

경사입사에 따른 시편의 반사계수 측정

김 상 열, 김 양 한**

(Measuring Reflection Coefficient of a Material for Oblique Incident Plane Wave)

(Sang-Lyeol Kim , Yang-Hann Kim)

1. 서론

흡음물질의 특성을 측정하는 기존의 방법들- 정재파방법⁽¹⁾, 2-마이크로폰방법⁽²⁾, 자유음장에서 측정방법⁽³⁻⁴⁾ 등에 비하여 사용음원에 대한 제한조건이 없고 경사입사에 대한 물질의 반사계수를 쉽게 얻어낼 수 있다는 장점으로 이차원 공간푸리에 변환을 이용한 반사계수 측정방법이 연구되어왔다.⁽⁵⁻⁹⁾ 그러나 이 방법은 유한한 측정면적과 이산화된 측정점에 의해 측정된 반사계수에 오차가 존재하고 이를 감소하여야 한다는 점이 있음은 물론, 이를 줄이기 위한 공간 창문함수의 사용, 또한 측정면적이 원하는 오차한도가 되도록 커져야 하는 점 등 실제 응용에 제한이 있음이 사실이다.⁽⁸⁻⁹⁾ 한편 지금까지 연구되어온 공간 푸리에 변환을 이용한 반사계수 측정방법은 무한히 큰 반사 물질의 표면 위에 음원이 존재한다는 가정에서 출발되었기 때문에 이로 부터 측정면적의 구경반경이 사용하는 주파수에서, 파장의 2배 이상이 되어야 적절한 오차내에 측정값이 존재하게 된다. 이는 반사 물질 역시 그 이상으로 커야함을 의미한다. 따라서 낮은 주파수일 경우는 예를 들어 500Hz에서는 반사 물질의 직경이 2.74m 이상되어야함을 의미하고 이는 공간 푸리에변환을 이용한 방법의 실용성을 반감하게 되었다. 이에 본 연구에서는 공간 푸리에 변환을 이용한 방법으로 구한 시편의 반사계수를 살펴보고 또한 측정물질면적의 관점에서 공간 푸리에 변환을 이용한 방법의 실용성을 증가시키는 방법의 제시하고 그 실용가능성을 타진해 보고자 한다.

* 한국과학기술원 기계공학과

** 한국과학기술원 기계공학과 대학원

2. 이론

2.1 반사계수 측정방법

공간 푸리에변환을 이용한 반사계수측정은 다음의 방법으로 구할 수 있다.

2.1.1 측정평면간의 위상차를 이용한 방법

두개의 측정평면($z=z_1, z_2$)에서 측정한 음장을 공간 푸리에변환하여 음장의 파수 스펙트럼을 구하고 이를 식 (2.1)과 같이 입사파와 반사파 성분의 합으로 표현하면 두 개의 측정평면 사이의 위상차이에 의해 식 (2.2)의 행렬식으로 부터 표면에서의 입사파와 반사파의 음압비로 정의되는 음압 반사계수(pressure reflection coefficient)를 구할 수 있다.

$$\bar{P}(k_x, k_y, z) = \bar{P}_i(k_x, k_y, z) + \bar{P}_r(k_x, k_y, z) \quad (2.1)$$

여기서 \bar{P} 는 음압 $P(x, y, z)$ 를 공간 푸리에변환한 음압 파수스펙트럼, \bar{P}_i, \bar{P}_r 은 각각 입사파, 반사파 성분의 파수스펙트럼이다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{P}_{z_1} \\ \bar{P}_{z_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp[-ik_z z_1] & \exp[ik_z z_1] \\ \exp[-ik_z z_2] & \exp[ik_z z_2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_{i,0} \\ \bar{P}_{r,0} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

여기서 $\bar{P}_{i,0} \equiv \bar{P}_i(k_x, k_y, 0)$, $\bar{P}_{r,0} \equiv \bar{P}_r(k_x, k_y, 0)$ 는 반사물질표면에서의 입사파와 반사파의 음압이다.

이 방법은 측정음압에 포함되어 있는 측정시의 잡음, 특히 측정평면의 위치오차에 민감할 것으로 생각되어지고 이는 실험결과로써 확인되었다.⁽⁸⁾ 이에 측정치에 포함되는 잡음에 덜 민감한 방법이 제안되었는데 다음의 방법이 그것이다.

2.1.2 오차의 최소자승(least square)에 기초된 방법¹⁰⁾

측정평면에서 구한 음압 스펙트럼과 이론적 음압스펙트럼사이에 존재하는 오차크기 제곱들의 합을 목적함수(cost function) J 로 정의하고 $\tilde{P}_{r,0}$ 와 $\tilde{P}_{i,0}$ 의 실수성분과 허수성분 각각에 대해 목적함수를 최소화하는 조건(식 2.4)으로부터 반사계수를 구할 수 있다. 이 방법은 2.1.1절의 방법보다 측정음압 내의 잡음에 덜 민감한 장점이 있다.

$$J = \sum_{q=1}^N \left| \tilde{P}_{i,0} \exp[-ik_z z_q] + \tilde{P}_{r,0} \exp[ik_z z_q] - A_q \exp[i\varphi_q] \right|^2 \quad (2.3)$$

여기서 A_q , φ_q 는 측정을 통해 구한 파수 스펙트럼의 크기와 위상이다.

$$\frac{\partial J}{\partial R_i} = \frac{\partial J}{\partial I_i} = \frac{\partial J}{\partial R_r} = \frac{\partial J}{\partial I_r} = 0 \quad (2.4)$$

$$\begin{bmatrix} N & 0 & Csum & -Ssum \\ 0 & N & Ssum & Csum \\ Csum & Ssum & N & 0 \\ -Ssum & Csum & 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_r \\ I_r \\ R_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{q=1}^N A_q \cos(k_z z_q + \varphi_q) \\ \sum_{q=1}^N A_q \sin(k_z z_q + \varphi_q) \\ \sum_{q=1}^N A_q \cos(k_z z_q - \varphi_q) \\ -\sum_{q=1}^N A_q \sin(k_z z_q - \varphi_q) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

여기서 $Csum = \sum_{q=1}^N \cos(2k_z z_q)$, $Ssum = \sum_{q=1}^N \sin(2k_z z_q)$, $\tilde{P}_{r,0} = R_r + iI_r$, $\tilde{P}_{i,0} = R_i + iI_i$ 이다.

따라서 식 (2.2), (2.5)에 의해 구한 표면에서의 음압으로부터 평면파에 대한 음압 반사계수의 일반적인 정의에서 입사각도별 반사계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R(\theta_i) = \frac{\tilde{P}_{r,0}}{\tilde{P}_{i,0}} = \frac{R_r + iI_r}{R_i + iI_i} \quad (2.6)$$

2.2 유한한 크기의 측정물질에 대한 반사계수 측정 방법의 제한

한편 Fig. 2.1.(a)에서처럼 무한한 반사표면을 가정하고 반사계수를 측정할 경우 원하는 오차범위(1%)내의 반사계수 측정치를 얻기 위해서는 측정면적의 구경이 파장의 2배이상이어야함을 알았다. 이는 반사물질 역시 그 이상으로 커야 함을 의미하고 따라서 낮은 주파수의 특성을 알기 위해서는

반사물질의 크기가 사용가능한 크기보다 커야할 경우가 생긴다. 예를 들어 500Hz에서는 반사물질의 직경이 2.74m이상 되어야한다. 이는 공간 푸리에변환을 이용한 방법의 실용성을 반감하게 되는데 여기서 물질의 크기에 무관한 반사계수 측정방법을 제시하고자 한다.

Fig. 2.1.(b)에서처럼 반사표면의 수직 임피던스에 불연속이 존재할 때 음장 $P(x,y,z)$ 는 다음과 같은 지배방정식과 경계조건을 만족하게 된다.

$$\nabla^2 P + k^2 P = F \quad (2.7)$$

표면위(z=0)에서

$$P = Z_n \frac{i}{\rho \omega} \frac{\partial P}{\partial z} \quad Z_n = \begin{cases} Z_{n1} & r > a \\ Z_{n2} & r \leq a \end{cases} \quad (2.8)$$

여기서 Z_n 은 반사표면의 수직임피던스이다. 한편 음원을 수직쌍극(vertical dipole)이라 하고 이차원 공간 푸리에변환을 통해 윗식의 해를 구하여 그로부터 표면의 음압 반사계수를 구하면 다음과 같다.

$$R = \frac{Z_{n1} Z_{n2} k_z - \omega \rho Z_{n2} (1 - C_s) - \omega \rho Z_{n1} C_s}{Z_{n1} Z_{n2} k_z + \omega \rho Z_{n1}} \quad (2.9)$$

여기서 $C_s = [ak_r J_1(ak_r) D_0 - aJ_0(ak_r) D_1] \cdot \exp(-ik_z h)$,

$$k_z^2 = k^2 - k_r^2, \quad D_0 = \int_0^r \frac{y \exp(ih\sqrt{k^2 - y^2})}{k_r^2 - y^2} J_0(ay) dy,$$

$$D_1 = \int_0^r \frac{y^2 \exp(ih\sqrt{k^2 - y^2})}{k_r^2 - y^2} J_1(ay) dy, \quad k_r \text{은 } r \text{방향의}$$

파수(wave number), k 는 파수, ω 는 각주파수(angular frequency)이고 J_0 , J_1 , Y_0 , Y_1 는 각각 제 1,2종 베셀함수(Bessel function)이다.

식 (2.9)으로부터 Z_{n1} , Z_{n2} 를 알고 있을 경우 표면의 반사계수 R 을 알 수 있다. 반대로 Z_{n1} 과 R 을 알고 있다면 Z_{n2} 를 구할 수 있다. 이는 공간 푸리에변환을 이용한 방법에서 측정물질크기의 조건을 없앨 수 있는 방법을 제시하게된다. 즉 이미 각 각도별 주파수별 반사계수(혹은 수직임피던스)를 알고 있고 크기에 제한없이 사용할 수 있는 물질에 측정하고자 하는 물질을 결합시켜 경사입사에 대한 반사계수를 공간 푸리에변환으로 구한다면 식 (2.9)에 의해 측정하고자 하는 물질의 각 각도별 수직 임피던스를 구할 수 있고 이로부터 식 (2.10)의 수직 임피던스와 반사계수와의 관계로부터 무한한 크기의 반사표면이 존재할 때의 반사계수를 구할 수 있게 된다.

$$R = \frac{Z_n \cos \theta_i - \rho C}{Z_n \cos \theta_i + \rho C} \quad (2.10)$$

여기서 θ_i 는 입사각도, ρC 는 매질의 특성 임피던스(characteristic impedance)이다.

3. 모의실험 및 결과

모의실험은 편리성을 위해 반사표면 위 h에 수직쌍극이 존재할 경우에 대해 고찰되었다. 따라서 음장의 확대칭성에 의해 이차원 공간 푸리에변환은 행켈변환⁽⁷⁾으로 되고 측정평면은 반지름방향으로의 하나의 측정선(measurement line)으로 대치된다.

모의실험은 단단한 벽(rigid wall)과 다공성 물질에 대하여 하였으며 다공성 물질은 유동 저항이 $\sigma = 50000$ MKS rays/m인 경우로 가정 했고 다음의 Delany-Bazley 실험식⁽¹¹⁾을 이용했다.

$$\rho_1 C_1 = \rho C [1 + 0.0571X^{-0.754} + i 0.0875X^{-0.732}]$$

$$k_1 = k [1 + 0.0978X^{-0.7} + i 0.189X^{-0.595}]$$

여기서 $X = \rho f / \sigma$ 인 무차원 변수, $\rho_1 C_1$, k_1 는 다공성 물질에서의 특성임피던스와 파수이다. 이 때 표면에서의 수직 임피던스는 다음과 같다.

$$Z_n = \left. \frac{P}{v_n} \right|_{z=0} = \frac{\rho_1 C_1}{\cos \theta_i}, \quad \cos \theta_i = \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k_1} \sin \theta_i \right)^2}$$

한편 유한크기모델의 경우 Z_n 에 해당하는 표면은 단단한 벽이라 가정하고 모의실험을 했다.

오차로서 다음을 정의하도록 한다.

$$E_{obs} = \frac{|\hat{R}| - |R|}{|R|} \quad (3.1)$$

윗식에서 \hat{R} 은 측정된 반사계수, R 은 실제 반사계수이고 E_{obs} 는 각 각도별 반사계수의 실제값과 측정값 사이의 크기 차이의 실제값에 대한 비를 나타낸다.

3.1 모의실험결과 및 토의

Fig. 3.1은 모의실험의 형상을 보여주고 있다. 여기서 음원의 높이 $h = 0.12$ m, 측정평면의 높이는 각각 $z = 0.01$ m, 0.02 m, 0.03 m, ... 의 위치에 있다. 측정점간의 간격은 단단한 벽과 다공성물질의 경우 각각 $\Delta r = 0.03$ m, 0.01 m로 하였다. Fig. 3.2는 2.1.1절의 측정평면간의 위상차를 이용한 방법(이후 P.D.M)으로

구한 반사계수 측정결과이다. 이로 부터 앞선 연구⁽⁹⁾에서와 같이 최소 40°까지 1%오차이내의 측정치를 얻을 수 있음을 확인 할 수 있다. 그러나 이 방법은 Fig. 3.3에서 보여주는 것처럼 측정평면에서의 측정음압에 잡음이 들어갈 경우 측정된 반사계수가 민감하게 변화게된다. 이를 개선하는 방법으로 제안된 2.1.2절의 오차의 최소자승에 기초둔 방법(이후 L.S.B.M)은 Fig. 3.4에서 측정된 반사 계수가 잡음에 덜 민감함을 볼 수 있다. 따라서 L.S.B.M은 P.D.M에서 생기는 잡음에 대한 민감성을 줄이는 소기의 목적을 이룰 수 있음을 알 수 있다. 여기서 잡음은 평균이 0이고 표준편차가 0.1인 백색잡음(white noise)을 측정음압의 실수부와 허수부에 각각 들어가도록 했다.

한편 Fig. 3.5는 무한표면모델에서 구한 다공성 물질의 반사계수와 2.2절에서 제안된 유한크기모델로 구한 반사계수를 보여준다. 여기에서 두 모델에서 구한 반사계수에는 큰 차이가 없음을 볼 수 있으며 따라서 유한크기 모델의 유용성을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구를 통해 공간 푸리에변환을 이용한 반사계수측정에 있어서 L.S.B.M 및 유한크기 모델의 사용가능성과 유용성을 살펴보았다.

1) L.S.B.M은 P.D.M의 측정음압내에 포함 되는 잡음에 대한 민감성을 줄일 수 있어 잡음에 대해 안정한 측정을 할 수 있는 장점이 있음을 알 수 있었다.

2) 유한크기모델은 무한크기모델의 경우 측정면적보다 큰 측정할 반사물질이 요구되는데 반해 측정할 물질의 크기에는 무관하게 반사계수를 얻을 수 있었고 이는 공간 푸리에 변환을 이용한 반사계수 측정방법의 유용성을 증가시킬 수 있다.

참고문헌

1. 'For the test procedure of SWR method, see ANSI/ASTM C384-77, "Standard test method for impedance and absorption of acoustical material by the tube method," revised 1977

2. A. F. Seybert, "Two-sensor method of the measurement of sound intensity and acoustic properties in ducts," J. Acoust. Soc. Am. (1988) **83**(6), 2233 - 2239
3. Jean F. Allard and Benita Sieben, "Measurement of acoustic impedance in a free field with two microphone and a spectrum analyzer," J. Acoust. Soc. Am. (1985) **77**(4), 1617 - 1618
4. M. Minten, A. Cops, and W. Lauriks, "Absorption characteristics of an acoustic material at oblique incidence measured with the two-microphone technique," Journal of sound and vibration, (1985) **120**(3), 499 - 510
5. George V Frisk and Alan V. Oppenheim, "A technique for measuring the plane wave reflection coefficient of the ocean bottom," J. Acoust. Soc. Am. (1980) **68**(2), 602 - 612
6. M. Tamura, "Spatial Fourier Transform method of measuring reflection coefficient at oblique incidence : Theory and numerical examples," J. Acoust. Soc. Am. (1990) **88**(5), 2259 - 2264
7. Ziqiang Hu, "Measurement and prediction of sound propagation over an absorbing plane," Ph.D thesis, 1992, Dept. of Mechanical Engineering, Purdue University
8. 이수열, 김상렬, 김양한, "입사각에 따른 흡음재의 반사 계수 측정방법론 및 오차에 대한 고찰," 소음진동공학회지 (1994) 제4권 제3호 295-305
9. 김상렬, 김양한, "이차원 공간 푸리에변환을 이용한 경사입사에 대한 반사계수측정," 한국음향학회 학술대회 (1994)
10. Wan-Sup Cheung, Oh-Sung Jun, and Soo-Hyun Kim, "New approach for the measurement of the acoustic properties of sound absorbent samples," Inter-Noise 94, 1939-1942
11. M.E. Delany and E.N. Bazley, "Acoustical characteristics of fibrous absorbent materials," Aero Report AC37, National Physical Laboratory, 1969

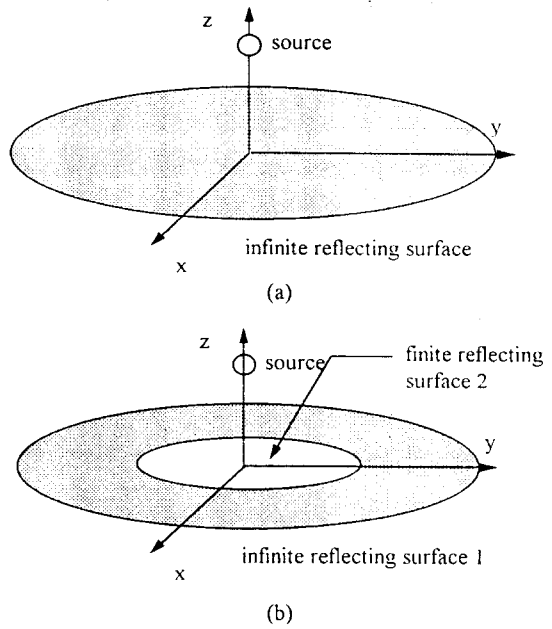


Fig. 2.1 Configuration of system

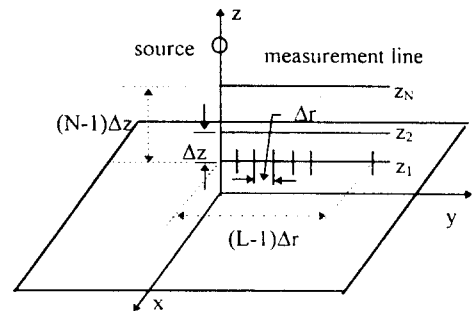


Fig. 3.1 Configuration of measurement system when sound field is axisymmetric

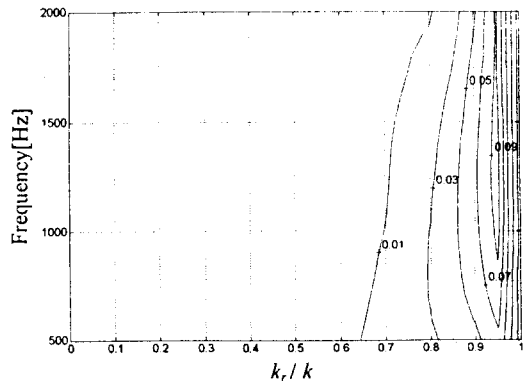


Fig. 3.2 E_{abs} versus frequency and incident angle for rigid wall

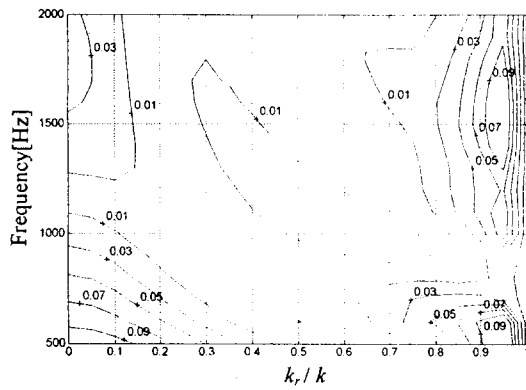


Fig. 3.3 E_{abs} versus frequency and incident angle for rigid wall in the case of pressure included noise : $N=2$

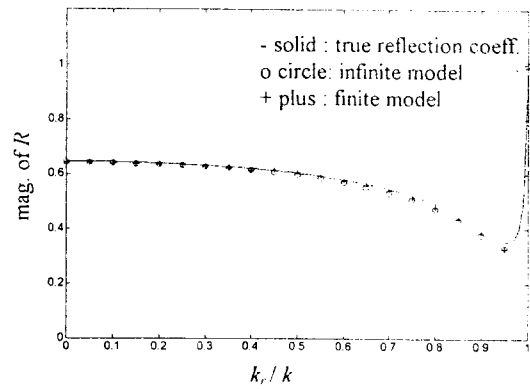
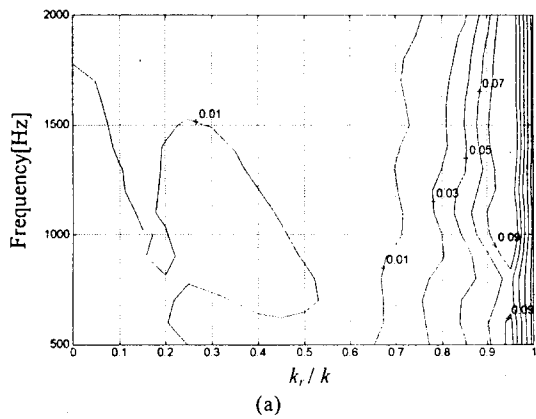
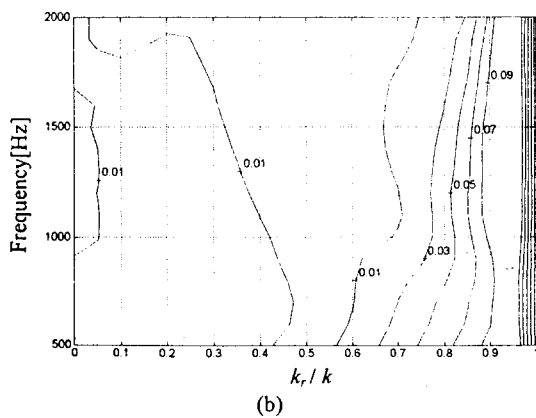


Fig.3.5 Mag. of reflection coefficient versus incident angle in the case of infinite and finite surface models



(a)



(b)

Fig. 3.4 E_{abs} versus frequency and incident angle for rigid wall in the case of pressure included noise (a) $N=3$ (b) $N=4$