

모멘트법과 PWM 의 비교분석 (강우 빈도해석을 중심으로)

(Comparative Analysis of the Method of Moment and the Probability Weighted Method)

김 양 수¹⁾, 허 준 행²⁾, 류 희 정³⁾

1. 서 론

강우 빈도해석에서 지속적으로 요구되는 것은 적정 분포함수의 개발과 분포함수의 매개변수 추정으로 이미 제시되어 널리쓰이는 방법들이 있지만 많은 학자들이 계속적으로 연구하고 있는 분야이다. 연구동향을 보면 크게 자료의 분포특성을 설명할 수 있는 새로운 분포함수를 개발하는 쪽과 기존 분포함수의 매개변수 추정방법을 보완하는 것으로 구분할 수 있다.

최근에 많은 연구에서 확률분포함수의 매개변수 추정방법으로 PWM(Probability Weighted Moments)을 추천하고 있다. 일반 모멘트 방법이 변량과 평균치 차이를 모멘트 차수에 따라 누승한 반면에, PWM 은 각 점의 크기를 크기순으로 나열하고 각 점의 발생확률을 모멘트차수에 따라 누승함으로써 모멘트를 산정하는 방법으로 이상치의 영향이 적은 것으로 알려져 있다. 세계 기상기구(World Meteorological Organization)는 분포함수 매개변수의 추정에 PWM 의 이용을 권장하고 있다.

본 연구에서는 Monte Carlo 모의실험을 이용하여 모멘트법과 PWM(Probability Weighted Moments)을 비교 검토하고자 하며, 따라서 각 분포형별로 추정된 매개변수를 이용하여 모의된 결과들에 대한 왜곡도 계수의 분리효과(Seperation Effect)를 검토함으로써 두 방법의 특성을 비교 분석하고자 한다. 선정된 분포형은 2변수 대수정규분포, 3변수 대수정규분포, 2변수 Gamma 분포, 3변수 Gamma 분포, General Extreme Value 분포이다.

2. 분리효과

분리효과는 분포함수와 실측자료간의 왜곡특성이 분리되는 현상으로, 선정된 분포함수가 실측자료의 분포특성을 설명하는 정도의 지표로 자주 이용되고 있다. 이 분리효과에 대해서는 Matalas 등(1975)에 의해 발견되었는데 Matalas 등은 미국내 홍수량자료에 대해, 자료 기록기간

1) 한국건설기술연구원, 수자원연구실 선임연구원
2) 연세대학교 토목공학과 교수
3) 안성산업대학교 토목공학과 교수

별로 정규분포, 3변수 대수정규분포, 3변수 Gamma 분포, Gumbel 분포, Weibull 분포 그리고 Pareto분포에 대한 모의자료의 왜곡도 계수를 추정하고, 실측치와 각 분포형에 대한 왜곡도 계수의 평균과 표준편차 관계를 검토한 결과 실측치와 각 분포형간에 왜곡도 값이 분리되는 현상을 발견하였다. 이때 실측자료로부터 얻은 왜곡도 계수의 표준편차가 6개 분포함수에 적합시켜 얻은 왜곡도 계수의 표준편차보다 전반적으로 크게 나타났는데, 이후 이와같은 분리현상을 분리효과라 불렀다. 김과 허(1993)는 우리나라의 각 지속기간별 강우자료에 대해 선정된 7개 분포형에 대해 분리효과를 검토한 결과 Matalas 등의 결과와 유사한 결과를 얻었다.

3. 강우자료

본 연구에서는 타 기관에 비해 비교적 자료기간이 길며 단시간 강우자료까지 일관되게 얻을 수 있는 기상청의 전국 측후소 및 관측소의 2시간, 3시간, 6시간, 12시간, 24시간 총 5개 지속시간의 연최대 강우자료를 분석에 이용하였다. 자료의 기록년수는 20년 이상으로 각 관측소의 관측 개시년도 부터 1988년 까지를 기준으로 하였다.

4. Monte Carlo 모의실험

Monte Carlo 모의는 미래에 발생할 사상이 과거에 발생한 사상과 통계적으로 유사하다는 가정하에 과거자료의 통계적 특성을 분석하여 얻어진 분포함수의 매개변수와 분포함수에 맞게 발생된 난수(Random Number)를 이용하여 원하는 기록기간 만큼의 무작위 변량을 발생시키는 기법이다. Monte Carlo 모형은 확정론적 성분과 무작위 성분으로 구성된다. 확정론적 성분은 실측자료로부터 얻을 수 있는 각 분포함수의 매개변수이며 무작위성분은 임의 분포함수에 맞게 추출된 난수이다. 여기서는 선정된 분포형별로 난수발생기법을 살펴보고 모의실험을 실시하여 그 결과를 분석하고자 한다.

4.1 분포함수

선정된 5개 분포형에 대한 통계학적 특성 및 매개변수 추정방법은 수문학 관련서적에 자세히 나와 있으므로 여기서는 기술을 생략한다.

4.2 난수 발생기법

여기서는 본 연구에서 이용한 난수 발생기법들중 Gamma 난수와 GEV 난수의 발생기법에 대해 간략하게 정리하기로 한다.

4.2.1 Gamma 난수

매개변수 x_0, α, β 를 갖는 3변수 Gamma분포 함수에서 Gamma함수 β 는 대부분 정수와 소수로 구성되며, 이러한 3변수 Gamma분포에 대한 난수발생 과정은 복잡하다. Jonk(1987)는 3변수 Gamma 분포에 대한 난수 발생기법을 제안하였으며, 그후로 많은 학자들이 연구 발전시켰다. 본 연구에서 이용한 방법을 간단히 요약하면 다음과 같다(Salas 등, 1993).

1) Y 와 Z 가 각각 모양변수 f 와 1-f 를 갖고 서로 독립적으로 분포하는 표준 Gamma 난수 라하면, 축척변수 1를 갖는 표준지수변량(Standard Exponential Variable) w 와 표준 Beta 변량(Standard Beta Variable) v 는 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} w &= Y + Z \\ v &= Y/(Y + Z) \end{aligned} \tag{1}$$

이때, 모양변수 f를 갖는 표준 Gamma 변량 Y_f 는 다음과 같다.

$$Y_f = wv \tag{2}$$

2) 모양변수 β 를 정수부분 n와 소수부분 $f = \beta - N$ 으로 구분한다.

그리고 모양변수가 n인 표준 Gamma 난수 Y_n 을 다음식으로 계산한다.

$$Y_n = - \sum_{i=1}^n \ln U_i \tag{3}$$

여기서, $\ln U_i$ 는 모양변수 1을 갖는 표준 지수난수이다.

3) 만일 $f=0$ 라면 $Y_f=0$ 으로 하여 과정 라)를 바로 계산한다. 그렇지 않으면 다음 S를 계산한다.

$$S = U_1^{\frac{1}{f}} + U_2^{\frac{1}{1-f}} \tag{4}$$

여기서, U_1, U_2 는 균등 정규난수이다. $S > 1$ 이면 U_1, U_2 를 버리고 $S \leq 1$ 이 될 때까지 U_1, U_2 의 새로운 값을 찾아 반복작업을 한다. $S \leq 1$ 일때 V 는 다음 식으로 계산한다.

$$V = \frac{U_1^{\frac{1}{f}}}{S} \tag{5}$$

아래식을 이용하여 W 를 구하여 표준 Gamma 난수 Y_f 를 계산한다.

$$w = -\ln U_3 \tag{6}$$

여기서, U_3 는 균등난수이다.

4) Gamma 난수 x 를 다음 식으로 발생시킨다.

$$x = x_0 + \alpha(Y_n + Y_f) \quad (7)$$

윗식에서, $x_0=0$ 이면 2변수 Gamma 분포가 되며, x 를 대수 치환하면 Log-Pearson Type III 분포의 난수를 얻을 수 있다.

4.2.2 GEV 난수

매개변수 x_0, α , 그리고 β 를 갖는 GEV 난수는 다음식에 의해 발생시킬 수 있다.

$$x = x_0 + \frac{\alpha}{\beta} [1 - (-\ln U)^\beta] \quad (8)$$

여기서, U 는 균등난수이다.

이때, $\beta=0$ 이면 GEV-1(GUMBEL) 이 되며 난수 발생식은 다음과 같다.

$$x = x_0 - \alpha \ln(-\ln U) \quad (9)$$

4.3 실험방법

실험은 지속기간별 강우자료를 7개 분포형에 적합시켜 실측 자료 기록기간만큼 1000번 모의를 하고, 왜곡도 계수의 평균과 표준편차를 구하여 실측치와 그림으로 비교, 검토한다. Monte Carlo 실험에서 모의된 자료의 평균과 표준편차는 실측자료의 평균 및 표준편차와 같아야 한다. 일반적으로 모의실험을 많이 하여 평균한 값일수록 실측자료의 평균과 표준편차에 가까우나, 실험 횟수가 많으면 그 만큼 많은 계산시간이 필요하게 된다. 본 연구에서는 정확도와 계산시간을 고려하여 모의회수를 1000번으로 결정하였다. 분석된 결과들을 나타낸 그림에서, 실측자료와 각 분포형을 구분하기 위하여 사용된 약어는 REAL(실측자료), LN2(2변수 대수정규분포), LN3(3변수 대수정규분포), GAMMA2(2변수 Gamma 분포), GAMMA3(3변수 Gamma 분포), GEV(GEV 분포)이다. 그림 1과 2는 각각 모멘트법과 PWM 에 의해 매개변수를 결정하여 모의 실험된 결과이다.

5. 결과분석

먼저 그림 1을 살펴보면 3변수 Gamma 분포를 제외한 나머지 4개분포형은 실측치와 상당히 분리되는 특성을 보여주고 있다. PWM 에 의해 모의된 결과를 비교한 그림 2는 5개 분포형 모두 실측치와 분리되는 양상을 보여주고 있으며, 3변수 Gamma 분포, GEV 분포, 3변수 대수정규분포가 상대적으로 왜곡도의 평균치가 관측치와 비슷하게 나타났다.

본 연구의 결과가 두 방법의 비교 평가에 적절한가라는 측면에서 제기될 수 있는 문제로 상대

적으로 짧은 자료기록기간을 들 수 있다. 이제까지 PWM의 시험 평가에 이용된 자료들의 기록년수는 보통 30년 이상이었으며, 이러한 자료들에 대한 표본 통계치의 추정에 PWM이 적합하다고 소개되었다.

제한된 자료를 이용했지만 본 연구의 결과는 모멘트 방법을 이용하여 매개변수를 추정한 3변수 Gamma 분포가 강우자료의 분포특성을 가장 잘 설명하는 것으로 나타났다.

6. 요약 및 결론

기상청의 2시간, 3시간, 12시간, 24시간 강우자료에 대해 모멘트 방법과 PWM 로 매개변수를 추정하여 Monte Carlo 실험을 5개 분포형에 대해 실시한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) PWM을 이용하여 매개변수를 추정한 모의 실험 결과는 왜곡도 값이 전반적으로 실측치와 분리되는 결과를 보여주었으며 왜곡도의 평균치는 모멘트 방법보다 GEV 분포와 3변수 대수정규 분포에서 실측치와 근접하게 나타났다.

2) 모멘트 방법에 의해 매개변수를 추정하여 모의 실험한 결과 3변수 Gamma 분포에서 왜곡도 값이 실측치와 가장 근접하게 나타났다.

본 연구의 결과로는 선정된 5개분포형의 매개변수 추정에 PWM 이 좋지 않은 것으로 나타났다. 그러나 현재 여러 연구결과에서 분포함수 매개변수 추정에 PWM 을 추천하고 있으며, 따라서 앞으로 자료의 기록년수에 따른 분석등 좀더 세밀하게 검토된 후에 우리나라 강우자료의 빈도해석에 PWM 의 효용성이 파악될 수 있을 것으로 본다.

참 고 문 헌

- 1) 건설부(1988), 한국 확률강우량도의 작성, 수자원관리기법개발연구조사 보고서 제 2권, 한국건설기술연구원, 서울.
- 2) 윤용남(1986), 공업수문학, 청문각, 서울, pp. 435-474.
- 3) 이원환(1989), 수문학, 문운당, 서울, pp. 217-230.
- 4) Bratley, D., B.L. Fox, and L.E. Schrage,(1987), A Guide to Simulation, Springer-Verlag, New York.
- 5) Kirby, W.(1974), "Algebraic Boundness of Sample Statistics," Water Resources Research,10(2),pp. 220-222.
- 6) Matalas, N. C., J. R. Slack, and J. R. Wallis(1975), "Regional Skew in Search of a Parent," Water Resources Research, 11(6), pp. 815-826.
- 7) Salas, J. D., R. A. Smith, G. Tabios, and J. H. Heo(1993), Statistical Computer Techniques in Hydrology and Water Resources, Draft of Forthcoming Book.
- 8) Wallis, J. R., N. C. Matalas, and J. R. Slack(1974a), Just a Moment !, Water Resources Research,10(2), PP. 211-219.
- 9) C. Cunnane(1989), Statistical Distribution for Flood Frequency Analysis, World Meteorological Organization, WMO-No. 718.
- 10) 김양수, 허준행(1993), 강우자료의 분리효과, 한국수문학회지 제 26권 제 4호.

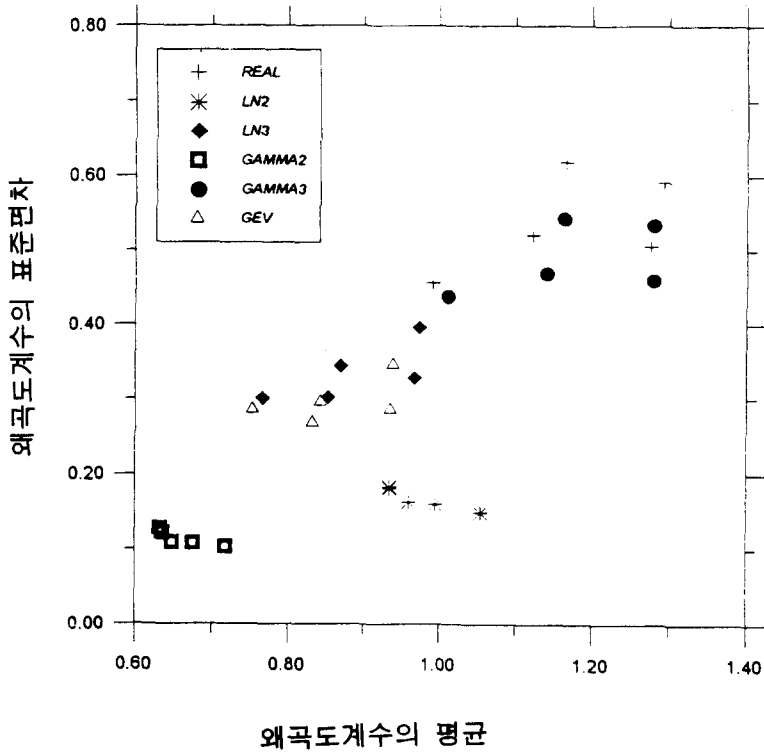


그림 1 실측치와 모의된 결과와의 비교(모멘트방법)

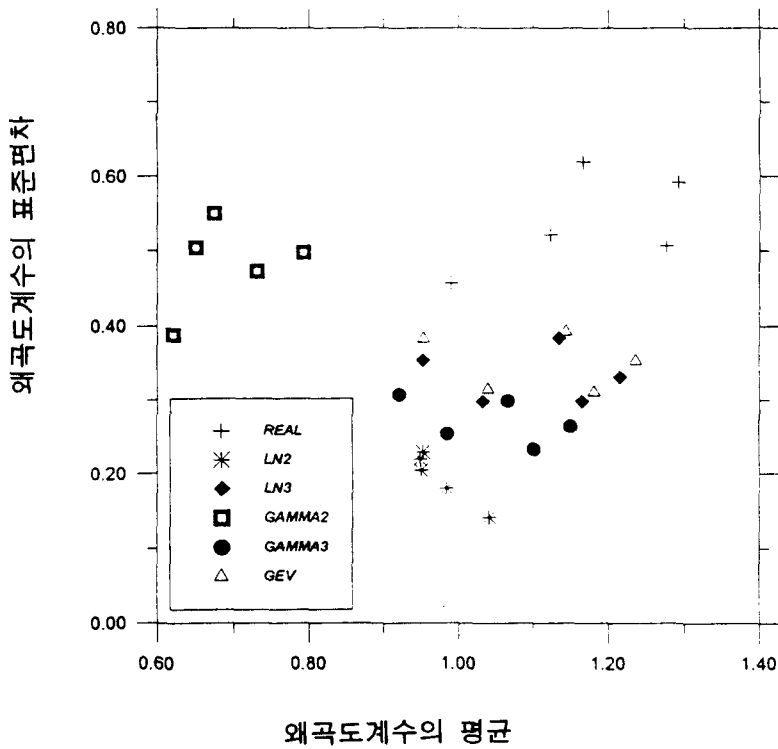


그림 2 실측치와 모의된 결과와의 비교(PWM)