

## 능동자기베어링시스템의 디지털제어

(Digital Control for Active Magnetic Bearing System)

박 영 친\*, 김 승 철 (한양대 대학원 기계설계학과), 정 성 종 (한양대 기계설계학과)

Y.J. Park\*, S.C. Kim (HanYang Univ. Graduate School), S.C. Chung (HanYang Univ.)

**Keywords :** Active Magnetic Bearing (능동자기베어링), Coupling (연성), Gyroscopic effect (자이로 효과), MIMO (다변수입출력), Digital Centralized Control (중앙집중식 디지털제어), LQR (선형 최적제어법)

**ABSTRACT :** In this study, a governing equation for 4-axis active magnetic bearing system composed of a rigid rotor and two radial magnetic bearings is derived. We find out that there are two kinds of coupling between control axes in the system. And digital centralized controller is designed based on state-space approach and linear quadratic regulator (LQR) theory. By numerical simulation, it is shown that the designed controller can stabilize the system and control the coupling effectively using limited control input.

### 1. 서 론

최근 각종 회전기계의 고성능화, 고속화 및 경량화 추구 경향에 따라 기존 베어링들의 문제점을 해결하기 위한 새로운 베어링이 필요하게 되었으며, 그 중의 하나가 자기베어링(Magnetic Bearing)이다. 자기베어링은 전자석의 전자기력을 이용하여 기계적인 접촉과 윤활을 사용 없이 회전체를 비접촉으로 지지함으로써 베어링의 역할을 하는 것으로서, 기계적인 접촉이 없기 때문에 마찰, 마모가 없어 에너지 손실이 매우 적고 수명이 반영구적이며 윤활이나 밀봉의 필요성이 제거되므로 진공이나 부식성 대기 및 광범위한 온도에서 사용이 가능하고 회전체의 최대 허용속도가 매우 높다. 또한 자기베어링은 전자기력을 제어함으로써 회전체의 회전을 매우 높은 정밀도로 유지할 수 있고, 베어링의 강성 및 감쇠가 제어기의 게인(Gain)에 의해 조정되므로 임계속도 이상으로 악정된 가속이 가능하며, 운전중 회전체의 상대를 쉽게 모니터링 할 수 있는 등 많은 장점을 가지고 있다[1,2].

자기베어링의 전자석이 본질적으로 음의 강성을 갖는 불안정 요소이기 때문에 능동자기베어링의 안정한 동작을 위해서는 전기적인 제어가 필요하게 된다. 자기베어링의 제어에는 Fig. 1에서 보여진 바와 같이 회전체의 위치를 주상하는 '위치센서 및 증폭기'와 회전체의 위치신호와 기준신호를 비교하여 제어신호를 출력하는 '(아날로그 또는 디지털) 제어기', 그리고 소진류의 제어신호를 증폭하여 대진류로써 전자석을 구동하기 위한 '전력증폭기'와 제어기와 전력증폭기에 각각 전력을 공급하는 '저전압 및 고전압 전력공급기' 등이 필요하게 된다. 따라서 자기베어링은 기계요소중의 하나인 '베어링'이라는 이름과는 달리 전형적인 기전시스템(Electro-Mechanical System)으로서 그 설계 및 해석에는 일반적인 기계요소에 대한 지식뿐만 아니라 폭넓은 전기적인 지식도 요구된다[3].

능동자기베어링시스템의 제어방식은 제어축간의 관계에 따라 중앙집중식(Centralized Control)과 비중앙집중식 또는 분산식(Decentralized Control)으로 크게 나뉘어진다. 제어축마다 독립적으로 제어를 행하는 분산식 제어는 제어기설계의 단순성과 Op amp, 저항, 콘덴서 등의 아날로그소자를 이용한 그의 구현

이 쉽기 때문에 현재까지도 자기베어링의 전형적인 제어방식이 되고 있다. 그러나 분산식제어의 경우 회전체와 자기베어링간의 기하학적 관계와 자이로효과(Gyro effect)등에 의한 제어축간의 연성(Coupling)을 제어할 수 없기 때문에, 회전체의 회전속도가 증가할수록 안정한 제어개인의 범위가 작아지며, 제어개인의 감소에 따라 시스템의 대역폭이 줄어들어, 자기베어링의 전체적인 성능이 저하되게 된다[4].

이에 반해, 중앙집중식제어는 제어기 설계시에 모든 제어축의 동특성을 고려한 상호피드백제어(Cross Feedback Control)에 의해 제어축간의 연성을 제어할 수 있고, 전자기장의 비선형부 성에 의한 모델링오차와 회전체의 질량불균형에 의한 예측불가능한 외란이 존재할 경우에도, 접근적으로 안정되고, 강한 한 변수입출력(MIMO)제어가 가능하다[5]. 그러나 중앙집중식제어의 경우 행렬계산에 근거한 많은 수의 제어개인들 때문에 세이알고리듬 구현시 아날로그제어로서는 불가능하며, 근본적으로 디지털제어기법이 도입되어야 하나, 기존의 마이크로프로세서를 사용한 경우에는 긴 연산시간에 따른 샘플속도(Sample Rate)의 제한으로 인해 그의 실현이 매우 어려웠다.

그러나 80년대 초반부터 통신, 음성처리용의 전문적인 마이크로프로세서로 개발된 DSP(Digital Signal Processor)는 고속 연산처리가 가능한 디지털 신호처리기이며, 최근에 이 DSP의 넓은 성, 경제성의 향상으로 인하여 다른 실시간제어시스템과 마찬가지로[6], DSP를 이용하여 능동자기베어링 시스템의 중앙집중식 디지털제어를 실현할 수 있게 되었다[7,8].

본 연구에서는 4축의 능동자기베어링시스템에서, 전자석의 선형화된 전자기력을 바탕으로 상체 회전체-베어링계의 시배방정식을 유도하여, 각 축의 연성관계를 규명한다. 그리고 전력증폭기 및 전자석의 동특성을 고려하여, 상태공간 접근법(State-space approach)으로서 시스템을 모델링한다. 다음에 이를 디지털화 한 후, 전-상태 피드백을 갖는 LQR 제어기를 구성하고, 회전체의 속도에 따른 최적제어개인을 구한다. 마지막으로, 시뮬레이션을 통해 디지털 제어설계시 회전속도를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우에 대한 능동자기베어링시스템의 안정성 및 특성 변화를 고찰한다.

## 2. 4축 능동자기베어링시스템

자기베어링은 기본적으로 반경방향과 축방향의 2 가지로 분류할 수 있으나, 축방향은 나머지 제어축과는 연성되지 않기 때문에 독립적으로 제어할 수 있으므로[9,10], 본 연구에서는 4 쌍의 전자석으로 구성된 2 개의 반경방향 베어링을 가진 4축의 능동자기베어링시스템만을 대상으로 한다. Fig. 2 는 2 개의 반경방향 자기베어링에 의해 지지되는 강체 회전체와 그의 좌표계이며,  $F_r$  ( $r = y_1, y_2, z_1, z_2$ )은 각 제어축의 전자기력을 나타낸다.

### 2.1 전자기력의 선형화

전자석의 전자기력은 회전체와 전자석 간의 공극(air gap)과 코일에 흐르는 전류의 비선형함수이나, 바이어스(Bias)전류로 회전체의 중량을 지지하는 경우, 자기베어링의 동작점인 중심 위치에서 선형화하면 다음과 같이 된다[10].

$$F_r \approx k_r r + k_{ir} i \quad (1)$$

위 식에서,  $r$  ( $= y_1, y_2, z_1, z_2$ ) 은 베어링중심에서의 회전체의 미소변위이며,  $i_r$  은 각 방향 전자석의 제어전류이다. 또한  $k_r$  은 회전체와 전자석의 상대운동에 따른 공극의 변화에 대한 자기기력의 변화로 위치강성계수(Position Stiffness Coeff.),  $k_{ir}$  은 전류에 대한 자기기력의 변화로 전류강성계수(Current Stiffness Coeff.)라 한다.

### 2.2 강체 회전체-베어링계의 지배방정식

Fig. 2 의 강체 회전체는 2 방향의 병진 운동과 2 방향의 회전 운동을 하는 4 자유도 계로 모형화되므로, 무게중심점 G에 대한 회전체-베어링계의 지배방정식은, 선형화된 전자기력인 식(1) 을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다[10].

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = DI \quad (2)$$

여기서,  $q = [y, z, \theta_y, \theta_z]^T$

$$I = [i_{y1}, i_{y2}, i_{z1}, i_{z2}]^T$$

$M, C, K, D$  = 부록 참조

$I$  : 각 전자석의 제어전류 벡터

$\Omega$  : 회전체의 회전 속도

$m$  : 회전체의 전체 질량

$l_1, l_2$  : 회전체의 무게중심과 두 자기베어링 사이의 거리

$I_P, I_t$  : 회전방향 및 반경방향 질량관성모멘트

식(2) 에서  $M$  은 질량행렬,  $C$  는 회전체의 회전에 따른 자이로효과를 나타낸 행렬이며  $K$  는 강성행렬이다.  $DI$  는 제어 전류에 의해 발생한 각 전자석상의 전자기력을 회전체의 무게중심에 대한 좌표로 옮겨 표현한 것이다. 실제로 회전체의 변위가 측정되고 제어되는 곳은 회전체의 무게중심( $q$ )이 아니라 각 자기베어링의 위치( $r$ )이므로, 이를 사이의 좌표변환관계 (식(3)) 을 이용하면, 식(4) 와 같은 각 베어링 위치에서의 회전체-베어링계의 지배방정식을 얻을 수 있고, 이 식의 계수행렬에 의해 각 제어축간의 연성관계를 규명할 수 있다.

$$r = Hq \quad (3)$$

여기서,  $r = [y_1, y_2, z_1, z_2]^T$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_1 \\ 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & l_1 & 0 \\ 0 & 1 & -l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_r \ddot{r} + C_r \dot{r} + K_r r = D_r I \quad (4)$$

여기서,  $M_r, C_r, K_r, D_r$  = 부록 참조

먼저, 변환된 질량행렬  $M_r$  에서는 회전체와 베어링간의 기하학적인 관계에 의해 좌, 우측 베어링이 형성되어 있음을 알 수 있으나, 이 연성은 자기베어링시스템의 설계시에  $I_t = m l_1 l_2$  가 되도록 하면, 즉 회전체의 질량중심으로부터 회전반경(Radius of Gyration)의 위치에 반경방향 자기베어링들을 위치시키면 제거될 수 있다. 반면, 변환된 자이로효과 행렬  $C_r$  은 좌, 우 각각의 자기베어링에서 수직 및 수평방향이 연성되어 있음을 나타내고 있는데, 이 연성은 회전체의 회전속도가 증가함에 따라 강해지므로, 초고속회전체를 고정도로 지지해야하는 고성능의 자기베어링의 제어에 있어서는 반드시 고려해야 하는 시스템의 동적인 특성이다.

따라서  $M_r$  과  $C_r$  의 비대각항들을 무시하고, 각 제어축마다 독립적으로 제어기를 설계하여 제어를 행하는 분산식제어의 경우에는, 회전체의 회전속도가 저속일 때는 문제가 발생하지 않으나 연성항이 커지는 고속회전의 경우에는 자기베어링의 수직 및 수평방향 제어력의 간섭때문에 안정한 제어개인의 범위가 작아져서, 시스템의 대역폭이 감소하므로 자기베어링시스템의 전제적인 성능이 저하됨을 알 수 있다.

### 3. 중앙집중식 디지털 쇠적제어기 설계

4축 능동자기베어링시스템의 지배방정식인 식(4) 에서  $C_r$  의 대각항이 모두 0 으로 감쇠항이 없고, 변환된 대각강성행렬  $K_r$  의 모든 항들이 음수이므로 시스템이 본질적으로 불안정하다는 것을 알 수 있다. 따라서 시스템의 접근적인(asymptotically) 안정화를 위해선 양의 강성을 얻기 위한 회전체 변위의 위치파드백 뿐만 아니라 감쇠항을 갖기위한 속도파드백도 필요하게 된다.

#### 3.1 전력증폭기 및 전자석의 동특성

전력증폭기와 전자석으로 이루어진 구동부분은 전자석의 시간지연효과 때문에 시스템의 다른 구성요소에 비하여 그 대역폭이 현저히 작아 시스템의 주파수응답 또는 안정성에 큰 영향을 미친다[9,10]. 따라서 시스템의 완전한 상태공간 모델을 위해서는 이를 고려해야 한다. 전력증폭기와 전자석으로 이루어진 전류제한계에서 제어전압과 구동전류의 관계는 다음과 같이 시정수 (time const.)  $\tau_\alpha$  과 DC 계인  $K_r$  을 갖는 1차 시스템으로 모형화된다.

$$I = -T_a I + T_b u \quad (5)$$

여기서,  $u = [u_{y1}, u_{y2}, u_{z1}, u_{z2}]^T$

$$T_a = \text{Diag}[\tau_{av1}, \tau_{av2}, \tau_{az1}, \tau_{az2}]$$

$$T_b = \text{Diag}\left[\frac{K_{av1}}{\tau_{av1}}, \frac{K_{av2}}{\tau_{av2}}, \frac{K_{az1}}{\tau_{az1}}, \frac{K_{az2}}{\tau_{az2}}\right]$$

### 3.2 상태공간 모델

능동자기베어링시스템의 중앙집중식 제어기 설계를 위해, 각 베어링 위치에서 회전체의 변위와 속도 그리고 전자석의 전류를 상태변수  $x$ 로 정하면,

$$x = [r^T, \dot{r}^T, I^T]^T \quad (6)$$

가 되므로, 식(4), (5), (6)으로부터 제어전압이 입력인 시스템의 상태공간 모델, 식(7)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\Omega)x + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$A(\Omega) = \begin{bmatrix} O & I & O \\ -M_r^{-1}K_r & -M_r^{-1}C_r & -M_r^{-1}D_r \\ O & O & -T_a \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} O \\ O \\ T_b \end{bmatrix}, \quad C = [I \ O \ O]$$

즉, 시스템행렬  $A(\Omega)$ 는 변환된 사이로효과 행렬  $C_r$ 에 의해 회전속도  $\Omega$ 의 함수가 된다. 따라서 자기베어링의 동작속도가 하나로 고정되지 않고, 지지하는 회전체의 회전속도가 입력으로 변하는 경우, 일격한 제어를 위해선 자기베어링시스템은 시변(time-varing)시스템으로 고려되어야 한다.

DSP를 이용한 디지털제어를 구현하기 위하여, 식(7)의 상태방정식을 샘플시간(Sampling Time)을  $T$ 로 하는 ZOH를 이용하여 디지털화하면 식(8)이 되는데, 이 경우 시스템행렬뿐만 아니라 입력행렬까지도 회전속도  $\Omega$ 의 함수가 된다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F(\Omega)x(k) + G(\Omega)u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

$$F(\Omega) = e^{A(\Omega)T}, \quad G(\Omega) = \int_0^T e^{A(\Omega)\tau} d\tau B$$

### 3.3 전-상태피드백 디지털 최적제어기

상태피드백제어에 의한 능동자기베어링시스템의 중앙집중식 디지털제어를 수행하는데 가장 큰 문제점은 상태변수들 중에서 회전체의 위치신호만이 센서에 의해 측정된다는 것이다. 속도신호의 경우 다음과 같은 세 가지 방법중 하나를 써서 해결할 수 있으나, 전류신호의 경우 그 대역폭이 작기 때문에 전류센서를 사용하여 직접 측정되어야 한다. 본 연구에서는 모든 상태변수들이 피드백되어 제어에 활용할 수 있다는 가정하에, 전-상태피드백 디지털 제어기를 설계한다.

(a) 측정된 위치센서의 신호를 아날로그 미분기로 미분하여 직접 속도신호를 얻는 방법

- (b) 샘플된 위치신호의 축차근사법을 이용해 속도신호를 추정하는 방법
- (c) 최소차 (Minimal Order) 의 Luenberger 관측기를 사용하여 속도신호를 추정하는 방법

다변수입출력(MIMO) 선형시스템의 상태피드백 제어기설계에는 극배치법과 최적제어법등이 있다. 본 연구의 대상으로 하고 있는 능동자기베어링시스템의 디지털제어의 구현시, 제어전압을 출력하는 D/A 변환기와 구동전류를 출력하는 전력증폭기의 차동범위에는 한계가 존재한다. 따라서 구동기를 포화시키지 않는 제한된 제어력의 범위내에서 가능한한 빠른 시간내에 모든 상태변수들을 0으로 하는 제어법칙을 얻을 수 있는 선형 최적제어글레이터(LQR) 설계법을 채용하여 제어기 설계를 수행하였다.

현대제어이론에서 LQR 설계는 주어진 시스템의 상태방정식을 만족하고, 식(9)와 같은 성능지수(Performance Index)를 최소화하는 제어법칙을 찾는 문제이다[11].

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (x(k)^T Q x(k) + u(k)^T R u(k)) \quad (9)$$

여기서,  $Q$  = 양정정(positive definite)의 상태가중행렬  
 $R$  = 반양정정(positive semi-definite)의 제어가중행렬

만약 시스템이 제어가능하고, 관측가능하다면, 유일한 최적제어법칙인

$$\begin{aligned} u(k) &= -(R + G(\Omega)^T G(\Omega))^{-1} G(\Omega)^T P(\Omega) F(\Omega) x(k) \\ &\triangleq -K^o(\Omega) x(k) \end{aligned} \quad (10)$$

가 존재하며, 시스템의 공칭안정도(nominal stability)는 보장된다. 식(10)에서 회전속도의 함수인 최적제어제인행렬  $K^o(\Omega)$ 는 양정정 대칭행렬이되며, 반양정정 행렬  $P(\Omega)$ 는 다음과 같은 대수 Riccati 방정식의 해이다.

$$P = Q + F(\Omega)^T P(I + G(\Omega)R^{-1}G(\Omega)^T P)^{-1}F(\Omega) \quad (11)$$

식(11)에서 알 수 있듯이, LQR 설계에서는 가중행렬  $Q$ 와  $R$ 을 어떻게 설정하느냐에 따라서 전체 피드백제어시스템의 성능이 결정된다. 본 연구에서는  $Q = C^T C$ ,  $R = \alpha I$ 로 하고, 시뮬레이션을 통하여 실현가능한 제어입력과 원하는 성능을 갖는  $\alpha$  값을 구하였다.

### 4. 시뮬레이션 결과

본 연구의 대상인 4축 능동자기베어링시스템의 파라미터들은 Table. 1 과 같다.

Table 1. Parameters of 4-axis AMB system

Item	Letter	Value	Unit
Mass of rotor	$m$	6.7	kg
Polar moment of Inertia	$I_p$	0.003246	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Lateral moment of Inertia	$I_l$	0.0916	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Bearing span	$l_l (l_e)$	0.146	m
Position stiffness	$k_{yl} (k_{zg})$	0.285E6	N/m
	$k_{zl} (k_{yz})$	0.236E6	N/m
Current stiffness	$k_{iy1} (k_{y2})$	125.60	N/A
	$k_{iz1} (k_{z2})$	118.20	N/A
Actuator DC gain	$K_{ar}$	0.5	A/V
Actuator time const.	$\tau_{ar}$	1.60E-3	sec
Sampling time	$T$	0.1	msec

Fig. 3 은 회전속도가 0 rpm 일 때, 제어되지 않은 시스템의 개루프 극들(Open loop poles)과 전-상태피드백제어된 페루프 극들(Closed loop poles)을 도시한 것이다. 단위원 밖에 놓여있던 불안정한 개루프극들이 제어 후에는 모두 단위원 내부에 존재하므로 시스템이 안정화되었음을 알 수 있다.

Fig. 4 는 제어가중행렬  $Q$  를 결정하기 위한 시스템의 초기 응답을 나타낸 것이다. 초기조건은 회전체가 중심위치로부터 0.3 mm 아래방향에 놓여있다고 하였다. 이것은 회전체와 전자석의 접촉을 막기 위해 설치된 보조베어링에 회전체가 닿아있는 경우로 회전체가 움직일 수 있는 최대 변위가 된다. 회전속도가 0 rpm 일 때,  $\alpha$  를 0.3E-5, 0.3E-7, 0.3E-9 으로 변화시키면서 제어했을 때,  $y_1$  방향의 회전체 변위와 제어입력  $u_{y1}$  을 도시하였다. Table 2. 에서 볼 수 있듯이  $\alpha$  가 작아질수록 시스템의 응답속도는 빨라지고, 최적성능지수  $J_{min}$  도 작아지나, 제어입력은 지수함수적으로 증가한다. 본 연구에서는 제어입력을  $\pm 5 V$  로 제한하여  $\alpha$  를 0.3E-7 으로 결정하였다.

Table 2. Comparison of system performance for three different  $\alpha$

$\alpha$	0.3E-5	0.3E-7	0.3E-9
Settling time (msec)	9	17	32
Maximum control input (V)	3.95	4.90	20.44
Optimal performance index	1.6541E-3	2.7871E-5	5.0243E-6

Table 3. 는 회전체의 속도변화에 따른 최적피드백제인의 변화로서, 전체 계인행렬중에서 회전체 변위에 대한 계인만을 나타내었으며, 이는 비례계인(Proportional Gain)에 해당한다. 본 연구에 사용된 능동자기베어링시스템의 경우  $I_t = m l_1 l_2$  이기 때문에 회전체가 정지한 경우 ( $\Omega = 0 \text{ rpm}$ ) 에도  $y_1$  와  $y_2$ ,  $z_1$  과  $z_2$  축간의 연성이 존재함을 알 수 있으며,  $\Omega = 40,000 \text{ rpm}$  인 경우에는 자이로효과에 의해 연성된 모든 축들을 제어하고 있음을 알 수 있다. 그리고  $\Omega = 0 \text{ rpm}$  의 계인에 비하여  $\Omega = 40,000 \text{ rpm}$  일 때  $y_1$ ,  $y_2$  축의 계인의 크기가 감소하는 것은, 제한된 제어입력으로  $z_1$ ,  $z_2$  축의 자이로효과까지도 제어함으로서 나타난 결과이다.

Table 3. A part of feedback gains for two different spin speed. Upper:  $\Omega=0 \text{ rpm}$ , Lower:  $(\Omega=40,000 \text{ rpm})$ .

(V/mm)	$y_1$	$y_2$	$z_1$	$z_2$
$u_{y1}$	16.8759 (16.6741)	-0.5313 (-0.3294)	0 (0.9994)	0 (-0.9994)
	-0.5313 (-0.3294)	16.8759 (16.6741)	0 (-0.9994)	0 (0.9994)
$u_{y2}$	0 (-1.0496)	0 (1.0496)	15.0988 (14.9102)	-0.4343 (-0.2457)
	0 (1.0496)	0 (-1.0496)	-0.43430 (-0.2457)	15.0988 (14.912)
$u_{z1}$	0 (-1.0496)	0 (1.0496)	15.0988 (14.912)	-0.4343 (-0.2457)
	0 (1.0496)	0 (-1.0496)	-0.43430 (-0.2457)	15.0988 (14.912)
$u_{z2}$	0 (1.0496)	0 (-1.0496)	-0.43430 (-0.2457)	15.0988 (14.912)
	0 (-1.0496)	0 (1.0496)	-0.43430 (-0.2457)	15.0988 (14.912)

Fig. 5 (a), (b), (c), (d) 에서는,  $y_1$  축의 아래방향으로 회전체에 충격력을 가하여  $100 \mu\text{m}$  의 변위가 발생했을 때, 서로 다른 상태의 시스템에서 각 축의 응답을 살펴보았다.

먼저 Fig. 5(a) 는  $\Omega = 0 \text{ rpm}$  에서 계산된 최적피드백제인  $K^o(0)$  으로, 정지하고 있는 회전체를 제어한 경우이다. 연성된  $y_1$  축의 최대변위는 위로 약  $10 \mu\text{m}$  정도이나,  $z_1$  과  $z_2$  축은 움직이지 않으며, 이 경우  $J_{min} = 5.9786E-6$  이다.

Fig. 5(b) 는 (a) 에서 계산된 피드백제인  $K^o(0)$  으로  $\Omega = 40,000 \text{ rpm}$  인 회전체를 제어한 경우로서,  $y_1$  축의 최대변위는 (a) 의 경우와 같다. 그러나  $z_1$  과  $z_2$  축은 서로 반대 방향으로 최대 약  $13 \mu\text{m}$  정도 움직이며,  $J_{min} = 5.9792E-6$  이다.

Fig. 5(c) 는  $\Omega = 40,000 \text{ rpm}$  에서 계산된 피드백제인  $K^o(40000)$  으로  $\Omega = 40,000 \text{ rpm}$  인 회전체를 제어한 경우로서,  $y_1$  과  $z_1$ ,  $z_2$  축의 최대 변위는 (b) 보다 약간 커진다. 그러나 모든 축의 변위가 (b)보다 훨씬 빠르게 0 으로 수렴하게 된다.  $J_{min} = 5.9273E-6$  로 (b)보다 줄어든다.

Fig. 5(d) 는 (c) 에서 계산된 피드백제인  $K^o(40000)$  으로 정지하고 있는 회전체를 제어한 경우로서, 존재하지 않은 자이로효과를 제어하기 때문에,  $z_1$  과  $z_2$  축은 (b), (c) 의 경우와는 반대 방향으로 가진되며, 그 응답속도는 (b) 와 비슷하다. 그러나  $J_{min} = 6.0412E-6$  로서 나머지 경우보다 훨씬 크다.

Fig. 6 는 Fig. 5 에서 고려된 4 가지 경우에 대한 응답특성을 이해하기 쉽도록, 좌측베어링 위치에서 회전체 중심( $z_1$ ,  $y_1$ ) 이 이동하는 궤적을 나타낸 것이다. 각 궤적에서 O 마크들의 간격은 5 ms 로서, (b) 와 (c) 의 경우 (a) 와 (c) 보다 상대적으로 느린 경착시간을 갖는다. 즉 시스템의 대역폭이 상대적으로 작다.

## 5. 결 론

2 개의 반경방향 자기베어링으로 구성된, 4축의 능동자기베어링시스템에서 강체 회전체-베어링계의 지배방정식을 유도하였고, 회전체와 자기베어링의 기하학적 관계에 따른 제어축간의 연성과 속도에 따른 연성이 존재함을 규명하였다. 그리고 구동기의 포화를 방지하기 위해 세한된 제어입력을 갖는, 전-상태피드백 디지털 LQR 제어기를 설계하였다. 회전체의 회전속도를 고려한 시뮬레이션을 통해, 설계된 제어기는 시스템을 안정화시키고, 각 제어축간의 연성관계를 효과적으로 제어할 수 있음을 보였다.

## 참고문헌

- Hannes Bleuler, 1992, "Survey of Magnetic Levitation and Magnetic Bearing Types", JSME International Journal Series III, Vol.35 No.3, pp.335~342.
- 하영호, 이종원, 1994, "지능형 마그네틱 베어링", 대한기계학회지 제34권 제10호, pp.742~755.
- Ronald D. Williams, F. Joseph Keith, Paul E. Allaire, 1990, "Digital Control of Active Magnetic Bearings", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.37, No.1, pp.19~27.
- P. Larocca, D. Fermental, E. Cusson, 1990, "Performance Comparison Between Centralized and Decentralized Control of the Jeffcott Rotor", Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearings, Tokyo, Japan, pp.295~300.
- 김종원, 1992, "자기베어링 자지 로터계를 위한 건설한 중앙집중식 서보제어기 설계", 대한기계학회논문집 제16권 제6호, pp.1141~1149.
- 이민철, 1991, "설시간 제어에의 DSP 응용", 대한기계학회지 제31권 제9호, pp.821~825.
- K. Nonami, H. Yamaguchi, 1990, "Active Vibration Control of Flexible Rotor for High Order Critical Speeds using Magnetic Bearings", Proc. of the 2nd Int. Symp. on

Magnetic Bearings, Tokyo, Japan, pp.155~160.

8. Y. Kanemitsu, M. Ohsawa, K. Watanabe, 1990, "Real Time Balancing of a Flexible Rotor Supported by Magnetic Bearing", Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearings, Tokyo, Japan, pp.265~272.
9. 경진호, 김종선, 이혜, "PID 제어기를 이용한 동동형 자기베어링의 설계 및 실험적 동특성 연구", 한국소음진동공학회 춘계학술대회, 1991, pp.83~89.
10. 박영진, 1993, 능동자기베어링의 PID 제어, 한양대학교 석사 학위논문.
11. Gene F. Franklin, et. al., Digital Control of Dynamic Systems 2ed., Addison-Wesley, 1990.

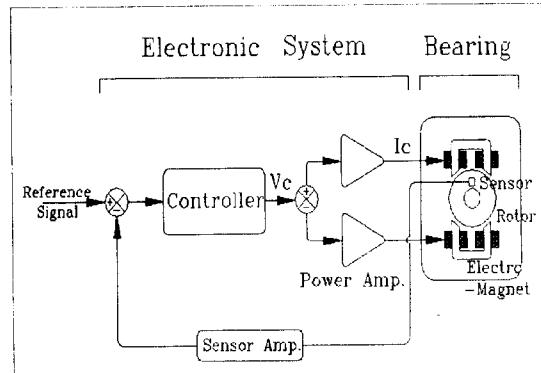


Fig. 1 Principle of Active Magnetic Bearing

## 부 롤

$$M = \text{Diag}[m, m, I_t, I_t]$$

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p\Omega \\ 0 & 0 & -I_p\Omega & 0 \end{vmatrix}$$

$$K = \begin{vmatrix} -(k_{y1} + k_{z2}) & 0 & 0 & (k_{y1}l_1 - k_{y2}l_2) \\ 0 & -(k_{z1} + k_{z2}) & -(k_{z1}l_1 - k_{z2}l_2) & 0 \\ 0 & -(k_{z1}l_1 - k_{z2}l_2) & -(k_{z1}l_1^2 + k_{z2}l_2^2) & 0 \\ (k_{y1}l_1 - k_{y2}l_2) & 0 & 0 & -(k_{y1}l_1^2 + k_{y2}l_2^2) \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} k_{i11} & k_{i12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{i21} & k_{i22} \\ 0 & 0 & k_{i21}l_1 - k_{i22}l_2 & 0 \\ -k_{i11}l_1 & k_{i12}l_2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M_r = \frac{1}{L^2} \begin{vmatrix} m l_2^2 + I_t & m l_1 l_2 - I_t & 0 & 0 \\ m l_1 l_2 - I_t & m l_1^2 + I_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m l_2^2 + I_t & m l_1 l_2 - I_t \\ 0 & 0 & m l_1 l_2 - I_t & m l_1^2 + I_t \end{vmatrix}$$

$$C_r = \frac{1}{L^2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & I_p\Omega & -I_p\Omega \\ 0 & 0 & -I_p\Omega & I_p\Omega \\ -I_p\Omega & I_p\Omega & 0 & 0 \\ I_p\Omega & -I_p\Omega & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$K_r = \text{Diag}[-k_{y1}, -k_{z2}, -k_{z1}, -k_{z2}]$$

$$D_r = \text{Diag}[k_{i11}, k_{i12}, k_{i21}, k_{i22}]$$

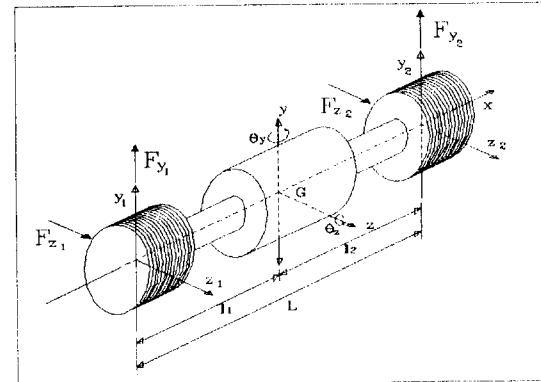


Fig. 2 Coordinates of Rigid Rotor Suspended by 2 Radial Magnetic Bearings

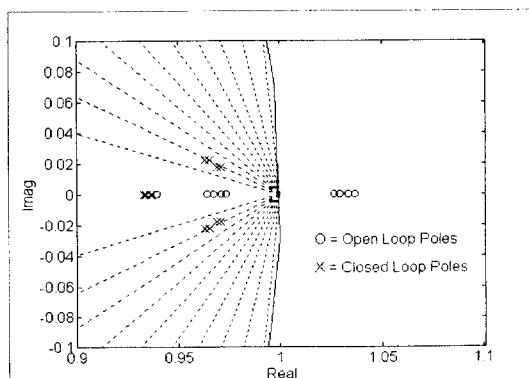


Fig. 3 Poles of open loop and closed loop systems

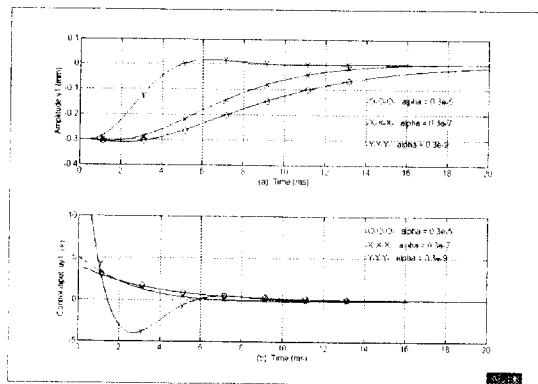
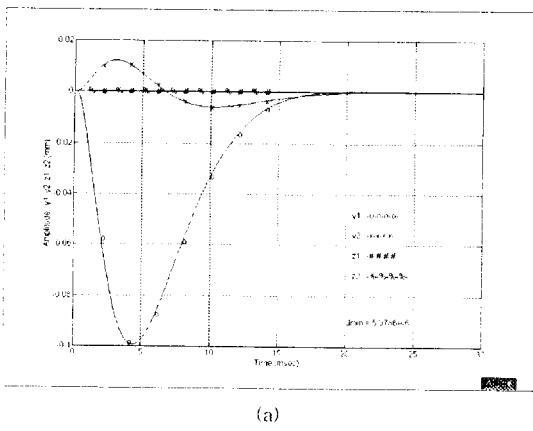
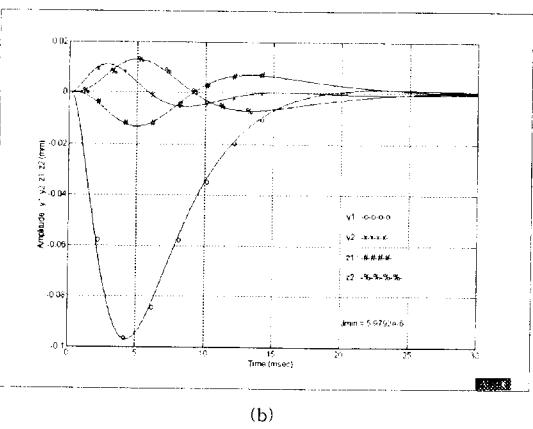


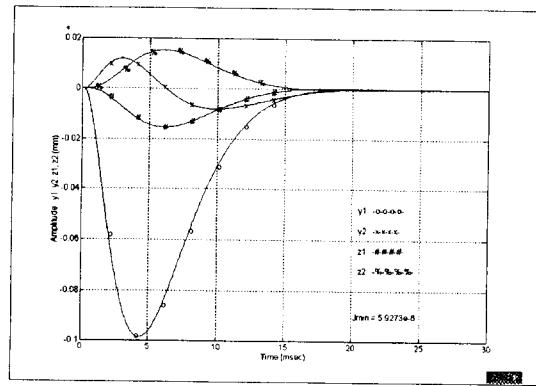
Fig. 4 Initial condition responses for three different  $\alpha$   
(a) vertical displacement  $y_1$ , (b) control input  $u_{y1}$



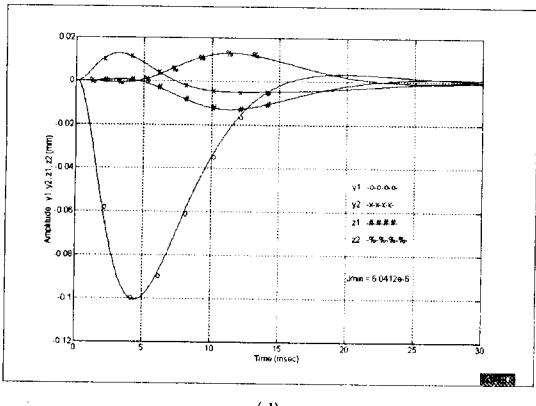
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5 Comparison of response for downward impulse force applied at left side of rotor.

- (a) Case of spin speed is 0 rpm and system is designed for 0 rpm.
- (b) Case of spin speed is 40,000 rpm but system is designed for 0 rpm.
- (c) Case of spin speed is 40,000 rpm and system is designed for 40,000 rpm.
- (d) Case of spin speed is 0 rpm but system is designed for 40,000 rpm.

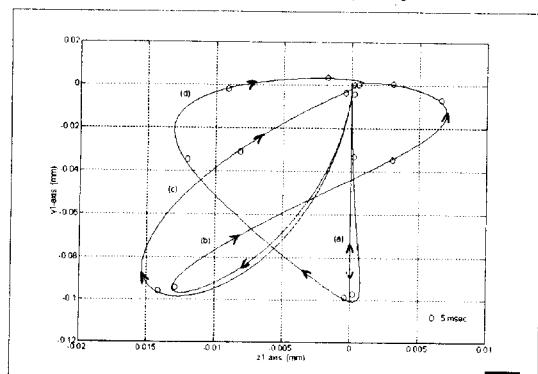


Fig. 6 Locus of rotor center position according to same condition in Fig. 5.