한국소음진동공학회 '94 추계학술대회논문집 pp. 300-305

트렁크 연성 효과를 고려한 차실 음향 모델링에 관한 연구

0 강 상 욱* 이 장 무* 김 석 현**

(A Study on the Modeling of a Passenger Car Cavity with consideration of Trunk Coupling Effect)

(Sang Wook Kang, Jang Moo Lee, Seok Hyun Kim)

1. 서론

차실 음향 공동의 특성을 유한요소법에 의해 해석하고자 할 때, 과거에는 차실 음향공동과 트렁크 음향공동과의 상호 연성을 고려하지 않고, 두 공동의 경계면을 강체 경계조건으로 생각하여 해석 대상 모델을 차실 음향 공동만으로 국한시켰다. 이러한 해석 방법을 통해서는, 차실과 트렁크 공동이 완전히 밀폐되어 있지 않고 단지 뒤좌석에 의해 두 공동이 구별되어지는 차종에 대해서는 실험과 근접하는 유한요소해석 결과를 얻을 수 없다. 그러므로 차실 공동과 트렁크 공동의 경계면을 가상의 탄성벽 경계조건으로 생각하여 그 탄성벽을 통한 두 공동의 상호 연성을 고려하는 유한요소 모델을 구현하여야 한다. 실제로 트렁크가 차실에 미치는 연성효과를 고려하여 유한요소해석을 수행할 경우 차실의 고유진동수와 고유모드에 미치는 영향이 상당히 큰 것을 확인할 수 있었다. 이하 본 내용에서는 차실과 트렁크 공동, 그 사이의 탄성벽을 이론적으로 해석 가능한 1차원으로 모델링하여 실험 결과와 근접하는 3차원 유한요소 모델링 기법을 제시한다.

2. 두 음향 공동이 연성된 계의 1차원 이론식의 구성

두 음향 공동이 연성되었을 때 연성계의 고유진동수의 의미를 알기 위해 두 공동이 연성된 간단한 1차원 모델의 연성 고유진동수와 고유모드를 이론적으로 구하고, 동시에 그 경향도 파악한다.

2.1 음압장의 음압 계산

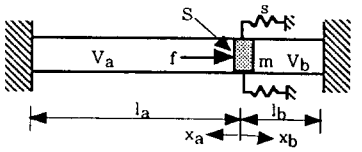


그림1 3차원 모델의 1차원 근사모델

그림1과 같은 1차원 음압장의 음압방정식과 경계조건은 다음과 같다. 식(1)은 두 공동 V_a와 V_b에서의 정재파(standing wave)를 나타내고 식(2)는 두 공동의 양단에서의 강체벽 경계조건, 식(3)은 음향공동 V_a와 V_b의 경계면에서의 드라이버의 속도가 같다는 경계조건, 식(4)는 드라이버의 정적 평형 상태에서의 힘평형(force equilibrium) 조건을 나타낸다.

$$p_a = A_a e^{j(\omega t + k x_a)} + B_a e^{j(\omega t - k x_a)} \tag{1a}$$

$$p_b = A_b e^{j(\omega t + k x_b)} + B_b e^{j(\omega t - k x_b)} \tag{1b}$$

$$\left[\frac{\partial p_a}{\partial x_a}\right]_{x_a = l_a} = 0 \tag{2a}$$

$$\left[\frac{\partial p_a}{\partial x_b}\right]_{x_b = l_b} = 0 \tag{2b}$$

$$\left[\frac{\partial p_a}{\partial x_a}\right]_{x_a = 0} = -\left[\frac{\partial p_b}{\partial x_b}\right]_{x_b = 0} \tag{3}$$

$$\frac{f}{S} = p_b(x_b = 0) - p_a(x_a = 0) \tag{4}$$

식(1)을 경계조건 식(2), 식(3), 식(4)를 대입하여 p_a와 p_b를 구하면 다음과 같다.

$$p_a = -\frac{F \cos k(l_a - x)}{S\left[\cos k l_a + \sin k l_a \cot k l_b\right]} e^{j\omega t} \tag{5a}$$

* 서울대학교 기계설계학과
** 강원대학교 정밀기계공학과

$$p_b = \frac{F\cos k(l_b - x)}{S\left[\cos kl_b + \sin kl_b \cot kl_a\right]} e^{j\omega t} \tag{5b}$$

다음으로 $x_a = x_b = 0$에서 드라이버(driver)의 속도를 식(6)에서 구하면 식(7)과 같다.

$$u(0,t) = -\frac{1}{\rho}\int\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]_{x=0} dt \tag{6}$$

$$u_a(0,t) = u_b(0,t) = \frac{k}{j\rho\omega}\frac{F}{S}\frac{\sin kl_b}{\left[\cos kl_b + \sin kl_b \cot kl_a\right]} e^{j\omega t} \tag{7}$$

2.2 연성된 계의 임피던스 계산

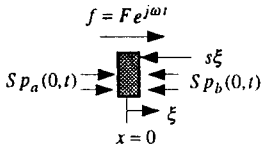


그림2 드라이버의 힘평형

그림2에서 $x_a = x_b = 0$에서 드라이버에 대한 힘평형방정식은 다음과 같다.

$$m\frac{d^2\xi}{dt^2} = -s\xi - Sp_b(0,t) + Sp_a(0,t) + f \tag{8}$$

드라이버의 변위 ξ를 조화운동(harmonic motion)으로 가정하면 식(8)은 다음과 같다.

$$\left[j\left(\omega m - \frac{s}{\omega}\right) + \frac{Sp_b(0,t)}{u_b(0,t)} - \frac{Sp_a(0,t)}{u_a(0,t)}\right] u(0,t) = f \tag{9}$$

식(9)에 식(5)와 식(7)을 대입하면 연성된 계의 기계임피던스의 허수부, 즉 리액턴스(reactance)는 다음과 같다.

$$\mathrm{Re}\left[\frac{f}{u(0,t)}\right] = \omega m - \frac{s}{\omega} - \rho cS(\cot kl_b + \cot kl_a) \tag{10}$$

차실에 해당하는 음향공동 V_b의 공진 주파수는 식(10)이 영(zero)이 될때의 주파수이다.

2.3 연성된 두 공동에 대한 이론식의 검증

표1은 연성된 두 공동에 대하여 1차원 이론식에 의해 구한 고유진동수와 1차원 유한요소해석에 의한 고유진동수를 비교한 것이다. 이론과 유한요소해석 결과가 거의 잘 일치함을 확인할 수 있다. 그림3은 연성된 두 공동에 대한 음향-구조 특성곡선(점선-구조, 실선-음향)이고 두 곡선의 만나는 점이 이론식에 의한 연성계의 고유진동수이다. 그림3에서 400Hz 부근에서 두군데의 연성 고유진동수가 발생하는데 408.45Hz는 공동 V_a의 연성 고유진동수이고 426.48Hz는 공동 V_b의 연성 고유진동수이다.

표1 이론식과 유한요소해석에 의한 고유진동수의 비교(Hz)

강체벽음향공동 또는 구조(이론)	연성계의 고유진동수	
	유한요소해석	이론식
136.0 (V_a)	128.20	128.19
137.67 (구조)	146.93	146.92
272.0 (V_a)	273.04	272.86
408.0 (V_a)	409.05	408.45
425.0 (V_b)	427.73	426.48
544.0 (V_a)	545.79	544.35

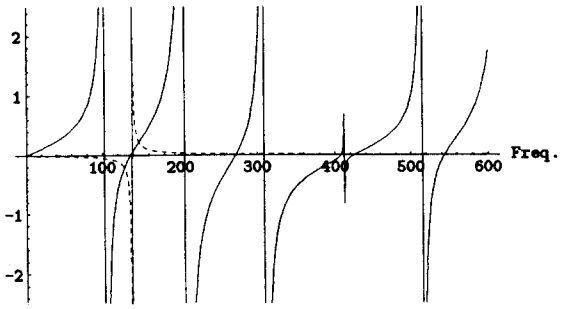


그림3 1차원 음향-구조 연성계의 고유진동수(이론)

2.4 3차원 유한요소 모델의 1차원 등가 모델링

그림3에서와 같이 트렁크의 효과를 무시한 강체벽 차실 음향 모델 1과 트렁크의 효과를 고려한 차실 음향 연성 모델 2에 대하여 3차원 유한요소해석과 1차원 이론해석을 수행한 결과는 표2와 같다. 표2에서 3차원 강체벽 유한요소 차실 모델1의 첫번째 고유진동수 78.53Hz는 트렁크의 연성효과를 고려한 3차원 유한요소 차실 모델2의 경우에서 40.63Hz(모드1')와 88.15Hz(모드1)로 분리됨을 알 수 있다. 다음절에서 그림3에서와 같이 3차원 유한요소 모델을 1차원 근사모델로 변환하여 이러한 주파수 분리 현상을 파악하고자 한다. 표2의 1차원 고유진동수를 구하는 과정은 다음 절에서 제시된다.

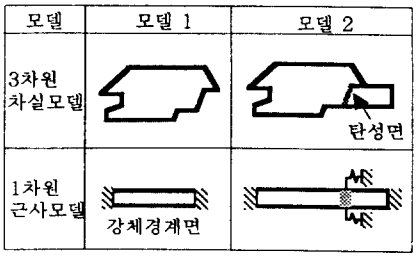


그림3 3차원 모델의 1차원 근사화

표 2 1차원 모델과 3차원 모델의 고유진동수(Hz)

Hz	모델1	모델2	
		3차원	1차원
모드 1′		40.63	40.98
모드 1	78.53	88.15	88.08

2.5 3차원 모델의 1차원 모델로의 근사

그림3과 같이 3차원 유한요소 모델을 1차원 이론 모델로 근사시키기 위하여 먼저 3차원 차실과 트렁크에 대한 1차원적인 유효길이 l_p(차실의 유효길이)와 l_t(트렁크 공동의 유효길이)를 결정한다. 강체벽 경계조건에서 차실의 길이방향 고유진동수는 표2에서와 같이 78.53Hz이므로, 주파수 $f=c/(2l_p)$에 의해 l_p를 2.165m로 결정한다. l_t도 같은 방식으로 0.865m로 결정한다. 1차원 연성면인 드라이버의 단면적 S는 실제 두 음향공동의 경계를 이루는 경계면의 단면적(0.99m^2)을 사용한다. 그리고 두 음향공동 경계를 이루는 탄성면을 1차원적으로 근사시킬때, 등가의 1자유도 구조 질량 m과 스프링 상수 s는 1차원 고유진동수를 3차원 고유진동수와 근사시키는 과정에서 구해진다. 그림4는 3차원 유한요소 모델을 1차원 이론 모델로 근사시켰을때의 음향-구조 특성곡선이다. 그 결과는 앞절의 표2에 나타나있다.

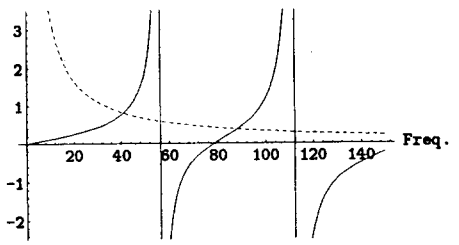


그림4 1차원 근사모델의 고유진동수

그림4에서 점선은 구조특성곡선이고 실선은 음향특성곡선이다. 이 두 곡선의 만나는 점이 바로 연성된 계의 고유진동수에 해당한다. 구조특성곡선의 개형을 결정하는 것은 드라이버의 질량(m)과 스프링 상수(s)이다. 구조 특성 곡선의 수식 특성상 스프링상수는 곡선의 개형에 거의 영향을 미치지 못하고 질량만이 큰 영향을 미친다. 결국 드라이버의 질량 m을 튜닝하는 것에 의해 1차원 이론에 의한 연성계의 고유진동수를 3차원 연성계의 고유진동수에 접근시킬수 있다. 이때 튜닝된 드라이버의 질량 m은 1.95kg이다. 그리고 3차원 유한요소 해석과 이론(식(5a))에 의한 모드의 절면의 위치를 비교해보면 절면의 위치가 비슷한 경향을 가짐을 알 수 있다. 모드1′의 절면은 차실 공동의 앞좌석에서 약간 뒤 쪽에, 모드1의 절면은 약간 앞 쪽에 위치한다. 유한요소 해석에서 탄성면의 밀도가 증가함에 따라 모드1′의 절면은 경계면(탄성벽) 쪽으로 이동하게 되고 결국에는 절면은 사라지게 된다. 모드 절면 위치의 이동은 연성 고유진동수의 변화와 동반되는 것이므로 이러한 모드 절면 소멸현상은 연성 고유진동수와 밀접한 관계가 있는 것으로 추정된다. 그래서 이론적 관점에서 모드1′의 절면 위치와 연성 고유진동수의 관계를 구하고자 한다. 2.1절의 식(5a)를 x_a에 대하여 두번 미분한 식이 영(zero)이 될 때의 x_a값이 바로 절면의 위치이므로 다음의 식이 구해진다.

$$k(l_a-x_a)=n\frac{\pi}{2}\ ,\quad k=\frac{\omega}{c}\ ,\quad n=1,2,\cdots \qquad (11)$$

길이 l_a를 가지는 1차원 튜브의 강체벽 경계조건에서 첫번째 고유진동수 f_1은 식(12)와 같다.

$$f_1=\frac{c}{2l_a} \qquad (12)$$

식(11)과 식(12)로부터 절면의 위치 x를 구하고, 절면이 존재하기위한 x의 범위 $0<x<l_a$을 적용하면 식(13)을 얻는다.

$$f>\frac{f_1}{2} \qquad (13)$$

식(13)에 의해, 이론상 연성계의 모드1′가 절면을 갖기위해서는 모드1′의 연성 고유진동수 f가 강체벽 경계조건의 첫번째 고유진동수 f_1의 1/2의 값이상이 되어야만 절면을 갖을 수 있다. 실제로 3차원 유한 요소 해석의 경우에서도 위의 결과와 비슷한 경향을 가짐을 확인할 수 있다.

3. 실차의 차실 음향 유한요소 해석과 실험

3.1 실차의 음향모드 실험

본 실험에 사용된 가진 스피커의 주파수 특성은 50Hz이상에서 평탄하므로 실험 결과도 50Hz이상의 주파수 대역에서 신뢰할 수 있다.

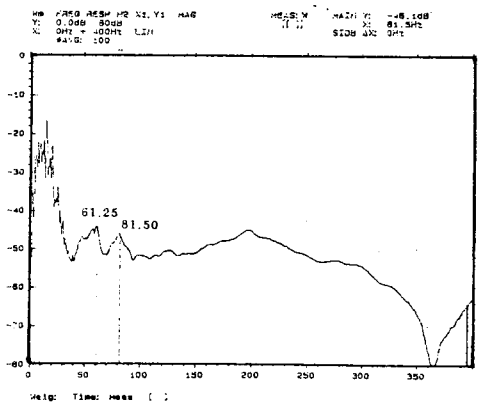
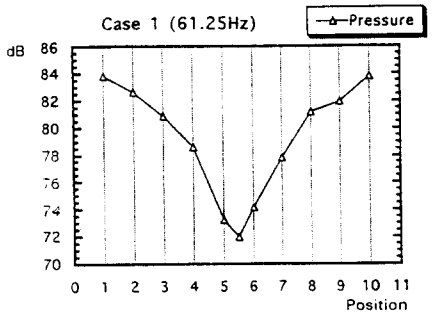
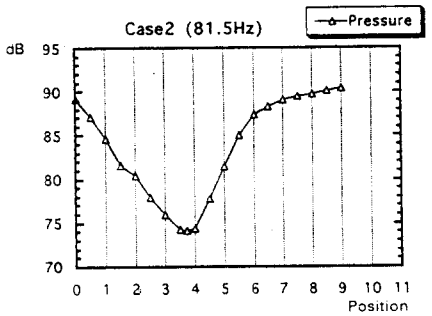


그림4′ 실험에 의한 음향주파수응답함수



(a) 모드 1'(61.25Hz)



(b) 모드 1(81.50Hz)

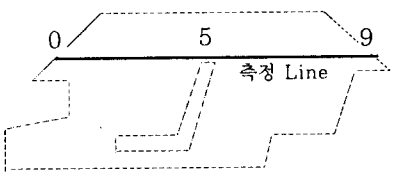
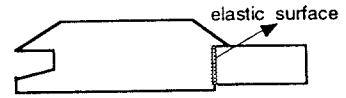


그림5 실험에 의한 모드 형태

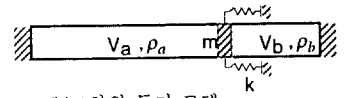
그림4는 운전석 발 밑에서 측정한 음향 주파수응답함수이다. 주파수응답함수에서 큰 피크를 보이는 부분이 음향 공동의 고유진동수이다. 차실 내장재 등의 흡음 효과에 의해 고주파수 대역에서는 큰 피크를 찾을 수 없고 100Hz이하의 저주파수대에서 두군데의 큰 피크를 찾을 수 있다. 두 피크에 해당하는 고유진동수는 61.25Hz와 81.50Hz이다. 각각의 주파수에 대한 모드의 형태는 그림5와 같다. 이 두 모드는 차 길이 방향으로 1개의 절면을 가지는 모드로, 절면의 위치를 보면 61.25Hz 모드의 절면은 앞좌석의 머리 받침대 조금 앞쪽에 위치하고, 81.50Hz 모드의 절면은 61.25Hz 모드의 절면 보다 약간 뒤쪽(20cm)에 위치한다. 이상의 실험에서 차 길이 방향으로 1개의 절면을 갖는 모드가 두 개 출현한 것은, 차실과 트렁크 공동의 연성 효과에 의해 기인된 것으로 추정된다. 이러한 두 공동의 연성 효과에 의한 차실 고유진동수의 변화 경향을 파악하기위해 3차원 유한요소 모델의 1차원적 해석을 수행한다.

3.2 차실 음향 모델의 1차원적 해석

실험 결과와 일치하는 유한요소 모델을 구현하기 위해 그림6과 같이 3차원 유한요소모델을 1차원적으로 모델링하여 탄성면의 물성치와 트렁크에 해당하는 음향공동 V_b의 밀도를 조절하여 두 공동의 연성 고유진동수의 변화 경향을 파악한다.



(a) 3차원 유한요소 모델



(b) 1차원 등가 모델

그림6 3차원 모델의 1차원 근사화

그림7(a)는 1차원 구조의 질량을 크게 했을 때의 구조특성곡선의 변화 경향이다. 구조의 질량을 증가시키면 구조특성곡선이 점선에서 일점쇄선으로 이동함으로써, 모드1', 모드1의 연성 고유진동수가 감소한다. 그림7(b)는 음향 공동 V_b의 밀도 ρ_b를 증가시켰을때의 음향특성곡선의 변화 경향이다. 음향특성곡선이 실선에서 일점쇄선으로 이동함으로써, 모드1'의 연성 고유진동수는 증가하고 모드1의 고유진동수가 감소한다. 그리고 1차원 구조의 강성 k는 구조특성곡선의 변화에 주요한 영향을 주지 못한다. 1차원 해석에서의 주파수의 이동 경향을 요약하면 다음과 같다.

1) 구조의 질량을 증가 시키면 모드1'와 모드1의 연성 고유진동수는 감소한다.

2) 구조의 연성 면적이 커지면 모드1'와 모드1의 연성 고유진동수는 증가한다.

3) 공동 V_b의 밀도가 커지면 모드1'의 연성 고유진동수는 증가하고 모드1의 연성 고유진동수는 감소한다..

차후 이러한 경향들은 3차원 차실 유한요소 모델링에 응용되어진다.

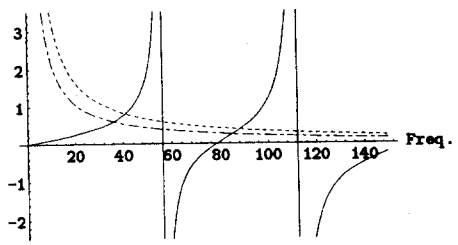


그림7(a) 구조특성곡선의 변화 경향

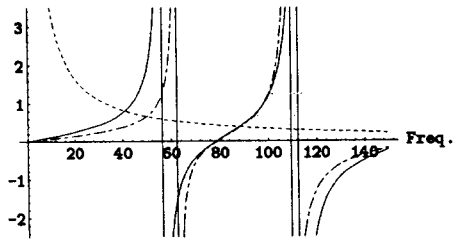


그림7(b) 음향특성곡선의 변화 경향

3.3 실차의 차실 음향 유한요소해석

트렁크와의 연성효과를 무시한 차실의 유한요소해석시 음향공동의 첫번째 고유진동수는 78.53Hz이다. 차실과 트렁크 경계면에 탄성면을 모델링하여 유한요소해석을 할 경우, 2.4절의 표2와 같이 연성 고유진동수는 40.63Hz와 88.15Hz로 실험 결과와 상당한 차이를 가지게 된다. 실험의 경우 61.25Hz와 81.50Hz이다. 이러한 고유진동수의 차이는, 기존의 유한요소 모델에서 차실에 미치는 트렁크의 연성 효과를 너무 크게 모델링했기 때문이다. 실험 결과와 강체벽 경계조건의 유한요소해석결과를 비교해볼때, 실험에서 트렁크의 연성효과가 차실의 첫번째 모드(78.53Hz)에 미치는 영향은 거의 없으며, 강체벽 차실 첫번째 모드(78.53Hz)와 형태가 같은 1개의 절면을 가지는 새로운 첫번째 모드(모드 1')를 발생시킨다. 위와 같은 조건을 만족하는 유한요소 모델을 구현하기 위해 다음과 같은 방안을 취한다. 이 방안은 3.2절의 1차원 이론 해석에서 추정된 것이다.

1) 차실과 트렁크 사이의 막은 그것의 첫번째 주파수가 거의 영에 근접하도록 하고, 연성 주파수에 민감하게 영향을 미치는 막(2 mm 납판)의 밀도를 $11000\,kg/m^3$으로 크게 하여, 1차원 관점에서 볼 때 구조 특성 곡선이 주파수축에 근접하도록 한다.

2) 트렁크가 모드 1에 미치는 효과를 최소로 하기위해 차실과 트렁크의 음압 정보를 상호 연결(연성)시켜주는 막의 크기를 기존보다 1/2로 축소하였다. 실제 실험 대상차종의 경우도 차실과 트렁크의 경계면의 가장자리는 딱딱한 판으로 되어 있고 가운데 부분만이 뒤좌석에 의해 경계를 이루면서 두 공동을 연성시켜준다.

3) 트렁크가 모드 1에 미치는 효과를 줄이기위해 트렁크의 밀도를 공기 밀도의 15배로 하여 트렁크 공동이 강체에 가깝도록 한다.

4) 앞/뒤좌석에 해당하는 유한요소의 밀도는 통상적인 방법에 따라 공기 밀도의 10배로 한다.

위의 모델링 기법을 그림으로 요약하면 그림8과 같다.

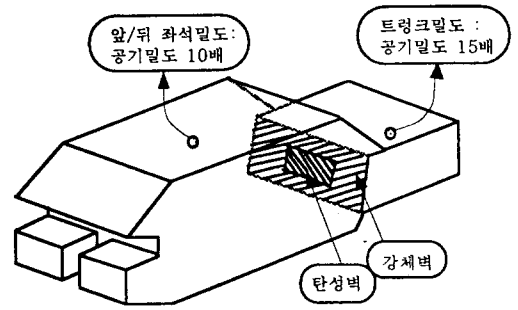


그림8 유한요소 모델링 기법

표3은 위와 같은 방법에 의해 모델링한 3차원 음향 유한요소 모델에 대한 해석 결과이다. 여기서 (rigid)는 트렁크의 연성효과를 무시했을때의 차실의 비연성 고유진동수를, (coupled)는 연성을 고려했을때의 연성 고유진동수를 나타낸다.

표3 실험과 수정 유한요소 모델의 고유진동수 비교(Hz)

Hz	실험	FEM(coupled)	FEM(rigid)
mode 1'	61.25	60.50	
mode 1	81.50	81.47	78.53

그림9는 유한요소해석에 의해 구한 모드 형태이다. 실험에 의한 모드형태인 그림5와 유한요소해석에 의한 모드형태인 그림9를 비교해볼때 모드 절면의 위치는 같은 경향을 가진다. 모드 1'의 절면은 앞좌석 조금 뒤에 위치하고 모드 1의 절면은 앞좌석 조금 앞에 위치한다.

4. 결론

차실 음향해석을 수행하고자 할때 지금까지는 트렁크 공동이 차실에 미치는 연성효과를 고려하지 않았다. 그러나 특정 차종의 경우, 트렁크 공동은 저주파수대에서 차실의 음향 특성에 주요한 영향을 미침을 본논문의 실험에서 확인할 수 있었다. 차실과 트렁크 공동이 상호 연성된 계의 유한요소 모델링을 하고자 할때 실제차와 같이 모델링하는 것은 현실적으로 불가능하다. 그래서 본 논문에서는 차실과 트렁크 공동을 상호 연성시켜주는 가상의 탄성면을 모델링하여 두 공동 사이의 음압 정보를 상호 연결시켜주는 역할을 하게 하였다. 이러한 연성계에 대한 유한요소해석은 상당한 시간을 필요로 하고 그 결과의 물리적 의미도 파악하기 어렵다. 이러한 점들을 보안하기 위하여 두 공동이 연성된 1차원계에 대한 이론 해석을 수행하였다.

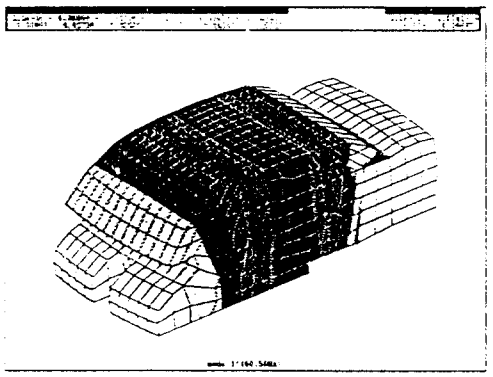


그림9(a) 유한요소해석에 의한 모드 1'의 형태(60.50Hz)

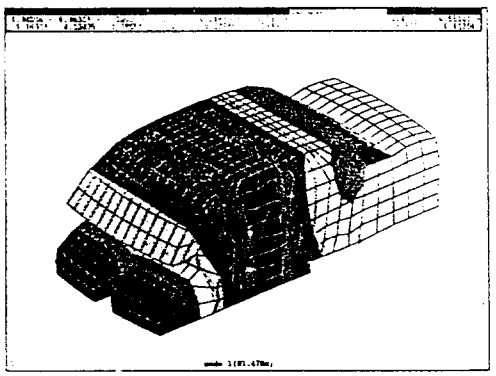


그림9(b) 유한요소해석에 의한 모드 1의 형태(81.47Hz)

참고문헌

(1) LAWRENCE E. KINSLER, 1980, Fundamentals of Acoustics.

(2) Donald E. Hall, 1987, Basic Acoustics, California State University

(3) E.H.Dowell, G.F.Gormam III and D.A.Smith, "Acoustoelasticity : General Theory, Acoustic Natural Modes and Forced Response to Sinusoidal Excitation, including Compartment with Experiment", J. of Sound and Vibration, Vol.52, No.4, 1977, pp.519-542

(4) J.M.Lee, M.H.Sung, S.H.Kim, "An Effective Method for Interior Noise Reduction of a Passenger Car", 6th Inter. PacificConf. on Automotive Engineering, 1991, pp.553-56

(5) Brian Campbell, Michael Abrishman, "Structural-Acoustic Analysis for the Prediction of Vehicle Body Acoustic Sensitivities", Society of Automotive Engineers, Inc., 1985

후기

본 연구는 G7 차세대 자동차 안전도 공통기반기술(저진동/저소음 차체설계기반기술) 연구의 일환으로 진행되었으며 관계자에게 감사드린다.