

원통면 음향 홀로그래피를 이용한 소음원 탐지 및 음장예측;

오차의 고찰 및 적용 예

(Noise Source Identification and Predictions of Sound Fields by Using Cylindrical Acoustic Holography; Investigations of Errors and Applications)

권 휴상, 김 시문*, 박 순홍*, 김 양한**

(Hyu-Sang Kwon, Seemoon Kim, Soon-Hong Park, Yang-Hann Kim)

1. 서론

산업의 발달과 생활수준의 향상에 따라 소음문제의 중요성은 날로 증대되어 가고 있으며 이를 해결하기 위한 노력도 또한 계속되어져 왔다. 소음문제를 해결하기 위한 가장 기본적인 노력은 소음을 발생시키는 소음원을 정확히 규명하는 것이다. 1980년대 중반부터 소개되어진 음향 홀로그래피 방법 (Acoustic Holography)은 임의의 홀로그래피면의 음압 측정을 통하여 음원면의 음압분포나 입자속도 분포를 구함으로써 소음원을 유추할 수 있을 뿐만 아니라 방사되는 음장의 모든 정보, 즉 음압, 입자속도, 음향 인텐시티 등을 구할 수 있다는 장점을 가지고 있기 때문에 많은 연구가 활발히 진행되고 있다.^[1]

음향 홀로그래피 방법은 사용하는 좌표계에 따라서 평면 음향 홀로그래피, 원통면 음향 홀로그래피, 구면 음향 홀로그래피로 나뉘어 진다. 이러한 구분은 측정하고자 하는 구조물의 형태나 음원의 분포를 가장 적절하게 표현할 수 있는 좌표계를 선택함에 따라 이루어 진다. 즉 음원의 공간상 분포나 방사 음장의 분포를 가장 간단히 표현할 수 있는 좌표계를 이용하여 음장을 해석하는 것이 편리하다는 것을 의미한다. 본 연구에서는 원통면 음향 홀로그래피 방법에 대한 세밀한 고찰을 통하여 이 방법을 이용한 음장예측의 실제 적용에 도움을 주고자 한다.

먼저 원통면 음향 홀로그래피 방법의 기본적인 이론에 대한 고찰을 하였고, 원통면 음향 홀로그래피 방법의 실제 적용시 나타나는 창문함수의 영향 (window effect)이나 공간상의 엘리어싱 (spatial aliasing), 둘러싸기 오차 (wraparound error)와 같은 오차에 대하여 모의실험을 통하여 살펴 보았다. 이러한 오차해석을 통하여 가능한 한 오차를 줄이고 신뢰할 수 있는 예측결과를 얻을 수 있는 측정조건을 제시하였으며, 오차를 감소시킬 수 있는 Tukey 창문함수의 사용과 제로패딩 (zero padding) 방법을 제시하였다. 이러한 기본적인 이해를 바탕으로 원통형 구조물의 방사음장을 예측하는 실험을 하였다.

2. 기본 이론

2.1 이론적 배경^[2]

임의의 영역내에 매질의 평균 유동이 없고, 음압의 변화량이 작아서 선형적인 거동을 한다고 가정하면, 다음과 같은 선형 파동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 p(\vec{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

여기서 $p(\vec{x}, t)$ 는 음압을 나타내며, 시간과 공간의 함수이다. 또한 c 는 음파속도, t 는 시간을 나타낸다. 임의의 주파수에 대하여 고려하면 공간좌표만으로 표현되는 Helmholtz 방정식을 얻을 수 있다.

$$(\nabla^2 + k^2)P(\vec{x}) = 0 \tag{2}$$

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원

** 한국과학기술원 기계공학과

여기서 k 는 파수를 나타내며 ω/c 로써 표현 되어진다. Helmholtz 방정식의 일반해는 이 방정식을 만족하는 특성함수 (eigen function)의 선형조합으로써 표현 가능하고, 이로써 음장을 표현할 수 있게 된다. 원통좌표계에서 Helmholtz 방정식을 만족하는 특성함수를 구하면 다음과 같다.

$$\psi_m(r, \phi, z, k_r, k_z) = \begin{cases} H_m^{(1)}(k_r r) \\ H_m^{(2)}(k_r r) \end{cases} \begin{cases} e^{im\phi} \\ e^{-im\phi} \end{cases} \begin{cases} e^{ik_z z} \\ e^{-ik_z z} \end{cases} \quad (3)$$

여기서 k_r 과 k_z 는 파수의 방향 성분으로써 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$k_r^2 + k_z^2 = k^2 \quad (4)$$

그리고 m 은 음이 아닌 정수를 나타내며, $H_m^{(1)}$ 와 $H_m^{(2)}$ 는 각각 제1종, 제2종 원통형 행켈 함수 (cylindrical Hankel function of 1st and 2nd kind)를 의미한다. 함수의 특성상 k_r 이 실수이면 $H_m^{(1)}$ 는 r 의 방향으로, $H_m^{(2)}$ 은 r 의 역 방향으로 진행하는 파를 의미하며, k_r 이 허수이면 각각의 방향으로 크기가 감소하는 감쇠파 (evanescent wave)를 의미한다. 만약 음원이 $r=r_s$ 인 음원면 안에 존재하고, $r>r_s$ 인 공간상에서는 반사면이 존재하지 않는 자유음장 (free field) 조건을 만족한다면, 음파는 음원면 바깥쪽으로 방사하는 파만 존재하므로 음압은 다음과 같이 표현된다.

$$P(r, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}_m(k_z) e^{im\phi} e^{ik_z z} H_m^{(1)}(k_r r) dk_z \quad (5)$$

여기서 $\hat{P}_m(k_z)$ 는 $r=r_s$ 인 임의의 홀로그래프면에서 복소 음압분포를 측정함으로써 구할 수 있다.

$$\hat{P}_m(k_z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(r_s, \phi, z) e^{-im\phi} e^{-ik_z z} \{H_m^{(1)}(k_r r_s)\}^{-1} dz d\phi \quad (6)$$

이때 홀로그래프면이라 불리는 측정면에서 감쇠파를 측정할 수 있기 위해서는 홀로그래프면과 음원면 사이의 거리를 되도록 가까이 두어야 한다.

식 (5)와 (6)으로부터 원통면 음향 홀로그래피 방법은 해석하고자 하는 공간상의 음장을 각각의 특성함수의 조합으로써 표현함을 알 수 있는데, 이는 공간상의 음장분포를 z 축을 중심으로 나선형으로 진행하는 나선형 파 (helical wave)들의 중첩으로 해석하는 과정임을 알 수 있다.

음장을 해석하는 다른 중요한 인자로써 입자속도가 있는데, 이는 선형적인 거동을 하는 음파일 경우 Euler 식을 이용하여 복소 음압분포로부터 구할 수 있다. 또한 음향 인텐시티는 음압과 입자속도의 곱으로써 구할 수 있다.

3. 오차의 해석 및 고찰

이론적인 해석에서 알 수 있듯이, 정확한 음장예측을 하기 위해서는 무한한 홀로그래프면에서의 음압정보를 측정하여야 한다. 그러나 실제 적용에서는 유한한 크기의 측정구경 (aperture)의 이산화된 측정점에서만 복소음압을 측정함으로써 홀로그래프면의 음압분포를 추정할 수 밖에 없다. 이러한 측정상의 제한에 의한 오차가 음장예측시 필연적으로 발생하게 된다. 본 연구에서는 측정조건에 따른 오차의 경향을 이해하기 위하여 모의실험을 행하였다. 음원은 공간상의 음장분포를 해석적으로 구할 수 있는 단일 점음원으로 하였고, 주파수는 2π 로, 즉 파장을 1로 함으로써 길이로 표현되는 각 측정조건을 파장으로 정규화시킨 것과 동일하게 하였다. 그리고 예측오차의 크기는 예측음압과 참음압과의 차이의 제곱을 참음압의 제곱 평균으로 정규화하여 다음과 같이 정의하였다.

$$e^2 = \frac{\sum_i |P'_i - P^i|^2 \Delta S^i}{\sum_i |P^i|^2 \Delta S^i} \quad (7)$$

여기서 P'_i , P^i 는 각각 예측면의 i 번째 요소에서 예측된 음압값과 참음압값을 나타내며, ΔS^i 는 예측면의 i 번째 요소의 면적이다. 홀로그래프면의 측정조건으로는 z 축 방향의 측정점 사이의 간격, z 축 방향의 측정점의 갯수, 원주 방향의 측정점의 갯수 등이며 이를 변화시키며 오차의 경향을 고찰하였다. 또한 단일 점음원이 z 축으로부터 떨어진 거리에 따른 오차를 살펴 보았다. 여기서 홀로그래프면의 위치와 예측면의 위치는 $r = 0.3\lambda$ 로 설정하였다.

3.1 z 축 방향으로의 측정조건에 따른 오차의 이해

이론적으로 z 축 방향으로는 무한한 크기의 측정구경을 가져야 한다. 그러나 실제 측정시 유한한

측정구경에 의해서 창문함수의 영향 (window effect)이 나타나며, 측정점 사이의 간격에 의하여 공간상의 엘리어싱 (spatial aliasing)이 존재한다. ¹⁴⁾ 공간상의 엘리어싱은 높은 파수 성분, 즉 감쇠파 영역에서 더 크게 나타나는데, z 축 방향의 음압분포를 공간상의 Fourier 변환함으로써 얻어지는 파수 성분에는 측정점 사이의 간격에 의하여 정해지는 최대파수 혹은 Nyquist 파수보다 높은 파수 성분의 영향이 포함되어 지므로 최대 파수에 가까운 파수 성분에 더 큰 영향을 주게 된다. 측정구경의 유한성은 구경의 크기에 해당하는 창문함수를 곱한 것으로 생각할 수 있으므로 창문함수의 영향을 줄이려면 구경의 바깥에 있는 음압의 크기가 구경내의 음압에 비해 무시할 수 있을 정도로 작게 되도록 구경의 크기를 넓혀야 한다.

Fig. 1은 z 축 방향의 측정점 사이의 간격 및 측정점의 갯수에 따른 예측오차를 모의실험한 결과이다. 모의실험에서는 예측면의 크기를 4λ로 하였다. 측정면의 크기가 예측면의 크기보다 작으면 당연히 커다란 오차를 유발시킴을 알 수 있었다. 측정면의 크기가 4λ 보다 커지면 구경의 크기가 충분히 크기 때문에 예측오차에서 창문함수의 영향이 상대적으로 작게 되어 주된 오차의 원인은 공간상의 엘리어싱으로 생각할 수 있는데, 오차의 크기는 측정점 사이의 간격과 비례함을 알 수 있다. 이와 같이 오차를 줄이기 위해서는 많은 측정을 해야 하는데, 본 연구에서는 같은 측정조건으로부터 예측오차를 줄일 수 있는 창문함수의 사용을 제안하였다. 측정구경의 유한한 크기에 의하여 존재하는 사각 창문함수 (rectangular window)는 누손 (leakage)이 많기 때문에 음장예측에 큰 오차를 유발시킨다. 본 연구에서는 누손을 줄이기 위하여 20% Tukey 창문함수 (20% Tukey window)를 사용하였다. ¹⁶⁾ Fig. 2-a)는 사각 창문함수를 이용한 전, 후방 음장예측을 보여 주고 있으며, Fig. 2-b)는 Tukey 창문함수를 이용한 경우의 오차의 크기를 보여 준다. 이 모의실험을 통하여 Tukey 창문함수의 사용이 전방 음장예측뿐만 아니라 후방 음장예측도 좋은 결과를 가져다 줌을 알 수 있다. 그런데 이러한 창문함수의 사용은 주엽 (mainlobe)의 폭을 넓히기 때문에 예측음장의 해상도를 떨어 뜨리는 단점을 가지고 있음에 유의하여야 한다.

3.2 원주 방향의 측정조건에 따른 오차의 이해

원주 방향으로는 유한한 측정구경에 의한 영향이 존재하지 않고, 예측오차는 음원의 원주방향의 특성과 관계가 있다. 모의실험에서는 단일 점음원을 z 축상에 두지 않음으로 축대칭이 아닌 음원으로 고려하였다. 이 경우 원주 방향의 측정조건의 변화에 따른 오차의 상관관계를 고찰하였는데 Fig. 3에서 알 수 있듯이 단일 점음원이 z 축으로부터 멀어질수록 원주 방향의 모드 (mode)를 더 많이 포함시켜야 한다. 이는 단일 점음원이 z 축으로부터 멀어질수록 원주 방향의 음압분포가 더욱 급격히 변화하므로 이를 표현하기 위해서는 더 많은 모우드가 필요함을 의미하며 또한 더 많은 측정점이 필요하다는 것을 의미한다.

3.3. 둘러싸기 오차 (wraparound error) 와 제로패딩 (zero padding) 방법의 적용

z 축 방향의 측정에 있어서 측정구경의 크기의 유한성에 의해서 나타나는 또 하나의 영향으로는 둘러싸기 오차를 생각할 수 있다. 이는 유한하고 이산화된 데이터를 Fourier 해석할 때 측정구경의 크기를 주기로 배열된 가상의 음원에 의한 오차로 생각할 수 있다. 이 오차는 전방 음장예측에서 중요한 원인이 되고 예측면의 위치가 측정면으로부터 멀어질수록 증대되어 감을 알 수 있다. 이 오차를 줄이기 위해서는 구경의 크기를 넓힘으로써 가상음원을 멀리 보내야 하는데, 측정구경의 크기를 변화하지 않으면서 구경의 크기를 넓히기 위해서는 측정구경 밖의 음압을 0으로 가정함으로써 가능하다. 그리고 이를 제로패딩 (zero padding)이라 한다. Fig. 4-a)와 Fig. 4-b)는 각각 제로패딩을 하지 않았을 경우와 제로패딩을 했을 경우의 예측된 음압의 크기를 보여 주고 있다. Fig. 4-c)는 제로패딩의 정도와 홀로그램면과 예측면의 거리에 따른 오차의 경향을 보여 주는데, 예측면이 홀로그램면으로부터 멀어질수록 제로패딩을 더 많이 해야 함을 알 수 있다.

4. 실험 및 결과

4.1 실험장치 및 방법

음원으로 사용한 원통형 구조물은 0.5 mm 두께의 아연도금 철판 (galvanized iron, 밀도 : 7860 kg/m³)으로 지름은 25 cm, 높이는 51 cm 가 되도록 제작하였다. 가진원으로써 스피커를 원통안에 장치하였고, 원통 높이의 공기기둥의 공진주파수인 680 Hz를 중심으로 31.6 Hz의 대역을 갖는 신호로써 가진하였다. 원통 구조물 자체의 최소 공진주파수는 832 Hz이므로, 방사음장은 원통면의 부피에 해당하는 공기기둥의 공진 음장이 얇은 원통면을 통하여 외부로 전달되어 나타남을 알 수 있다. 음압은 4개의 B&K Type 4134 마이크로폰으로써 측정하였으며, Fig. 5 처럼 기준 마이크로폰은 z 축상의 막힌 면으로부터 18 cm 인 곳에 위치시켰다. 측정 주파수는 680 Hz로 하였고, z 축으로 측정점 사이의 간격을 10 cm로 하여 14 측정점을 둠으로써 오차를 줄이고자 하였다. 측정면의 반지름은 각각 22 cm와 26 cm로 하였고, 측정은 무향실 내에서 하였다.

4.2 실험 결과와 고찰

Fig. 6-a)와 6-b)는 각각 $r=22$ cm, 26 cm에서 측정된 음압의 크기를 그린 것이다. 이 측정 데이터로부터 $r=26$ cm, $r=22$ cm인 면에서 음압분포를 예측해 보고 측정값과 비교해 보았다. Fig. 6-c)는 $r=26$ cm에서 측정된 음압분포로써 $r=22$ cm인 면의 음압의 크기를 예측한 결과이고, Fig. 6-d)는 $r=26$ cm인 면의 예측 결과이다. 이 실험결과로써 원통면 음향 홀로그래피는 원통형의 구조물에서 방사되는 음장을 예측하는데 매우 효과적인 방법임을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 원통면 음향 홀로그래피 방법을 실제로 적용하는데 있어서 예측오차를 줄이고 예측음장의 신뢰성을 높이기 위한 측정조건 및 신호처리 방법을 제안하였다. 먼저 측정면은 되도록 음원에서 가까이 하고, 측정점 사이의 간격은 1/5 파장보다 작게 하며 측정구경의 크기는 3 파장 이상으로 한다. 또한 예측음장을 구할 때 Tukey

창문함수와 제로패딩을 사용함으로써 오차를 감소시킬 수 있다. 원통형 구조물을 이용한 실험을 통하여 원통면 음향 홀로그래피 방법의 적용 가능성을 확인하였다.

참고 문헌

1. J. D. Maynard, E. G. Williams and Y. Lee, "Nearfield acoustic holography : I. Theory of generalized holography and development of NAH," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 78, 1985, pp. 1395-1413.
2. W. A. Veronesi and J. D. Maynard, "Nearfield acoustic holography : II. Holographic reconstruction algorithms and computer implementation," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 81, 1987, pp. 1307-1322.
3. E. G. Williams and H. D. Dardy, "Generalized nearfield acoustical holography for cylindrical geometry : Theory and experiment," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 81, 1987, pp. 389-407.
4. 권휴상, "음향 홀로그래피를 이용한 방사 음장의 전방예측," 한국과학기술원 석사 학위 논문, 1992.
5. P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1968, pp. 332-341, 356-358.
6. Fredric J. Harris, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform," *Proceeding of the IEEE*, Vol. 66, No. 1, 1978, pp. 66-67.

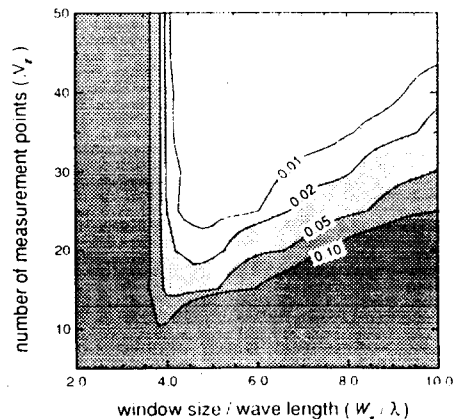
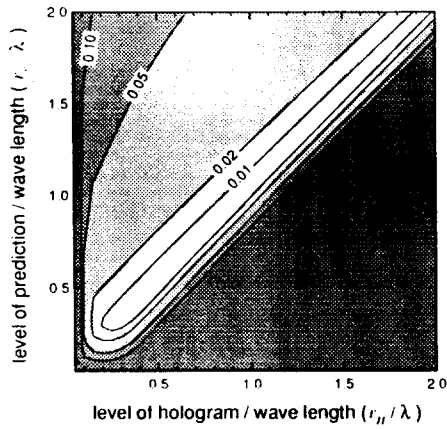
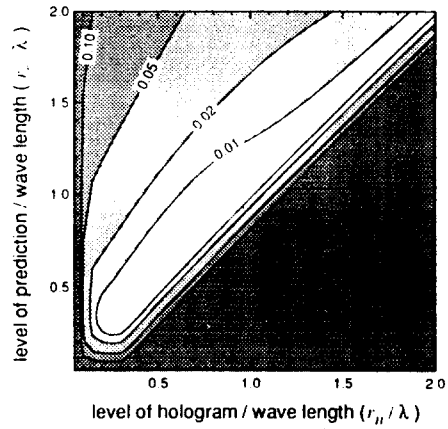


Fig. 1 측정구경의 크기와 측정점의 갯수에 따른 오차의 크기



a) 사각 창문함수



b) 20% Tukey 창문함수

Fig. 2 창문함수에 따른 전, 후방 음장에측에서의 오차의 크기

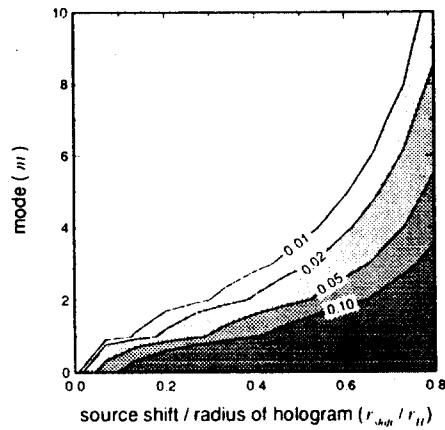
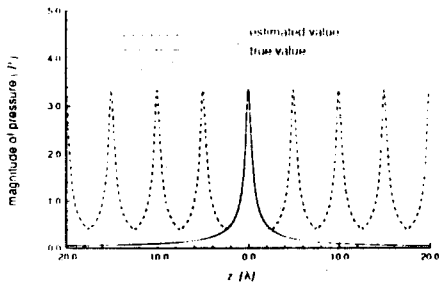
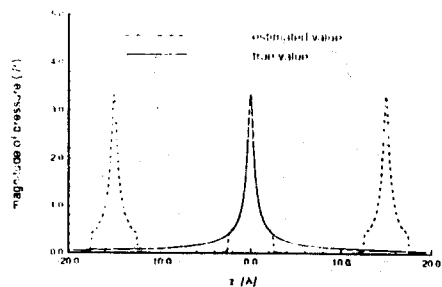


Fig. 3 단일 점음원이 z 축으로 부터 떨어진 거리에 따른 오차의 크기



a) 제로패딩을 사용하지 않았을 경우



b) 3배의 제로패딩을 사용하였을 경우

Fig. 4 제로패딩의 크기에 따른 예측음압의 변화

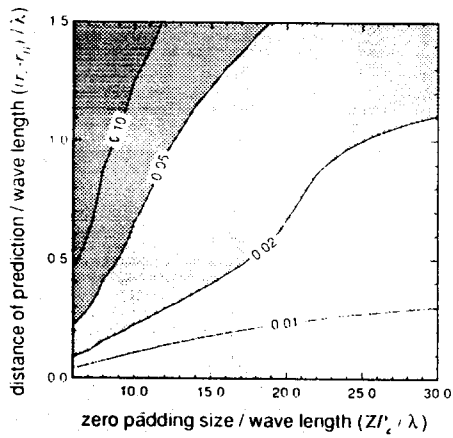


Fig. 4-c) 제로패딩의 크기에 따른 전방 음장예측에서의 오차의 크기

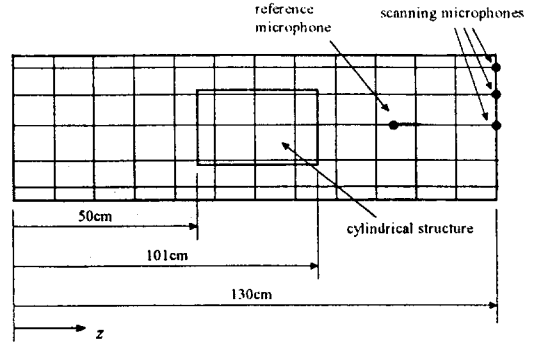
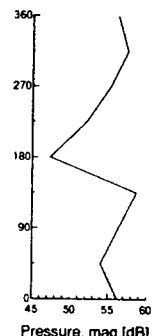
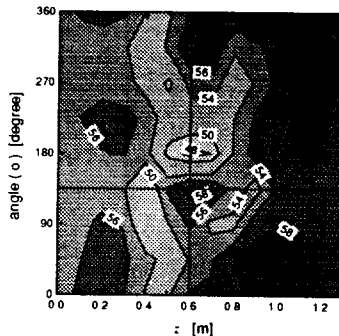
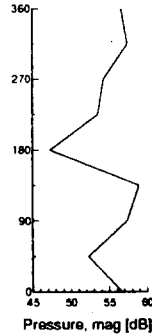
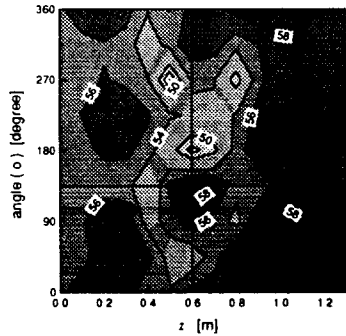
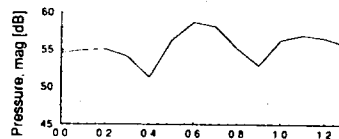
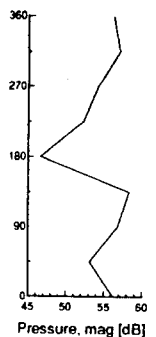
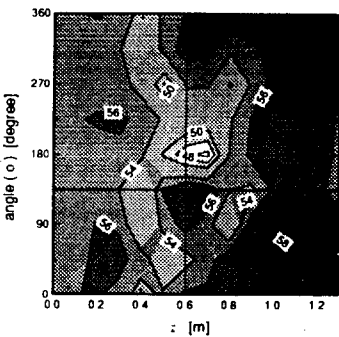
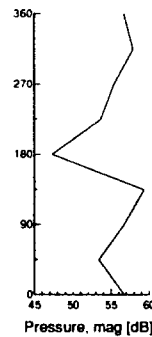
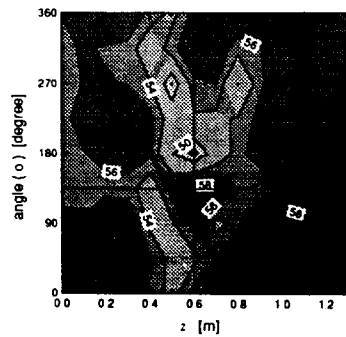
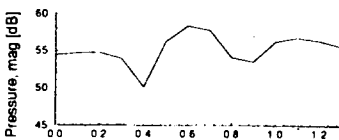
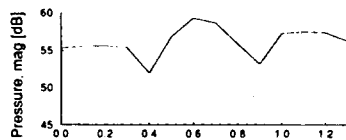


Fig. 5 실험의 측정조건 및 마이크론의 위치



a) $r=22$ cm 인 면에서의 측정음압의 크기

b) $r=26$ cm 인 면에서의 측정음압의 크기



c) $r=22$ cm 인 면에서의 예측음압의 크기

d) $r=26$ cm 인 면에서의 예측음압의 크기

Fig. 6 원통형 구조물의 실험 결과