  $x = 0$  에 임의의 임피던스를 갖는 계를 고려할 때, 경계와 가진원에서 떨어진 위치에서는, 또는 높은 주파수의 경우에는 근접장의 효과를 무시할 수 있으므로 변위는 입사파와 반사파의 합으로 표현되어 질 수 있고, 주파수 영역에서는 반사 스펙트럼 및 입사 스펙트럼( $S_{AA}(f), S_{BB}(f)$ )과 입사파와 반사파의 크로스 스펙트럼( $S_{AB}(f) = C_{AB}(f) + jQ_{AB}(f)$ )으로 대표할 수 있다. (Fig. 1 참조) 여기서  $C_{AB}$ 와  $Q_{AB}$ 는 각각 크로스 스펙트럼의 실수부와 허수부이다.

이때  $s(f)_{AA}, s(f)_{BB}, s(f)_{AB}$ 는 임의의 두 지점에서의 스펙트럼인  $s(f)_{AA}, s(f)_{BB}, s(f)_{AB}$  ( $S_{12}(f) = C_{12}(f) + jQ_{12}(f)$ )와 다음 식 (5)와 같은 관계를 가짐을 알 수 있다.[5][6]

$$[S_{AA}, S_{BB}, C_{AB}, Q_{AB}]^T = [T(k_0, \Delta k, x_1, x_2)] [S_{11}, S_{22}, C_{12}, Q_{12}]^T \quad (5)$$

여기서  $[T]$ 는  $k_0, \Delta k, x_1, x_2$ 의 함수로 구성된  $(4 \times 4)$ 행렬이다. 따라서 식 (5)에서 얻어진 입사 스펙트럼과 반사 스펙트럼으로부터 경계의 파워 반사 계수  $\alpha_0(f)$ 는 다음 식 (6)과 같이 표현되어 질 수 있다.

$$\alpha_0(f) = \frac{S_{AA}(f)}{S_{BB}(f)} \quad (6)$$

이러한 두 지점의 측정 신호로부터 얻은 파워 반사계수는 측정 위치에 관계 없이 일정 하므로 Fig. 1에서 보여지듯  $x_1, x_2, x_3$  세 지점의 신호를 측정하고,  $x_1-x_2, x_2-x_3$ 를 이용하여 파워 반사계수를 구하면 주파수에 관계없이 서로 같으므로 다음 식 (7)과 같이 표현 될 수 있다.

$$\left( \frac{S_{AA}(f)}{S_{BB}(f)} \right)_{x_1-x_2} = \left( \frac{S_{AA}(f)}{S_{BB}(f)} \right)_{x_2-x_3} \quad (7)$$

위의 식 (7)에 사용된 입사 스펙트럼과 반사 스펙트럼을 식 (5)를 이용하여 표현 하면 위식은

미지수  $\Delta k$ 에 관한 방정식이 된다. 따라서 식 (5)와 (7)로부터  $\Delta k$  얻을 수 있다. 여기서  $\Delta k \Delta x \approx 0$ 의 가정을 사용하면 파수의 변화는 다음식 (8)과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\Delta k(f) = \text{Function of } (S_{11}, S_{22}, S_{33}, S_{12}, S_{23}, x_1, x_2, x_3, k_0) \quad (8)$$

### 3.3 제안이 적용되는 조건

위와 같은 방법을 이용하여 파수 변화를 통해 유속을 측정하고자 할 경우 적용되는 조건은 위의 방법을 이끌어 내는 과정에 사용된 가정들을 살펴봄으로써 알 수 있다. 첫째, 전파하는 파동만으로 계의 진동을 표현 할 수 있다는 가정 - 파장에 비해 상대적으로 경계나 가진원의 위치에 근접한 위치에서는 근접장 효과에 의해 이러한 가정을 벗어나므로, 측정의 위치 선택에서는 이러한 점이 고려 되어야 하겠다. 둘째, 음파 분리 이론의 사용 - 이 알고리즘상의 제한 조건들을 고려 하여야 한다. 기존의 연구에 따르면[5],  $(n + \epsilon)\pi < k_0 \Delta x < (n + \epsilon)\pi$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots, \epsilon$ : 신뢰 상수) 내에서 이 이론이 안정되게 적용되어 짐을 알 수 있다. 물리적으로  $k_0 \Delta x$ 가  $n\pi$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )에 해당하게 되면 두 측정점 사이의 기리가 반파장과 동일하므로 유용한 정보를 얻을 수 없게 된다.  $n=0$ 인 경우는 파장의 길이에 비해 두 측정점 사이의 간격이 아주 작은 경우로 이러한 경우도 측정이 불가능할 것이다. 셋째로  $\Delta k \Delta x \approx 0$ 의 가정 - 속도가 크기 않을 경우 Fig. 4에서 볼 수 있는 것과 같이  $\Delta k$ 는 상당히 작은 양이므로 이러한 가정은 무리가 없을 것으로 생각된다. 또한 속도가 아주 큰 경우에도 측정 간격  $\Delta x$ 를 줄이므로써 이러한 가정을 만족 시킬 수 있다. 넷째,  $k_0$ 를 계료상수를 통해 얻을 수 있다는 가정을 사용하였다. 이 가정은 고체의 계료 상수를 측정하기 어렵기 때문에 주요 오차 원인이 될 수 있다. 하지만 이러한 어려움은  $k_0$ 를 직접 측정하는 다른 방법의 연구를 통하여 개선되어 질 수 있다. 다섯째, 음파 분리 이론은 근본적으로 평면파 영역에서 적용되는 것이므로 직관이 켈의 특성을 보이는 반지 공명 주파수(ringing frequency)보다 상당히 작은 영역에서 적용할 수 있다.

#### 4. 모의 실험 및 결과 고찰

본 연구에서 제안된 세계의 센서를 이용한 유속 측정 방법을 확인하기 위하여 Fig 1과 같은 계에서 경계조건이 단순 지지로 주어 졌을 경우에 대해서 모의 실험을 수행하였다. 직관의 총 길이는  $L=2m$  이고, 반지름  $a=1.5cm$ , 두께  $h=1mm$ 로  $h/a=0.0667$ 에 해당된다. 또한 가진원은  $f=1.9m$ 에서 단일 주파수로 가진되고 있으며 측정 위치는  $x=0.5, 0.51, 0.52 m$ 로  $\Delta x=1cm$ 를 택하였다. 이러한 측정 위치는 앞절에서 고려한 적용범위에 대한 고찰을 바탕으로 하여 근접장의 효과를 줄일 수 있도록 경계와 가진원에서 멀리 떨어진 부분을 택하였다. 모의 실험은 먼저 식 (8)을 통하여 파수의 변화를 측정된 후 식 (4)를 이용해 유속으로 환산하였다.

Figs. 5-a-b는 강관과 알루미늄관에 물이 5 m/s로 흐르는 경우에 대하여 주파수를 변화 시키며 유속을 측정하여 본 것이다. 강관과 알루미늄관의 두 경우 모두 고주파수 영역에서는 정확한 값을 측정하는 반면, 저주파수 영역에서는 상당한 오차를 포함하고 있음을 알 수 있다. 이것은 측정에서 사용할 수 있는 주파수 영역이 고주파 영역으로 제한되고 있음을 보여준다. 이러한 현상은 3.2절에서 논의되었던 바와 같이, 저주파수에서는 근접장의 효과가 전역으로 확대 됨으로 정확한 측정을 하지 못하는 것으로 볼 수 있다. 또다른 이유는 저주파수에서는 상대적으로 파장이 길어짐으로 측정 간격이 파장에 비해 상대적으로 작아져서 정확한 값을 측정해 내지 못하는 것으로 볼 수 있다. 측정이 많은 오차를 포함하고 있는 저주파 영역중 특히 강관의 경우 57Hz 알루미늄관의 경우 42Hz부분에서 큰 오차를 보이고 있는데, 이부분의 오차원인을 살펴 보기 위하여 강관의 경우 큰 오차를 보이는 주파수인 57Hz로  $x=1$  지점에서 가진 하였을 경우 직관의 범위의 크기를 그려보면 Fig 6와 같다. 그림에서 보면 측정위치에 해당하는  $x=0.5$  부근에 기울기가 0에 가까워 거의 일정한 값을 보이고 있음을 알 수 있다. 즉 파장에 비하여 측정 간격이 작고, 특히 Fig. 6의 경우에서 처럼 최대치를 이루는 부분은 세 지점간의 신호가 거의 동일함으로 많은 측정 오차를 보이는 것으로 생각 될 수 있다. 따라서 추후에 정제파의 형태와

측정 간격에 따른 정량화에 대한 연구가 뒤따라야 하겠다.

Fig 6은 Figs. 5-a-b에서 안정적으로 유속을 측정해 내는 부분으로 확인된 고주파 영역의 임의의 주파수(200 Hz)에 대해, 유속을 변화 시키며 이것을 세계의 센서를 이용해 측정된 유속과 비교하였다. 그림에서 확인할 수 있는 것 처럼 거의 동일한 결과를 얻을 수 있다.

#### 5. 결론

비파괴식 유량 측정의 방법으로 직관 표면에서 측정된 진동 신호를 이용하는 방법을 제안하고 적용 범위에 대한 고찰과 모의실험을 통해 적용 가능성을 확인 하였다.

유속에 따라 변화하는 물리량으로 제안되었던 파수의 변화는 길이가 반지름에 비하여 상당히 큰 직관에 대한 모델을 통하여 확인하여 본 결과 유체의 속도에 비례하였으며, 이러한 사실로 부터 파수 변화를 측정하므로써 유속을 추정해 낼 수 있음을 알 수 있었다.

파수 변화의 측정 방법으로는 세계의 센서를 이용한 방법을 제안 하였으며, 측정 위치, 센서 사이의 간격, 가진 주파수등을 적절히 설정함으로써 정확한 파수의 변화를 측정할 수 있었다. 측정 위치는 근접장의 효과를 줄일 수 있도록 경계면과 가진원에서 멀리 떨어진 지점으로 택해야 했으며, 주파수 영역은 근접장 효과의 감소와 파장에 비해 측정 간격이 작아지지 않도록 고주파 영역을 사용하는 것이 효과적이지만 음파 분리 이론의 임계 주파수 보다는 작은 범위를 택하여야 한다.

이러한 방법을 실제 계에 대해 고려하게 되면 각 측정 점에서 측정된 스펙트럼에 잡음 신호가 더해져, 오차로 나타날 것이다. 따라서 이러한 오차를 줄이는 방법에 대한 연구가 뒤따라야 할 것이다. 또한 파수변화의 계산 과정에서 사용된 유체가 정지한 경우의 파수  $k_s$ 를 좀더 정확하게 얻을 수 있는 방법에 대한 연구도 필요하다.

이러한 연구의 결과를 바탕으로 본 연구에서 제안된 비파괴적인 유량 측정 방법은 실험을 통한 확인과정을 거친 후 실제 유량 측정에 사용될 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- [1] J. J. Carr, "Designer's Handbook of Instrumentation and Control Circuits," Academic Press (1990).
- [2] B. J. Brevare and C. R. Fuller, "Effect of an internal flow on the distribution of vibrational energy in an infinite fluid filled thin cylindrical elastic shell," J. Sound and Vib. 167, 149-163 (1993).
- [3] M. P. Paidoussis and B. E. Lathier, "Dynamics of Timoshenko Beams Conveying Fluid," J. Mech. eng. Science, 210-220 (1976).
- [4] R. D. Blevins, "Flow-Induced Vibration," Van Nostrand Reinhold (1990).
- [5] 강성우, 김양한, "두개의 음향 탐촉자를 이용한 소음기의 투과 손실 측정과 오차 해석," 한국소음진동공학회지 제2권 제3호, 181-192 (1992).
- [6] A. F. Seybert, "Two-Sensor Method for the Measurements of Sound Intensity and Acoustic Properties in Duct" J. Acoust. Soc. Am. 83, 2233-2239 (1988).

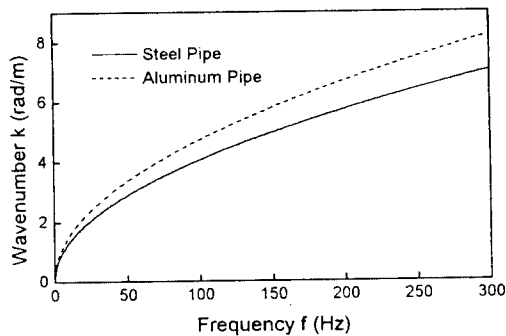


Fig. 2 Dispersion curve of fluid conveying pipe ( $U = 0$ )

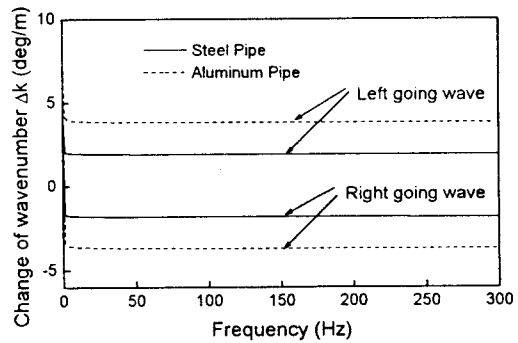


Fig. 3 Change of the wavenumber  
( $|k_{U=5m/s}| - |k_{U=0m/s}|$ ,  $U = 5m/s$ )

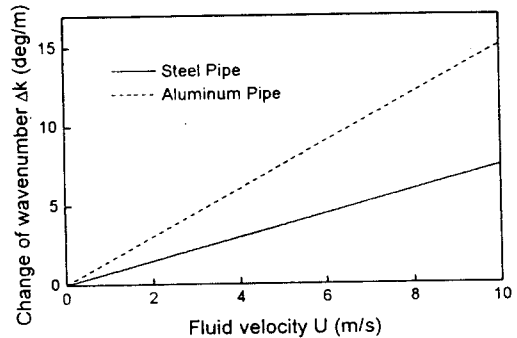


Fig. 4 Change of the wavenumber  
due to the fluid velocity change ( $f = 200$  Hz)

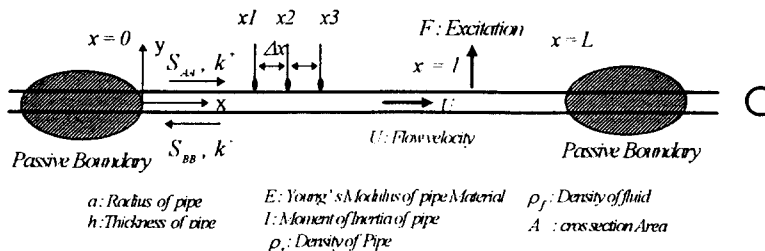


Fig. 1 Fluid conveying pipe with passive boundary

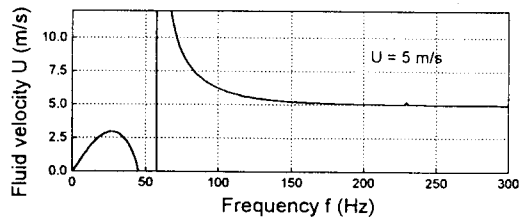


Fig. 5-a Estimation of fluid velocity using three sensor method (steel pipe,  $U = 5 \text{ m/s}$ )

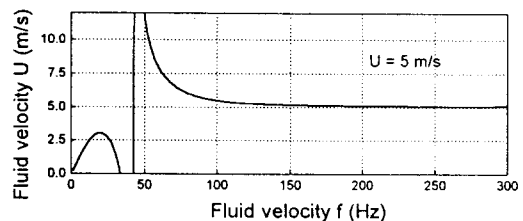


Fig. 5-b Estimation of fluid velocity using three sensor method (aluminum pipe,  $U = 5 \text{ m/s}$ )

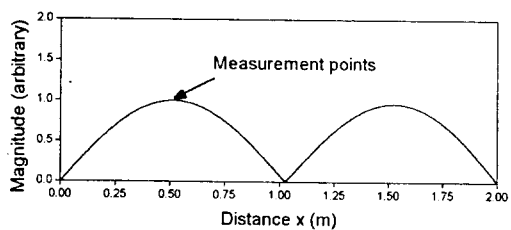


Fig. 6 Magnitude of the displacement of pipe ( $f = 57 \text{ Hz}$ ,  $U = 5 \text{ m/s}$ )

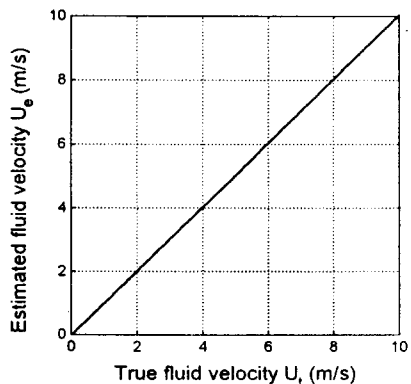


Fig. 7 Comparing between true velocity and estimated velocity. ( $f = 200 \text{ Hz}$ , steel pipe)