

## 기구볼바를 이용한 공작기계의 오차평가 시스템 개발

( Development of Computer Aided System for Error Assessment for Multi-axis Machine Tools using the Double Ball Bar )

문준희\* (서울대학교 대학원 기계설계학과)

박회재 (서울대학교 기계설계학과)

주종남 (서울대학교 기계설계학과)

J.H.Moon\* (Dept. of MDPE, Graduate School of SNU)

H.J.Pahk (Dept. of Mechanical Design and Production Eng., Seoul National University)

J.N.Chu (Dept. of Mechanical Design and Production Eng., Seoul National University)

Keywords: Kinematic Ball Bar (기구볼바), Error Assessment (오차평가), Contour (경로)

**ABSTRACT :** This paper presents an useful technique for assessing the volumetric errors in multi\_axis machine tools using the kinematic double ball bar and 3 dimensional spherical contouring. The developed system proposes the 3 dimensional spherical contour for the error analysis. The developed system inputs the measured radial data, analysing the volumetric errors such as positional, straightness, angle, and squareness errors, etc. The developed system has been tested in a practical machine tool, and showed high

### 1. 개요

최근 가공기술의 정밀화 추세에 따라 공작기계의 가공정도에 큰 영향을 미치는 공작기계의 운동오차에 대한 평가가 많은 관심을 모으고 있다. NC공작기계의 운동오차는 실제 철판을 원형으로 절삭하여 가공된 공작물의 진원도 오차로 평가하는 직접 측정법을 써 왔으나 최근에는 기구볼바를 이용하여 더 간단하고 정확하게 NC 공작기계의 운동오차를 측정하는 방법이 개발되어 그 효율성이 인정되었으며 ISO에서는 이 방법을 정식 규격으로 채택하려는 움직임이 있다.

본 연구에서는 기구볼바를 이용하여 공작기계의 오차 성분과 동적 오차 등을 측정하고 평가하는 기술을 개발하였다. 이 분야에서 현재까지는 3축 중 어느 두 축에 대해 원운동을 발생시키면서 운동 오차를 파악하는 방법을 사용해 왔으나 이 방법은 공작기계의 3차원 운동오차 원인을 분석하는데는 어려움이 있으며 현재까지 만족할만한 방법은 제시되지 않고 있는 상황이다. 본 연구에서는 적절한 3차원 측정경로를 선정하여 한번의 설치로 3차원 운동오차 원인을 분석하였다.

기구볼바에 의한 가공기계의 오차 평가는 실험과 실험결과의 오차보정을 통해서 그 타당성을 입증하였다.

### 2. 이론적 배경

#### 2.1 기하학적 오차 요소

한 방향을 따라서 운동하도록 되어있는 한 축 운동기구를 고려할 때 6개의 오차성분이 존재하게 된다. 이는 가이드웨이와 운동하는 기계요소의 가공의 부정확도 등에 의해서 기인하는데, 운동방향으로는 위치오차(Positional Error), 가이드웨이를 따라서는 수직방향의 진직도 오차(Vertical Straightness Error), 수평방향의 진직도 오차(Horizontal Straightness Error)가 있게 된다. 또한 각도오차로서 운동방향으로 존재하는 롤오차(Roll Error), 그리고 운동평면내에서 수직방향으로 존재하는 피치오차(Pitch Error)가 있다. 일반적으로 다축기기인 경우, 한 축에 대해서 6개의 기하학적 오차 이외에도 축간의 조립오차인 직각도 오차가 존재하게 된다. 즉, 3축 운동을 하는 기계는 각축간의 직각도 오차로서 3개의 성분이 있다. 이를 적절한 형태의 무차원 다행식으로 모델링하였다.

위에서 언급된 각각의 오차 원인은 각각 특성 오차 벡터로 나타낼 수 있다. 위의 오차 원인들을 체계적으로 정리하여, 다음과 같이 모델링하였고 그림 1에 도시하였다.

아래에서 [ Xp,Yp,Zp ]는 공구의 옵셋 벡터이고,  $\delta X_i(X_j)$ ( $i,j = 1,2,3$ )는  $X_j$  축을 따라 이동할 때의  $X_i$  방향의 수평이동 오차이다;  $EX_i(X_j)$ ( $i,j = 1,2,3$ )는  $X_j$  축을 따라 이동할 때의  $X_i$  방향의 회전오차이다.  $\alpha, \beta_1, \beta_2$ 는 각각 XY,YZ,XZ 축의 직각도오차이다.

오차 모델링을 위해 다항식을 썼고 계수들의 order와 차원을 일치시키기 위해 변수들을 무차원화하였다.

#### 위치 오차

$$\delta x(x) = dx_{x0} + dx_{x1}\left(\frac{x}{R}\right) + dx_{x2}\left(\frac{x}{R}\right)^2 + dx_{x3}\left(\frac{x}{R}\right)^3$$

$$\delta y(y) = dy_{y0} + dy_{y1}\left(\frac{y}{R}\right) + dy_{y2}\left(\frac{y}{R}\right)^2 + dy_{y3}\left(\frac{y}{R}\right)^3$$

$$\delta z(z) = dz_{z0} + dz_{z1}\left(\frac{z}{R}\right) + dz_{z2}\left(\frac{z}{R}\right)^2 + dz_{z3}\left(\frac{z}{R}\right)^3$$

#### 진직도 오차

$$\delta x(y) = dxy_2\left(\frac{y}{R}\right)^2 + dxy_3\left(\frac{y}{R}\right)^3$$

$$\delta x(z) = dxz_2\left(\frac{z}{R}\right)^2 + dxz_3\left(\frac{z}{R}\right)^3$$

$$\delta y(x) = dyx_2\left(\frac{x}{R}\right)^2 + dyx_3\left(\frac{x}{R}\right)^3$$

$$\delta y(z) = dyz_2\left(\frac{z}{R}\right)^2 + dyz_3\left(\frac{z}{R}\right)^3$$

$$\delta z(x) = dxz_2\left(\frac{x}{R}\right)^2 + dxz_3\left(\frac{x}{R}\right)^3$$

$$\delta z(y) = dzy_2\left(\frac{y}{R}\right)^2 + dzy_3\left(\frac{y}{R}\right)^3$$

#### 각도 오차

##### **ROLL**

$$Ex(x) = exx_1\left(\frac{x}{R}\right) + exx_2\left(\frac{x}{R}\right)^2 + exx_3\left(\frac{x}{R}\right)^3$$

$$Ey(y) = eyy_1\left(\frac{y}{R}\right) + eyy_2\left(\frac{y}{R}\right)^2 + eyy_3\left(\frac{y}{R}\right)^3$$

$$Ez(z) = ezz_1\left(\frac{z}{R}\right) + ezz_2\left(\frac{z}{R}\right)^2 + ezz_3\left(\frac{z}{R}\right)^3$$

#### **PITCH 와 YAW**

Pitch와 Yaw는 본질적으로 비슷한 것이다. 그리고, 이들은 진직도 오차 곡선의 각 방향에 대한 기울기로 나타낼 수 있다.

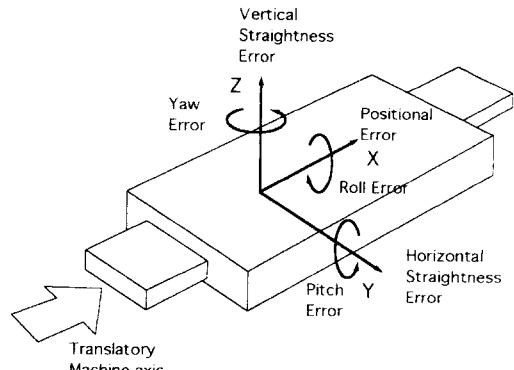


그림1 한 축 운동에서의 운동오차성분

$$Ex(y) = \frac{\partial}{\partial y} (\delta z(y)) = \frac{1}{R} \{2 \times dzy_2\left(\frac{y}{R}\right) + 3 \times dzy_3\left(\frac{y}{R}\right)^2\}$$

$$Ez(y) = -\frac{\partial}{\partial y} (\delta x(y)) = -\frac{1}{R} \{2 \times dx_2\left(\frac{y}{R}\right) + 3 \times dx_3\left(\frac{y}{R}\right)^2\}$$

$$Ey(x) = -\frac{\partial}{\partial x} (\delta z(x)) = -\frac{1}{R} \{2 \times dz_2\left(\frac{x}{R}\right) + 3 \times dz_3\left(\frac{x}{R}\right)^2\}$$

$$Ex(x) = \frac{\partial}{\partial x} (\delta y(x)) = \frac{1}{R} \{2 \times dyx_2\left(\frac{x}{R}\right) + 3 \times dyx_3\left(\frac{x}{R}\right)^2\}$$

$$Ex(z) = -\frac{\partial}{\partial z} (\delta y(z)) = -\frac{1}{R} \{2 \times dyz_2\left(\frac{z}{R}\right) + 3 \times dyz_3\left(\frac{z}{R}\right)^2\}$$

$$Ey(z) = \frac{\partial}{\partial z} (\delta x(z)) = \frac{1}{R} \{2 \times dxz_2\left(\frac{z}{R}\right) + 3 \times dxz_3\left(\frac{z}{R}\right)^2\}$$

#### Backlash에 의한 위치오차

$$\delta x(x) = -\frac{dxz_4}{2} sign(x)$$

$$\delta y(y) = -\frac{dyz_4}{2} sign(y)$$

$$\delta z(z) = -\frac{dzx_4}{2} sign(z)$$

#### 직각도 오차

$\alpha, \beta_1, \beta_2$ 는 각각 XY,YZ,ZX 평면의 직각도 오차이다.

기하학적인 특성상 각각 Y방향, X방향, Y방향 오차에 영향을 미친다. 이 영향은 Volumetric Error Map에서 잘 나타난다.

이번 연구의 실험대상인 Column Type의 가공기에 대하여 Volumetric Error Map을 전개하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta X = \delta x(x) + \delta x(y) + \delta x(z) + z[-Ey(y) - \beta_1 - Ey(x)] \\ y[-Ex(y) + Ez(x)] + Yp[-Ex(x) + Ez(y) - Ez(z)] \\ + Zp[-Ey(x) - Ey(y) + Ey(z)]$$

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \delta y(x) + \delta y(y) + \delta y(z) + x[-Ez(x) + \alpha] \\ &+ z[-Ex(x) + Ex(y) - \beta_2] \\ &+ Xp[-Ez(x) - Ez(y) + Ez(z)] \\ &+ Zp[Ex(x) + Ex(y) - Ex(z)] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \delta z(x) - \delta z(y) - \delta z(z) + xEy(x) + y[-Ex(x) - Ex(y)] \\ &+ Xp[Ey(x) + Ey(y) - Ey(z)] \\ &+ Yp[-Ex(x) - Ex(y) + Ex(z)] \end{aligned}$$

## 2.2 기구볼바 측정의 이론적 배경

기구볼바를 이용한 측정 방법은 다음과 같다. NC 공작기계의 주축(Spindle)과 테이블에 소켓(socket)을 고정하고 자력을 이용하여 그 위에 강구(ball)가 미끄러지도록 한다. LVDT 타입의 정밀 변환기를 내장한 기구볼바가 두 개의 강구 사이를 연결한다. 테이블 위의 강구의 중심의 좌표를 O(0,0,0), 주축 위의 강구의 중심의 지령 좌표를 P'(X',Y',Z')라 하고, 테이블 중심의 좌표에서 주축 위의 강구까지의 거리를 R이라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.(그림2 참조)

$$R^2 = X'^2 + Y'^2 + Z'^2$$

NC공작기계가 공구를 점 P'(X',Y',Z')로 움직이도록 지령 받았을 때, 공구는 실제로 점 P(X,Y,Z)로 움직인다. 그 이유는 오차나 처짐(droop)이 존재하기 때문이다. 처짐을 포함하는 오차는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta X = X - X'$$

$$\Delta Y = Y - Y'$$

$$\Delta Z = Z - Z'$$

$$C = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$$

여기서 C는 오차 벡터이다.

따라서, 오차를 고려하면 위 식은 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} (R + \Delta R)^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2 \\ &= (X' + \Delta X)^2 + (Y' + \Delta Y)^2 + (Z' + \Delta Z)^2 \end{aligned}$$

양변을 전개하고 오차의 2차 항은 소거하면

$$R^2 + 2R\Delta R = X^2 + Y^2 + Z^2 + 2(X'\Delta X + Y'\Delta Y + Z'\Delta Z)$$

따라서

$$\Delta R = \frac{1}{R} (X'\Delta X + Y'\Delta Y + Z'\Delta Z) \quad (2)$$

이 식을 이용하여 기구볼바의 방법으로 얻은 측정 데이터를 오차 벡터와 연관시킬 수 있다.

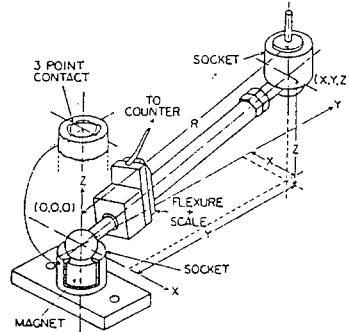
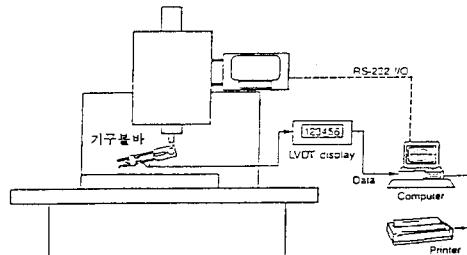


그림2 기구볼바 측정 시스템

식(1)의 입체오차방정식에  $x = R\cos\phi\cos\theta$ ,  $y = R\cos\phi\sin\theta$ ,  $z = \sin\phi$  를 대입하고 그것을 다시 식(2)에 대입하면 3차원에 대한 반경오차  $\Delta R$ 을 얻을 수 있다. ( 여기서  $\phi$ 는 XY 평면과의 각도이고  $\theta$ 는 원점과 볼바의 끝을 잇는 선을 XY 평면에 정사영한 직선이 x축과 이루는 각도이다. )

## 2.3 오차 진단 방법

기구볼바를 이용한 운동오차신호 분석에 의한 공작기계 운동오차 원인 진단은 앞에서 기술한 바와 같이 오차의 원인 별로 서로 다른 형태의 운동오차를 유발한다는 것에 기초한다. 그러나 여러 가지 오차가 동시에 개입되어 결과 신호가 발생되기 때문에 운동오차원인을 분석한다는 것은 다입력 단일출력계에 대한 입력성분 규명문제가 된다. 각 오차패턴이 항상 서로 독립이지는 않기 때문에 모든 오차 원인을 효과적으로 분류, 분석할 수 있는 방법이 요구된다. 이를 위한 효과적인 두 가지 기본방안을 기술한다.

### (1) 최소자승법에 의한 오차원인 진단 방법

운동 오차는 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\Delta R_m = \sum_{i=1}^m a_i F_i \quad (3)$$

$F_i$  : i 번째 오차원인에 대한 운동 오차 성분 함수

m : 고려한 오차원인의 개수

$a_i$  : 운동오차 원인의 크기

최소자승법의 기본적인 풀이법에 적용하면 다음과 같이 전개된다.

$$Dev = \Delta R_r - \Delta R_m$$

$$E = \sum_j Dev^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0 = 2 \cdot \sum_j (\Delta R_m - \Delta R_r) \frac{\partial (\Delta R_m)}{\partial a_i} \quad (4)$$

j : 측정 데이터의 개수

$\Delta R_r$  : 측정된 운동오차신호

$\Delta R_m$  : 수학적으로 모델링된 운동오차

Dev : 실측값과 모델링된 값 사이의 편차

이 때 식 (3)에서 알 수 있듯이  $\frac{\partial (\Delta R_m)}{\partial a_i} = F_i$  이므로

식 (4)를 다시 쓰면

$$2 \cdot \sum_j (\Delta R_m - \Delta R_r) F_i = 0 \quad (5)$$

$$\sum_j \Delta R_m \cdot F_i = \sum_j \Delta R_r \cdot F_i \quad (6)$$

$$f = [F_0 \ F_1 \ \dots \ F_n]^T$$

$$a = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$$

으로 놓으면

식 (6)를 모든 i에 대해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_j (f f^T) a = \sum_j (\Delta R_r f) \quad (7)$$

다시 나타내면 아래와 같이 다원일차 연립방정식 문제가 됨을 알 수 있다.

$$C a = d \quad (8)$$

식 (8) 을 풀어서 운동오차원인들의 크기를 구한다. 일차독립인 오차 함수들을 택한 경우에는 행렬 C 가 특이성 (Singularity)을 가지지 않아 유일해를 얻을 수 있다.

## (2) 주파수 분석을 이용한 오차원인 진단방법

기구볼바 시험법은 측정의 주기가 한 바퀴( $2\pi$ )로 명확하기에 각 오차 원인별 주파수 성분을 FFT를 통해 쉽게 얻을 수 있으며 일반적으로 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있게 된다.

$$\sum_{k=1}^m a_{ik} a_k = \beta_i \quad (9)$$

여기서

$a_k$  : k 번째 오차원인의 크기

$a_{ik}$  : k 번째 오차원인의 운동 오차 성분함수  $F_i$ 에 대한 주파수 성분

$\beta$  : 측정된 운동오차함수의  $F_i$ 에 대한 주파수 성분

i : 1 (DC), 2 (1X real), ..., 7 (4X real)

k : 1, 2, ..., m

식 (9) 도 최소자승법에서와 같이 다원일차 연립방정식이 되어 오차원인들의 크기를 구한다.

## (3) 위의 두 방법의 비교

주파수분석을 이용한 원인진단은 분석결과 나타난 주파수 성분들을 통한 주요 오차원인을 대별하고 이를 기초로 오차원인분석을 하는 것이다. 주파수 분석을 이용할 때의 장점은 측정된 데이터를 주파수 성분만으로 압축할 수 있으므로 처리해야 할 데이터가 압축되어 원인평가가 수월해지게 된다. 또한 측정시 개입되는 고주파의 측정오차의 영향을 쉽게 제거할 수 있다. ( 예를 들면 스틱 슬립이나 센서 잡음 ) 또한, 운동오차 원인 모델링시 고려되지 않은 오차원인이 있을 때 최소자승법은 그것의 영향을 받지만 주파수 분석은 그 영향을 받지 않는다.

최소자승법은 오차성분들이 직교하지 않아도 오차원인의 크기를 구할 수 있다는 장점이 있다. 오차원인들을 모두 일차독립이고 직교하는 성분으로 잡으면 최소자승법과 주파수방법이 일치하게 된다.

$$\phi = \text{Constant}$$

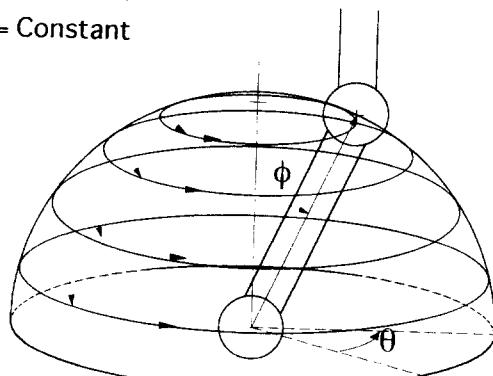


그림3 고안된 측정방법

## 2.4 오차 평가를 위한 측정경로의 결정

기구볼바를 이용한 가공기의 정밀도 평가 기술에 있어서 또 하나의 중요한 사항은 종합적인 오차 평가를 위한 적절한 측정경로의 산출이다. 2차원 평면 측정경로에서는 직각도, 위치오차, 진직도오차, 백래시 오차와 동적 오차등이 얻어지게 된다. 본 연구에서는 3차원평면에 대한 측정경로와 구면에서의 측정경로등을 고려하여 여러 가지 보간에 의한 오차등과 기하학적인 오차가 측정될 수 있도록 한다.

2차원 측정경로는 일반적으로 한 개의 축성분을 고정하여 원운동을 시킨 것이다. 이러한 방법은 3차원 오차원인에 관한 정보를 얻기 위해 3번의 시험장치설치를 해야 한다는 큰 단점을 가지고 있다. 기구볼바에 의한 측정법이 간편하고 효과적인 오차평가방법으로 발전하기 위하여 1 회의 장치 설치로 3차원 오차원인의 평가가 가능한 측정 경로를 개발하고자 한다.

먼저  $\phi$ 를 고정시키고  $\theta$ 를  $0$ 부터  $2\pi$ 까지 변화시켜 주파수 분석에 의한 해석을 수행하고 그 이후에 연립 방정식에 의해 각 계수들을 구한다. (그림3)

### 3. 실험 및 해석

#### 3.1 실험 장치

대상이 되는 공작기계는 일본 Seiko 정밀의 VA-40 Column type 머시닝 센터이다. 사용된 기구볼바는 영국 Renishaw사에서 생산된 제품이다. 길이 150mm의 bar를 사용했다.

#### 3.2 실험 및 결과

##### (1) 실험 순서

기구볼바 측정을 위한 3차원 측정경로를 CNC 코드로 작성한다. 그리고 CNC 코드의 디버깅을 위해 공작기계를 작동시킨다. 이상이 없음이 발견되면 기구볼바 측정장치를 공작기계에 설치하고 측정 경로에 따라 측정을 한다. (그림 3) 그 후, 개발된 해석모듈로 측정데이터를 해석하고 출력한다. 한번의 측정에 사용되는 시간은 숙련된 사용자에게는 설치시간을 포함하여 50분 정도 소요되었다.

##### (2) 실험 결과

처음 측정된 데이터를 여러 위도각에 대하여 다음과 같이 출력하였다. ( 해석을 위해  $\phi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 에서 측정하였고,  $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 에 대한 측정결과만 나타내었다. )

#### 3.3 해석 결과

개발된 해석모듈을 이용하여 해석한 결과를 표1에 출력하였고, x축에 대한 오차성분만 그림5에 그래프로 나타내었다. ( 각 계수의 물리적인 의미는 2.1절을 참조하기 바란다. )

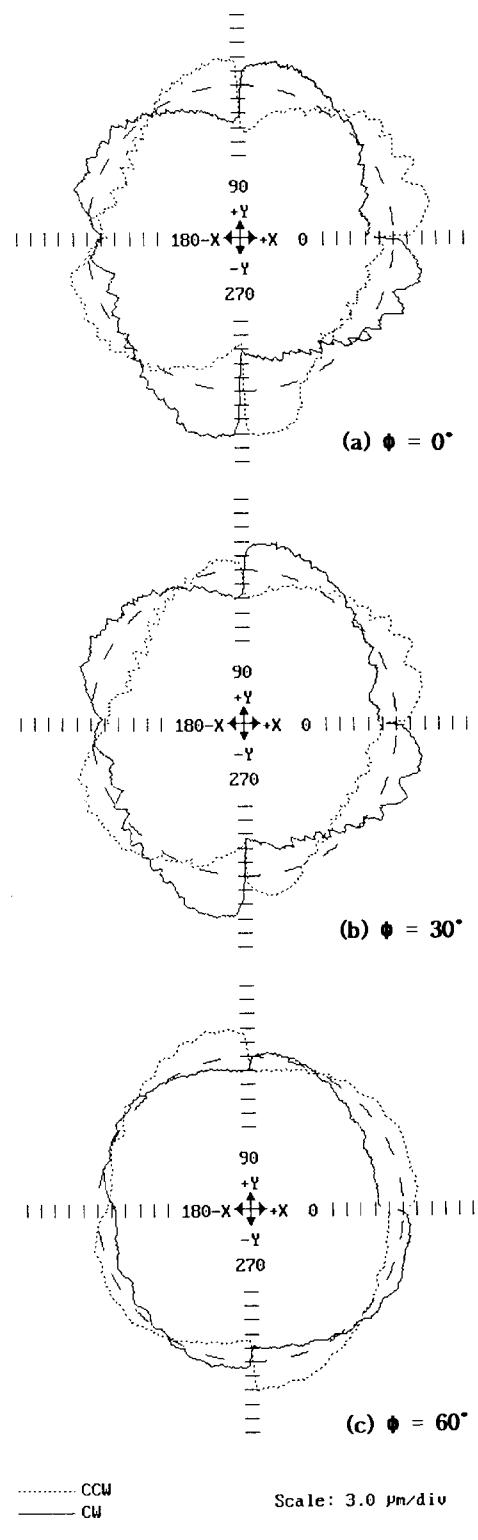


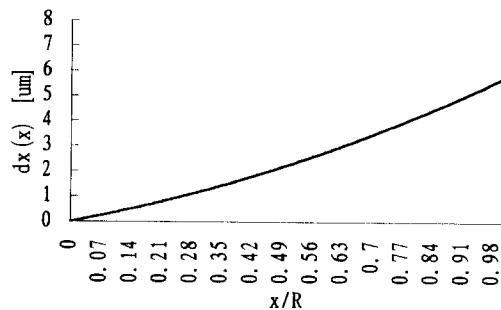
그림4 여러가지 위도각에 대한 원형보간 측정결과

Positional Error  
 $d_{xx1} = 0.003329$   
 $d_{xx2} = 0.002075$   
 $d_{xx3} = 0.000312$   
 $d_{yy1} = 0.008220$   
 $d_{yy2} = -0.002433$   
 $d_{yy3} = -0.004485$   
 $d_{zz1} = 0.026873$   
 $d_{zz2} = -0.048202$   
 $d_{zz3} = 0.014659$

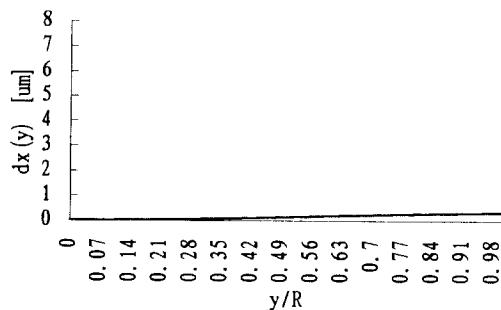
Squareness Error  
 $\alpha = 0.008718$   
 $\beta_1 = -0.004437$   
 $\beta_2 = -0.003639$

Backlash Error  
 $d_{xx4} = 0.013189$   
 $d_{yy4} = 0.013606$

표1 공작기계 입체오차 평가결과 (단위:mm)

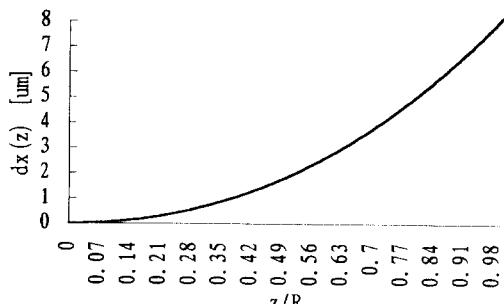


$$(a) \delta x(x) = 3.329x + 2.079x^2 + 0.312x^3$$



$$(b) \delta x(y) = 0.825y^2 - 0.487y^3$$

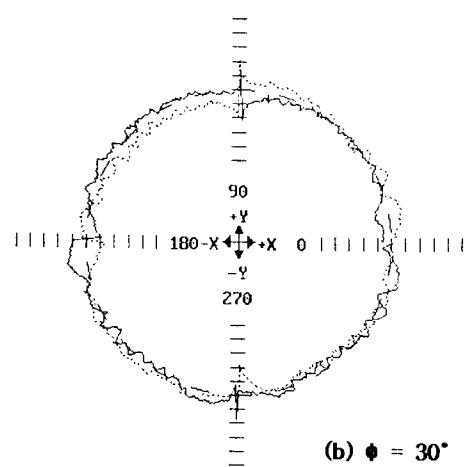
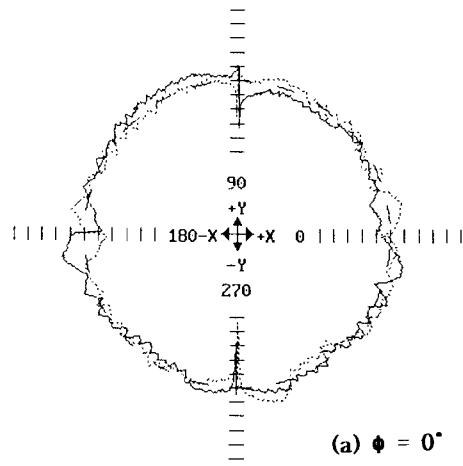
Straightness Error  
 $d_{xy2} = 0.000825$   
 $d_{xy3} = -0.000487$   
 $d_{xz2} = 0.006507$   
 $d_{xz3} = 0.001678$   
 $d_{yx2} = 0.000480$   
 $d_{yx3} = -0.001256$   
 $d_{yz2} = -0.007730$   
 $d_{yz3} = 0.006365$   
 $d_{zx2} = 0.002567$   
 $d_{zx3} = -0.001862$



$$(c) \delta x(z) = 6.507z^2 - 1.678z^3$$

그림5 한 축에 대한 위치오차, 진직도오차 성분의 예식 결과

위에서 해석된 오차성분들을 이용하여 측정데이터들을 보정한 결과를 그림6에 출력하였다.



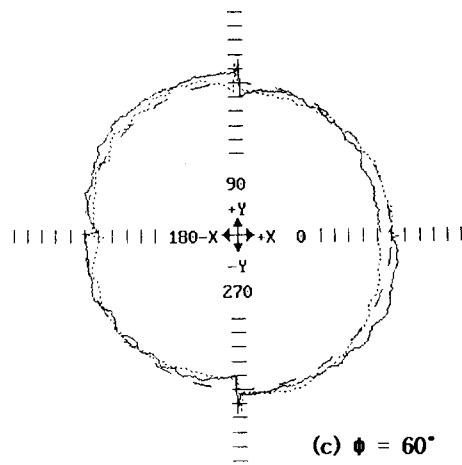


그림6 오차보정후 원형보간 운동오차

#### 4. 결 론

- (1) 본 연구에서는 기구볼바를 이용하여 가공기의 3차의 작업공간에서의 오차를 측정하는 기술이 개발되었다.
- (2) 개발된 측정시스템을 통하여 기존의 2차원 측정 방법보다 물리적으로 더 합당한 결과를 얻었다. 예를 들면, 롤과 과치등의 각도오차를 고려하여 여러가지의 이동오차를 평가한 것 등이다.
- (3) 간단한 설치와 측정시간의 단축으로 공작기계의 오차 평가가 손쉬워졌다.
- (4) 향후 좀 더 많은 오차성분들을 평가할 수 있도록 측정 모듈을 향상시키고, 공작기계 콘트롤러에 직접 인터페이스하여 보정 시스템을 만들 계획이다.

#### 5. 참 고 문 헌

- [1] M.Burdekin, W.Jywe, "Optimising the contouring accuracy of CNC machines using the Contisure System", 371-378, MATADOR Conference, 1993
- [2] W.Knapp,"Test of Three Dimensional Uncertainty of machine Tools and Measuring Machines and its relation to the machine errors", Annals of CIRP, 32/1/1983
- [3] H.Kunzmann et al. "On testing Coordinate Measuring machines with Kinematic reference standards", Annals of CIRP 32/1/1983

[4] Y.Kakino et al. "The measurement of motion errors of NC Machine Tools and diagnosis of their origins by using telescoping magnetic ball bar method", Annals of CIRP, 36/1/1987

[5] Y.Kakino et al. "A Study on the Motion Accuracy of NC Machine Tools (5th Report) - Diagnosis of Angular Motion Error Origins -", J. JSPE, 55, March 1989, 587

[6] 홍성욱, 신영재, 이후상, "원호보간시험에 의한 수치제어 공작기계의 운동오차원인 진단에 관한 연구," 한국정밀공학회지