

하천 흐름에 대한 수치해석에서 매개변수의 민감도 분석

최 계운*, 안 경수**, 안 상진***

1. 서론

하천내 흐름을 해석하기 위하여는 연속방정식과 운동량 방정식이 함께 이용되는데 이 중 에서 운동량 방정식은 완전운동량 방정식인 full dynamic 방정식으로 사용되거나 이를 간략화한 간략방정식들로 사용된다. 완전운동량 방정식속에는 비선형항등이 포함되어 있기 때문에 full dynamic 방정식보다는 보다 간략화된 kinematic 방정식이나 diffusion 방정식 등이 종종 사용되고 있다. Henderson(1966)은 급경사를 가진 강에서 홍수로 인한 수위가 아주 빠르게 상승될때 시간가속도항(local acceleration term), 공간 가속도항(convective acceleration term), 압력항(pressure term), 중력항(gravity term) 및 마찰항(friction term)으로 표현되는 full dynamic 방정식의 각각의 항의 상대적인 크기가 얼마나 차이가 있는가를 조사하였다. 그는 조사를 통하여 중력항이 압력 및 가속도항을 합한것보다 25배나 더 큰 값을 가졌다고 밝히고 있으며 이 경우에 있어서는 중력항과 마찰항이 같다는 가정을 가진 kinematic 모델을 적용하여 하천내 흐름을 하여도 무방할 것이다. Harder와 Armacost(1966)는 Missouri강에서 유량이 24,000ft³/sec에서 104,000ft³/sec로 단시간에 상승하는 홍수시에 가속도항의 상대크기를 측정한 결과 마찰항의 5%에 이른다는 결론을 도출하였다. 또한, 일본내에서는 Iwasaki(1967)가 경사가 급하고 강의 폭이 좁은편인 Kitakami 강에서 상당히 큰 홍수시에 가속도항의 크기를 조사하였으며 이때 가속도항의 크기는 압력항의 크기에 비하여 1.5%에 지나지 않는다는 결론을 도출하였다.

한편, Ragan(1965)은 하천내 흐름을 해석할때 하천내 총 유입량중에서 측면유입량이 차지하는 비중이 클때 공간적인 가속도항을 무시한 계산은 상당히 신뢰하기 어려운 결과를 가져올 수 있다고 주장하였으며, 최근에 Richardson(1989)은 이동강우에 의한 지표면 유출 해석에서 수치해석을 통한 각각의 항의 크기를 비교하였는데, 그의 결과는 기존의 전형적으로 알려진 크기와는 다른 결과를 나타내고 있으며 특히 수면상승시에는 시간가속도항의

* 한국수자원공사 수자원연구소 책임연구원

** 인천대학교 토목공학과 교수

*** 충북대학교 토목공학과 교수

상대크기가 상당히 크다고 주장하였다. 이와같은 하천내 흐름을 나타내는 kinematic, diffusion 및 full dynamic 방정식은 연속방정식과 함께 주로 수치해석을 통하여 그 해를 구하게 되며 이를 각각 kinematic 모델, diffusion 모델, full dynamic 모델로 불리운다. 이와 같은 모델에 관한 연구도 여러 연구자들에 의하여 수행되어 왔는바, Henderson (1963)은 하천경사를 주로 이용하여 이들 모델의 적용한계에 대하여 연구하였으며, 급경사에서의 홍수파는 kinematic 모델에 의하여 잘 해석되며 완경사에서의 홍수파는 diffusion 모델에 의하여 잘 해석된다고 밝히고 있다. 또한, 그는 완경사나 급경사가 아닌 중간정도의 경사에서는 full dynamic 방정식에 의하여만 잘 해석되어진다고 밝히고 있다. Ponce(1978)등은 시간이 경과함에 따라 침투유량이 줄어드는 정도에 따라 kinematic 모델과 diffusion 모델의 적용범위를 연구하였으며 그들은 완만한 경사에서 kinematic 모델을 적용하기 위하여는 홍수파의 주기 T가 상당히 길어야 하며 급경사에서는 홍수파의 주기 T가 짧아도 가능한 것으로 발표하였다. 또한, 그들은 diffusion 모델의 적용범위가 kinematic 모델의 적용범위에 비하여 상당히 넓은 범위의 하상경사 및 홍수파 주기에 적합하다고 주장하였다. 이와 같은 모델에 적용범위에 관한 연구의 중요성 못지않게 각각의 모델에 사용되는 여러 매개변수의 민감도에 관한 연구도 상당히 중요한 의미를 지니고 있다. 하천내 침투유량이나 도달시간등을 계산할 때 모델내 매개변수의 부적절한 적용이나, 부적절한 가정은 위와 같은 간략화된 운동량 방정식의 부적절한 선택보다 오히려 더욱 심각한 문제를 야기시킬 수도 있으며 이와 같은 문제를 야기시키지 않기 위하여는 각 매개변수의 민감도에 관한 사전지식을 갖는 것이 필요하다. 본 논문에서는, 위의 세 모델에서 사용되는 매개변수중에서 중요한 다섯개의 매개변수를 택하여 각각의 모델에서 침투유량과 침투유량 도달시간에 미치는 민감도를 분석하였다.

2. 지배 방정식의 유도

하천내 흐름을 나타내는 방정식은 식 2.1 및 2.2와 같이 연속방정식과 운동량 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2/A)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) \quad (2.2)$$

위와 같이 1차원으로 표현된 방정식을 full dynamic 방정식이라 한다. full dynamic 방정식에서 시간 및 공간 가속도항의 상대적 크기가 다른항에 비하여 상당히 적어 무시할 수 있다는 가정하에 제안된 방정식이 diffusion 방정식이며 식 2.3과 같이 표시된다. 또한, 가속도 및 압력항이 다른 항에 비하여 상당히 적다는 가정하에 제안된 방정식이 kinematic 방정식으로 식 2.4와 같이 표시된다. 위와 같은 방정식을 수치해석 모델로 계산할 때에는 마찰경사 S_f 를 Chezy나 Manning 등의 마찰방정식으로 치환하여 계산하는데, 본 논문에서는

Manning의 마찰방정식이 사용되었다.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - S_f \quad (2.3)$$

$$S_f = S_0 \quad (2.4)$$

3. 지배방정식의 유한차분화

3.1 Kinematic 방정식의 유한차분화

식 2.1과 식 2.4로 표현된 Kinematic 방정식은 Manning의 마찰방정식을 이용하여 식 3.1과 같이 표현될 수 있다.

$$b \frac{\partial h}{\partial t} + \alpha \beta h^{\beta-1} \frac{\partial h}{\partial x} + h^\beta \frac{\partial \alpha}{\partial x} = q \quad (3.1)$$

식 3.1을 4점(4 point) 유한차분방정식으로 표현하면 식 3.2와 같다.

$$D_1 h_i^{n+1} + E_{1i+1}^{n+1} = H_1 \quad (3.2)$$

여기에서 D_i , E_i 및 H_i 은 각각 기지의 계수를 나타내며 위첨자 $n+1$ 은 미지의 시간을 나타내고, 아래첨자 i 와 $i+1$ 은 각각 i 단면과 $i+1$ 단면을 나타낸다.

3.2 Diffusion 방정식의 유한 차분화

식 2.1과 식 2.3으로 표현된 연속방정식과 diffusion방정식은 식 3.3 및 3.4와 같이 유한차분화 된다.

$$D_2 Q_i^{n+1} + E_2 h_i^{n+1} + F_2 Q_{i+1}^{n+1} + G_2 h_{i+1}^{n+1} = H_2 \quad (3.3)$$

$$D_3 Q_i^{n+1} + E_3 h_i^{n+1} + F_3 Q_{i+1}^{n+1} + G_3 h_{i+1}^{n+1} = H_3 \quad (3.4)$$

여기에서 D_2 , E_2 , F_2 , G_2 , H_2 및 D_3 , E_3 , F_3 , G_3 , H_3 는 각각 기지의 계수를 나타낸다. 위와 같이 표현된 유한차분방정식은 Double sweep 알고리즘을 이용하여 해석할 수 있다.

3.3 Full dynamic 방정식의 유한차분화

식 2.1 및 식 2.2로 표현된 연속방정식과 Full dynamic 방정식은 식 3.5 및 3.6으로 표현된다.

$$D_4 Q_i^{n+1} + E_4 h_i^{n+1} + F_4 Q_{i+1}^{n+1} + G_4 h_{i+1}^{n+1} = H_4 \quad (3.5)$$

$$D_5 Q_i^{n+1} + E_5 h_i^{n+1} + F_5 Q_{i+1}^{n+1} + G_5 h_{i+1}^{n+1} = H_5 \quad (3.6)$$

여기에서 D_4, E_4, F_4, G_4, H_4 및 D_5, E_5, F_5, G_5, H_5 는 각각 기지의 계수를 나타낸다. 위와 같이 표현된 유한차분방정식은 Double sweep 알고리즘을 이용하여 해석할 수 있다.

4. 매개변수의 민감도 분석

모델내 민감도를 분석하기 위하여 아래와 같은 다섯개의 매개변수 및 목표치(objective value)를 이용하였다.

$$F(N, S_0, \theta, Z, W/h) = X_i \quad (4.1)$$

여기에서

N : Manning의 마찰계수

S_0 : 하상경사

θ : 유한차분 격자망의 하중계수(Weighting factor)

Z : 사다리꼴 단면의 측면경사

W/h : 단면의 폭(W)과 수심(h)의 비

X_i : 목표치(Objective Value)

목표치로는 아래와 같은 침투유량 변화(attenuation)(λ_1)와 침투유량 도달시간의 변화(λ_2)가 이용되었다.

$$\lambda_1 = \frac{Q_s - Q_b}{Q_b} \times 100(\%) \quad (4.2)$$

$$\lambda_2 = \frac{T_s}{T_b} \times 100(\%) \quad (4.3)$$

여기에서 Q_s, Q_b 는 각각 모의된 침투유량과 기준 침투유량을 나타내며 T_s, T_b 는 각각 모의된 침투유량까지의 도달시간과 기준 침투유량까지의 도달시간을 나타낸다.

민감도 분석은 점차적으로 증가하는 홍수(Slowly Rising Flood)와 재빠르게 증가하는 홍수(Rapidly Rising Flood)에 대하여 실시하였으며 분석결과는 그림 4.1 - 4.8에 나타내었다. 그림 4.1 - 4.8에서 종축은 λ_1 및 λ_2 의 값을 %로 나타내고 있다.

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN SLOWLY RISING FLOOD (KINEMATIC)

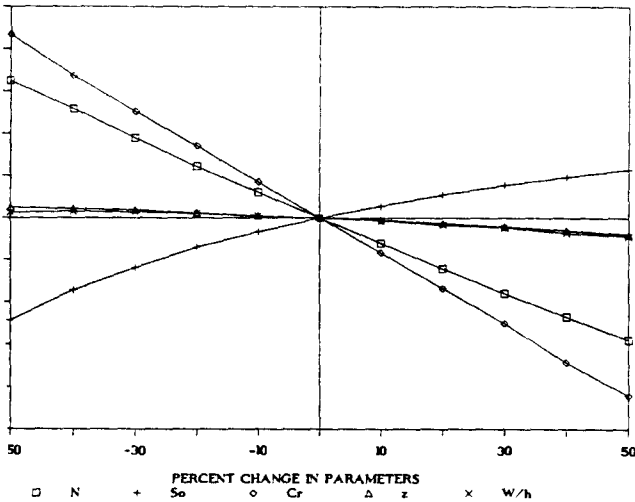


Fig 4.1 Discharge Attenuation Sensitivity
(Kinematic, Slowly Rising Flood)

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN SLOWLY RISING FLOOD (DIFFUSION)

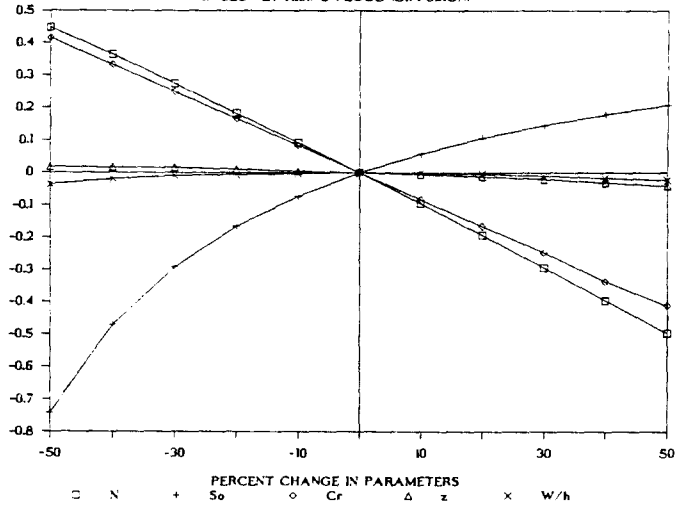


Fig 4.2 Discharge Attenuation Sensitivity
(Diffusion, Slowly Rising Flood)

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN SLOWLY RISING FLOOD (FULL DYNAMIC)

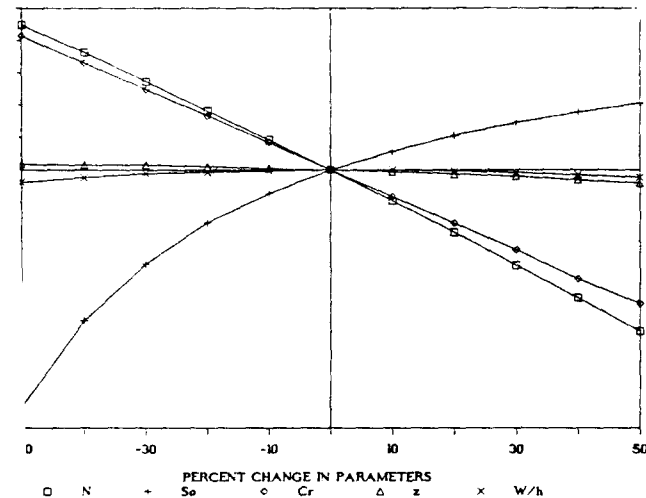


Fig 4.3 Discharge Attenuation Sensitivity
(Full dynamic, Slowly Rising Flood)

LAG TIME SENSITIVITY
IN SLOWLY RISING FLOOD

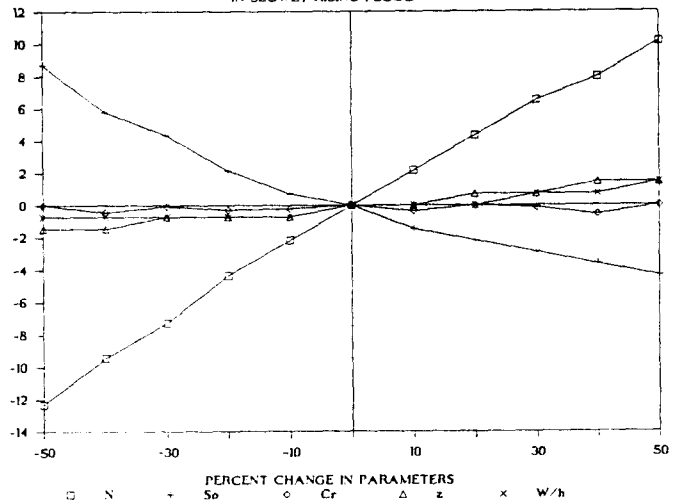


Fig 4.4 Lag Time Variation Sensitivity
(Slowly Rising Flood)

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN RAPIDLY RISING FLOOD (KINEMATIC)

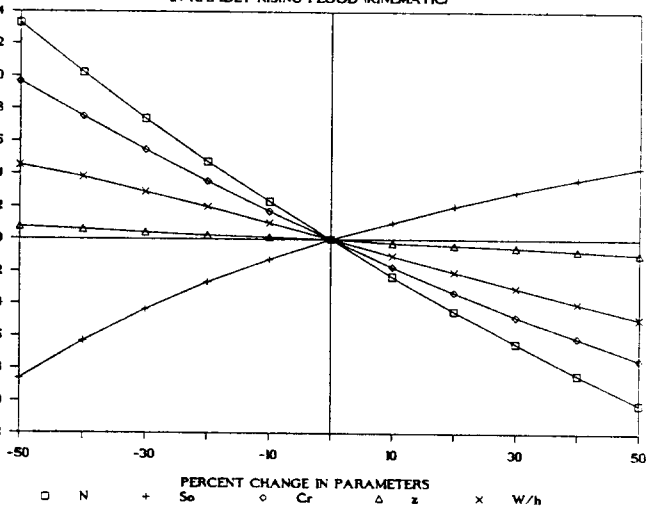


Fig 4.5 Discharge Attenuation Sensitivity
(Kinematic, Rapidly Rising Flood)

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN RAPIDLY RISING FLOOD (DIFFUSION)

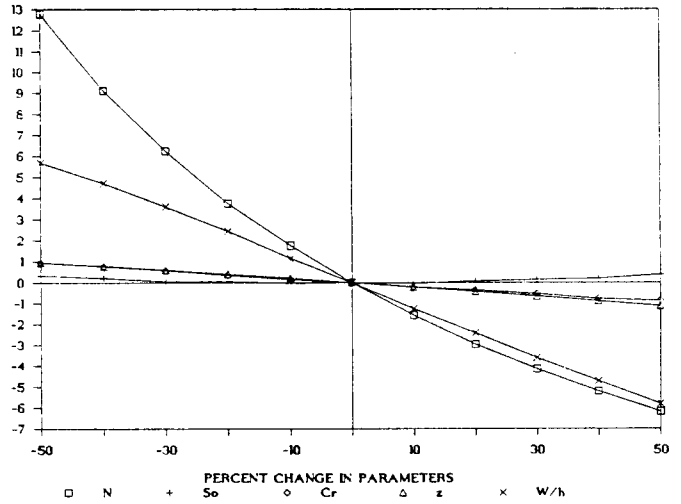


Fig 4.6 Discharge Attenuation Sensitivity
(Diffusion, Rapidly Rising Flood)

DISCHARGE ATTENUATION SENSITIVITY
IN RAPIDLY RISING FLOOD (FULL DYNAMIC)

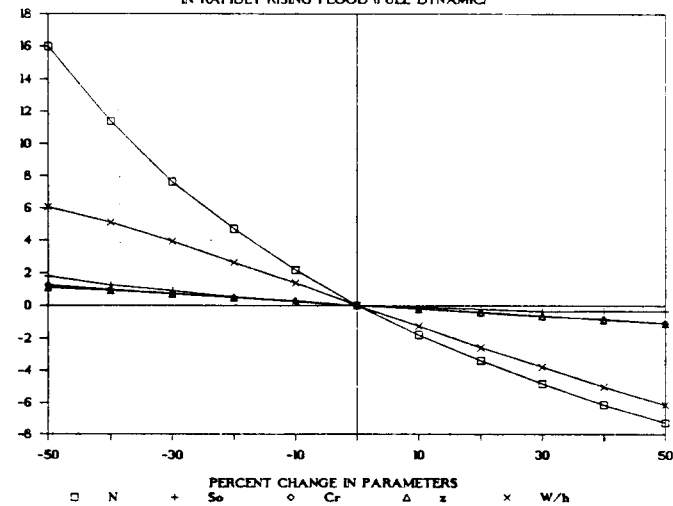


Fig 4.7 Discharge Attenuation Sensitivity
(Full dynamic, Rapidly Rising Flood)

LAG TIME SENSITIVITY
IN RAPIDLY RISING FLOOD (KINEMATIC)

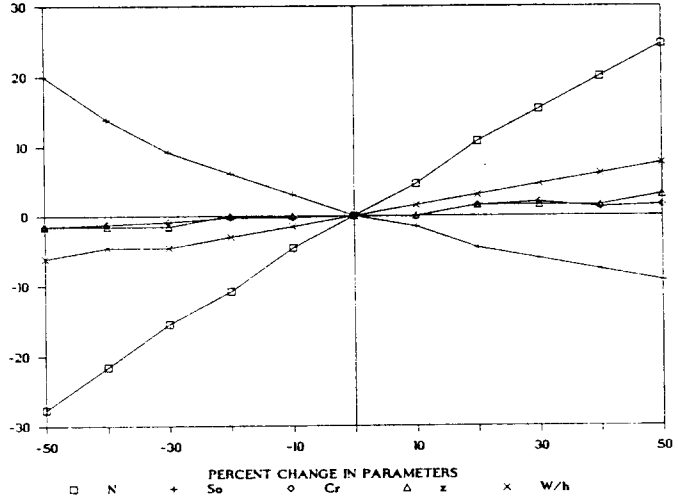


Fig 4.8 Lag Time Variation Sensitivity
(kinematic, Rapidly Rising Flood)

5. 결론

본 논문에서는 하천의 흐름을 나타내는 Kinematic, diffusion 및 full dynamic 방정식을 유한차분화하여 선형모델을 개발하였으며 이와 같이 개발된 선형모델을 이용하여 모델에 적용되는 매개변수들의 민감도를 분석하였다. 민감도 분석을 위한 매개변수로는 Manning의 마찰계수, 하상경사, 유한차분 격자망의 하중계수(weighting factor), 단면의 폭과 수심의 비, 사다리꼴 단면의 측면 경사를 선정하였으며, 민감도 분석을 위한 목표치(Objective value)로는 침투유량 변화(λ_1)와 침투유량 도달시간의 변화(λ_2)가 이용되었다.

이와 같은 민감도 분석을 실시한 결과 전반적으로는 Manning의 마찰계수 및 하상경사가 가장 민감한 매개변수로 나타났으며, 민감도의 크기는 kinematic, diffusion 및 full dynamic 모델에 따라 다르게 나타나고 있다. 또한, 변화의 폭은 점차적으로 증가하는 홍수(Slowly rising flood)의 경우가 재빠르게 증가하는 홍수(Rapidly rising flood)에 비하여 크게 나타나고 있다.

참고문헌

1. Harder, J. A. and Armacost, L. V., 1966, "Wave propagation in Rivers", Hydraulic Engineering Laboratory Report No. 1, Ser. 8, University of California, Berkeley, Ca.
2. Henderson, F. M., 1963, "Flood Waves in Prismatic Channels", Journal of the Hydraulics Division, ASCE., Vol. 89, No. Hy4, July, 1963, pp.39-67.
3. Henderson, F. A., 1966, "Open Channel Flow", Mac Millan Company, New York.
4. Iwasaki, T., 1967, "Flood Forecasting in the River Kitakami", Proceedings., International Hydrology Symposium, Fort Collins, Co. pp.103-112.
5. Ponce, V. M., Li, R. M. and Simons, D. B., 1978, "Applicability of Kinematic and Diffusion Models", Journal of Hydraulics, No. 3, pp.353-360.
6. Ragan, R. M., 1965, "Synthesis of Hydrographs and Water Surface Profiles for Unsteady Open Channel Flow with Lateral Inflows", Ph. D. Dissertation, Cornell University Water Resources Center, Ithaca, New York.
7. Schaake, J. C., Jr., 1965, "Synthesis of the Inlet Hydrograph", Storm Drainage Res. Proj. Tech. Rep. 3, Johns Hopkins University, pp 25-26.
8. Richardson, J. R., 1989, "The Effect of Moving Rainstorms on Overland Flow Using One-Dimensional Finite Elements", Dissertation, Colorado State University, Fort Collins, Co.