

## 평행구조 로보트 손목기구의 작업공간에 대한 연구 (A Study on the Workspace of a Parallel Robotic Wrist)

양정모<sup>1</sup>, 백운수<sup>2</sup>, 최용제<sup>3</sup>

<sup>1</sup>연세대학교 대학원 기계공학과

<sup>2</sup>연세대학교 기계설계학과

J.M.Yang<sup>1</sup>, Y.S.Baek<sup>2</sup>, Y.J.Choi<sup>3</sup>

### ABSTRACT

In this study, workspace analysis has been performed for a Clemens Coupling type parallel robotic wrist with four degrees of freedom such as three angular degrees of freedom and 1 plunge motion. Because of plunge motion, this mechanism has no singular point that the general roll-pitch-roll mechanisms have. Also, proposed mechanism performs larger load, faster motion, with less weight and has better structural characteristics such as higher stiffness and strength to weight ratio compared with serial type mechanisms. As a basic step for position control, the closed form solution of forward and inverse kinematics are proposed and workspace is analyzed and plotted by applying triangle tracer method for workspace boundary tracing.

### 1. 서 론

본 연구에서 제안된 기구는 4자유도를 갖는 새로운 형태의 평행구조 손목기구로서 과거에 제안되고 연구되어 왔던 Clemens Coupling과 기하학적인 유사성을 가지고 있다. 1872년 Clemens[1]은 평행 R-R-S-R 체인으로 구성된 공간 링크 기구를 제안하였고 Hunt[2]는 R-S-R 체인을 포함하는 이와 유사한 coupling들의 목록을 작성했다.

그러나 과거의 연구는 수동적인 토포크 전달 기구로서 연구되어 온 것에 반하여 본 연구에서는 정확한 위치제어용 기구로서 응용할 수 있도록 수학적으로 기구학 해석을 수행하고 작업영역을 해석하도록 한다.

이 기구는 plunge 운동으로 인하여 작업공간이 넓으며 일반적인 roll pitch roll 구조가 갖는 특이점이 없다. 또한 3개의 구동모터가 기준판에 위치하게 되므로 기존의 직렬형 기구보다 더 큰 부하와 고속의 이동이 가능하고 끝점에 걸리는 부하를 3쌍의 링크 시스템으로 분산시킴으로써 전체적인 무게를 줄이고 강도와 강성을 증가시킬 수 있다. 그리고 볼 조인트는 기구학적 측면에서 3개의 revolute 조인트로 해석될 수 있으므로 R-S-R 체인구조는 전체적으로 Revolute Design Mechanism으로 간주될 수 있으며 따라서 이러한 구조는 높은 신뢰성과 우수한 정확성을 제공하게 된다.

그러나 기구학적 해석이 복잡하고 plunge 운동으로 인하여 잉여 위치 제어의 문제가 발생하며 고속으로 움직일 경우에는 체인이 안으로 접힐 수 있으므로 적절한 제어나 기준판의 revolute 조인트에 브레이크 또는 회전제한장치를 설치해야 할 필요가 있다.

제안된 기구는 레이저 범을 이용한 의료기구와 간단한 운동 시뮬레이터 활용될 수 있다. 또한 인체의 손상

된 손목관절을 대체할 수 있는 기구로도 활용이 가능하며 무인로봇 조종을 위한 4차원 조이스틱등의 분야에도 응용이 가능하다.

이 논문의 2장에서는 제안된 기구의 기하학적 형태에 대하여 언급하였고 3장에서는 순기구학과 역기구학에 대한 해석을 수행하였다. 마지막으로 4장에는 3장의 해석을 통하여 구한 작업공간의 2차원도시를 구현하였다.

### 2. 기하학적 형태

제안된 모델은 각각 기준판(basal)과 이동판(distal)으로 명명된 2개의 강체판과 Revolute-Spheric-Revolute (R-S-R) 조인트로 이루어진 3쌍의 체인으로 구성된다. 이 기구의 모형 사진은 Fig. 1과 같다.

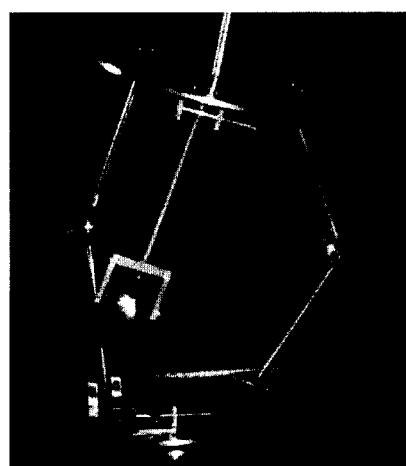


Fig. 1. Picture of prototype model

### 3. 기구학적 해석

#### 3.1 좌표계 설정

Fig 2.와 같이 기준판의 revolute 조인트의 위치벡터를  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ 로 정의하고 볼 조인트의 위치벡터를  $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \vec{m}_3$ 로, 이동판의 revolute 조인트의 위치벡터를  $\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{d}_3$ 로 각각 정의한다. 링크의 길이를  $l$ 로서 일정하다.

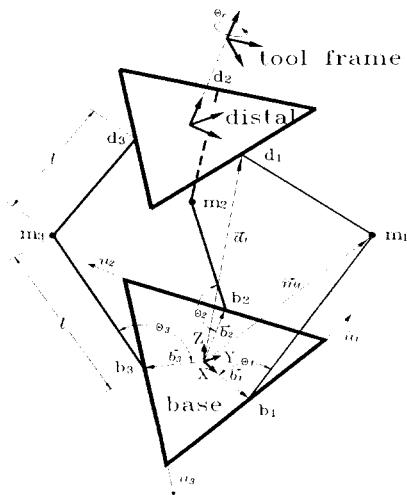


Fig. 2. Definition of coordinates

기준판의 3개의 조인트들은 구동모터로부터 입력이 들어오게되어 기구학 해석에 있어서 모든 계산의 출발점이 된다. 이 조인트들의 회전축을 의미하는 방향벡터를  $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3$ 라 하고 이 방향벡터와 같은 평면상에 존재하며 수직인 벡터를  $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3$ 라 한다. Fig 3에 이 방향벡터들에 대하여 도시하였다.

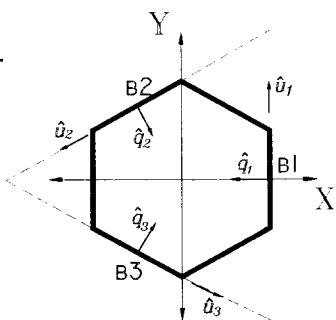


Fig. 3. Position vectors of revolute joints on the basal plate

Fig 3. 과 같은 좌표계 설정으로 기준판의 모든 기본 벡터들은 XY평면상의 벡터가 된다.

#### 3.2 순기구학 해석

순기구학 해석은 기준판의 revolute 조인트 R1, R2, R3의 각도  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 과 툴 프레임의 회전 각도  $\theta_f$ 이 주어지면 그때의 툴 프레임 위치를 계산하는 과정이다. 본 연구에서는 참고문헌[3]에서 제시한 방법을 적용하여 순기구학과 다음절의 역기구학 해석을 수행하였다.

제안된 구조에서는 이동판이 기준판에 대하여 plunge 운동을 제외하면 사실상 2개의 각자유도만을 갖고 있고 기준판과 평행하게 비틀리거나 이동할 수 없다. 링크의 길이가 모두 같으므로 3개의 볼 조인트를 포함하는 평면은 이동판과 기준판의 revolute 조인트들을 연결한 3개의 직선을 이동분하게 된다. 이 평면을 중간평면이라고 정의한다. 그러므로 중간평면의 식을 구하면 이동판의 revolute 조인트의 위치벡터  $d_i$ 는

기준판의 revolute 조인트의 위치벡터  $b_i$ 로부터 간단하게 유도할 수 있게 된다.

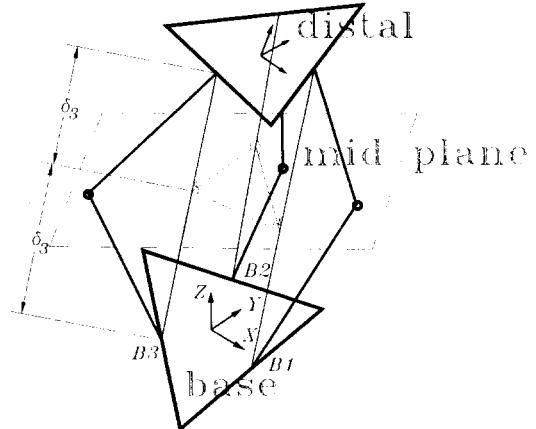


Fig. 4. Distance to mid plane from base revolut joint

볼 조인트의 위치는 길이  $l$ 의 벡터가 기준판의 revolute 조인트를 회전축으로 하여  $\theta_i$ 만큼 회전한 것으로 생각할 수 있으므로 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{m}_i = R_{[\hat{u}_i, \theta_i]} l \hat{q}_i \quad (1)$$

이때  $R_{[\hat{u}_i, \theta_i]}$ 은 다음 식으로 나타내어진다.

$$R_{[\hat{u}_i, \theta_i]} = \begin{bmatrix} u_x u_x \nu + c\theta & u_x u_y \nu - u_z s\theta & u_x u_z \nu + u_y s\theta \\ u_x u_y \nu + u_z s\theta & u_y u_y \nu + c\theta & u_y u_z \nu - u_x s\theta \\ u_x u_z \nu - u_y s\theta & u_y u_z \nu + u_x s\theta & u_z u_z \nu + c\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$c\theta = \cos(\theta_i), s\theta = \sin(\theta_i), \nu = 1 - c\theta$$

$$\hat{\vec{u}}_i = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

중간평면의 방정식은 식(4)와 같다.

$$A_m X + B_m Y + C_m Z + D_m = 0 \quad (4)$$

$A_m, B_m, C_m$ 은 평면의 방향을 의미하므로  $\vec{N}_m$ 을 중간평면에 수직한 벡터라고 하면 다음 식으로 계산된다.

$$\vec{N}_m = [A_m, B_m, C_m]^T = (\vec{m}_2 - \vec{m}_1) \times (\vec{m}_3 - \vec{m}_2) \quad (5)$$

그러므로 중간평면의 방향코사인  $\hat{N}_m$ 은 아래와 같다.

$$\hat{N}_m = \frac{[A_m, B_m, C_m]^T}{\sqrt{A_m^2 + B_m^2 + C_m^2}} \quad (6)$$

$-D_m$ 은 중간평면이 원점으로부터의 거리에 관계되는 값이므로 다음의 과정을 거쳐서 유도할 수 있다. 중간 평면의 식 (4)를 다시 쓰면 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\frac{A_m X + B_m Y + C_m Z}{|\vec{N}_m|} = \frac{-D_m}{|\vec{N}_m|} \equiv d \quad (7)$$

Fig 5. 예 도시한 관계에 의하여

$$d = |\vec{m}_1| \cos \alpha = \frac{-D_m}{|\vec{N}_m|} \text{ 가 된다.}$$

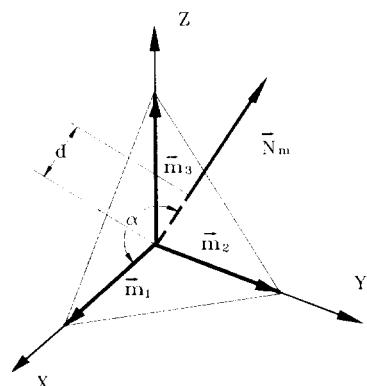


Fig 5. Relationship between  $\vec{N}_m$ ,  $\vec{m}_1$ ,  $d$

그리므로 식 (8)의 관계가 성립한다.

$$D_m = -|\vec{N}_m| \cos \alpha = -\vec{N}_m \cdot \vec{m}_1 \quad (8)$$

중간평면의 식이 구해졌으므로 이제  $b_i$ 와  $d_i$ 사이의

거리를 구할 수 있다. 즉,  $b_i$ 로부터 중간평면까지의 거리  $\delta_i$ 는 중간평면과 나란하며  $(b_{ix}, b_{iy}, b_{iz})$ 를 지나는 평면과 중간평면 사이의 거리와 같다.  $(b_{ix}, b_{iy}, b_{iz})$ 를 지나는 평면의 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{A_m X + B_m Y + C_m Z}{\pm |\vec{N}_m|} = \frac{A_m b_{ix} + B_m b_{iy} + C_m b_{iz}}{\pm |\vec{N}_m|} \quad (9)$$

그러므로 두 평면사이의 거리는 식(7)의 좌변과 식(9)의 좌변의 차와 같다. 여기서 분모의 부호는 주어진 점이 중간평면에 대하여 어느쪽에 있는지를 의미하는 것으로써  $D_m$ 의 부호와 반대로 취해주면 된다.

$$\delta_i = \frac{A_m b_{ix} + B_m b_{iy} + C_m b_{iz} + D_m}{\pm |\vec{N}_m|} \quad (10)$$

이제 전체 고정좌표계에 대한 이동판의 revolute 조인트의 위치벡터는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{d}_i = \vec{b}_i + 2\delta_i \hat{N}_m \quad (11)$$

이동판의 지역좌표계 중심위치는 다음식으로 주어진다.

$$\vec{Cp}_T = \vec{Cp}_D = \frac{(\vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3)}{3} \quad (12)$$

이동판의 지역좌표계를 나타내는  $\xi$ 축,  $\eta$ 축,  $\zeta$ 축의 방향 코사인  $\hat{X}_D$ ,  $\hat{Y}_D$ ,  $\hat{Z}_D$ 는 식(13)~(15)에 의하여 계산된다. 먼저  $\hat{Z}_D$ 는 이동판의 평면과 수직한 방향이므로 아래와 같이 구해진다.

$$\hat{Z}_D = \frac{(\vec{d}_2 - \vec{d}_1) \times (\vec{d}_3 - \vec{d}_2)}{|(\vec{d}_2 - \vec{d}_1) \times (\vec{d}_3 - \vec{d}_2)|} \quad (13)$$

마찬가지로  $\hat{X}_D$ 는 이동판의 지역좌표계 원점과 revolute 조인트  $d_1$ 을 잇는 직선의 방향이므로

$$\hat{X}_D = \frac{\vec{d}_1 - \vec{Cp}_D}{|\vec{d}_1 - \vec{Cp}_D|} \quad (14)$$

$\hat{Y}_D$ 는  $\hat{X}_D$ ,  $\hat{Z}_D$ 와 각각 수직이며 오른손 법칙에 의하여  $\hat{Y}_D$ 를 결정하면 식 (15)와 같다.

$$\hat{Y}_D = \frac{\hat{Z}_D \times \hat{X}_D}{|\hat{Z}_D \times \hat{X}_D|} \quad (15)$$

툴 프레임의 좌표계는 이동판과 같은 중심위치에서  $\hat{Z}_D$ 를 축으로 하여  $\theta$ 만큼 회전한 것과 같게 된다.

$$\hat{Z}_T = \hat{Z}_D \quad (16a)$$

$$\hat{X}_T = R_{[\hat{Z}_D, \theta]} \hat{X}_D \quad (16b)$$

$$\hat{Y}_T = R_{[\hat{Z}_D, \theta]} \hat{Y}_D \quad (16c)$$

이때,  $R_{[\hat{Z}_D, \theta]}$ 는 식 (2) 와 같은 형태로서  $\hat{u}_n, \theta_i$

대신에  $Z_D$ ,  $\theta_r$ 를 각각 대입한 행렬이 된다.

### 3.3 역기구학 해석

역기구학 해석은 주어진 툴 프레임의 위치를 얻기 위해선에는 입력각  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $\theta_r$ 을 어떻게 주어야하는지를 계산하는 문제이다. 역기구학 해석은 순기구학보다 공간상에서 자유도가 4라는 점에서 좀더 복잡하고 어려워진다. 그러나 제안된 기구에서는 기준판과 툴 프레임 사이에는 4자유도가 존재하지만, 기준판과 이동판 사이에는 플런지에 의한 하나의 자유도와 2개의 각자유도만이 존재하게 된다. 나머지 하나의 각자유도는 툴 프레임과 이동판 사이의 각자유도이다. 그러므로 역기구학 해석에서는 전체 고정좌표계에 대한 툴 프레임의 지역좌표계 중심의 위치  $C_{pr}(x_T, y_T, z_T)$ 를 줄으로써 이동판과 기준판사이의 각자유도 2개와 플런지 길이  $P_d$ 를 구속시켜 줄 수 있고,  $X_T$ 가 입력값으로 주어지면 툴 프레임과 이동판의 자유도를 구속시켜서 모든 자유도에 대한 데이터를 줄 수 있다.

이동판에 수직인 직선과 기준판에 수직인 직선은 한점에서 만나며 이점은 중간평면상에 위치하게된다. 이 점을 회전중심  $c_w$ 라고 하면 중간평면은 회전중심과 이동판과 기준판의 중심으로 이루어지는 삼각형을 이등분하게되어 두 판에서 회전중심에 이르는 거리는 같게 된다. 이 거리를 plunge 거리라고 정의한다. plunge 거리가 일정하면 이동판 중심의 운동은 회전중심  $c_w$ 에 대하여 회전운동하게 되며 오일러 정리를 적용하면, 이 운동을 임의의 한 방향벡터에 대한 회전운동으로 기술할 수 있다.

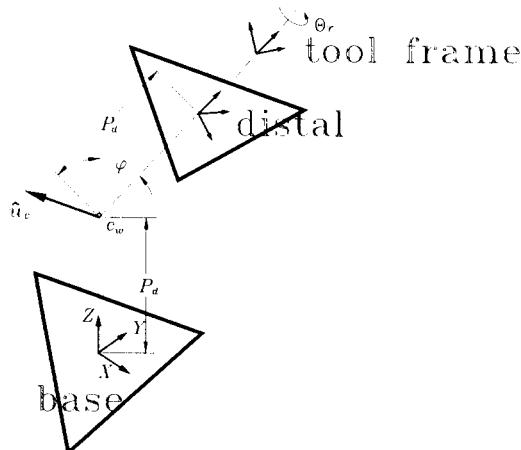


Fig. 6. Rotational relationship between basal plate and distal plate

이동판과 툴 프레임의 중심의 위치는 같으며 Fig 6.에서 도시한 바와 같이 툴 프레임 중심의 운동은 하나의 회전중심  $C_w$ 에 대하여 회전축을 의미하는 단위벡터

$\hat{u}_c$ 를 기준으로  $-\phi$ 만큼 회전하는 1자유도 시스템으로 대신할 수 있게 된다.

역기구학 해석의 첫번째 단계는 좌표계의 설정이다. 여기에서 도입하는 좌표계는 전체 고정좌표계를 기준판의 좌표계인  $[X, Y, Z]$ 로 정의하고  $\hat{u}_c$ 에 대한 회전변환행렬에 있어서 평행이동을 제외시키고 툴 프레임의 수직방향벡터를 입력정보로부터 직접 얻기 위하여  $C_w$ 를 원점으로 하는 지역좌표계  $[x', y', z']$ 을 정의한다. 역기구학의 해석은 지역좌표계상에서 유도되며 전체 고정좌표계로의 변환식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X &= x' \\ Y &= y' \\ Z &= z' + p_d \quad (p_d \text{는 plunge 거리}) \end{aligned} \quad (17)$$

입력 정보로서 툴 프레임의 지역좌표계상의 위치  $[x_T, y_T, z_T]$  가 주어지면 Fig 6.에 도시한 관계에 의하여 plunge 거리는 식 (18)과 같이 계산되며 툴 프레임의 수직방향벡터  $\hat{Z}_T$ 는 식 (19)와 같이 구해진다.

$$p_d = \sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2} \quad (18)$$

$$\hat{Z}_T = \frac{1}{p_d} [x_T, y_T, z_T]^T \quad (19)$$

두번째 단계는 회전축  $\hat{u}_c$ 와 회전각  $\phi$ 의 계산이다. 회전축  $\hat{u}_c$ 는 기준판의 Z축 단위벡터인  $\hat{Z}_B$  와 툴 프레임의 Z축 단위벡터  $\hat{Z}_T$ 에 수직인 단위벡터이다.

$$\hat{u}_c = \frac{\hat{Z}_T \times \hat{Z}_B}{|\hat{Z}_T \times \hat{Z}_B|} \quad (20)$$

회전각  $\phi$ 는  $\hat{Z}_T$  와  $\hat{Z}_B$ 가 이루는 각도가 되므로

$$\phi = \cos^{-1}(\hat{Z}_T \cdot \hat{Z}_B) \quad (21)$$

이동판의 revolute 조인트 위치벡터  $\vec{d}_i$ 는 기구가 움직이기 전의 조인트 위치벡터  $\vec{d}'_i$ 를  $\hat{u}_c$ 를 축으로 하여  $-\phi$ 만큼 회전시킨 것과 같다. 기구가 움직이기 전의 초기상태를 Z축 방향으로 직립한 상태라고 생각할 수 있으므로  $\vec{d}'_i$ 는 기준판의 조인트 위치보다 Z방향으로  $p_d$ 만큼 위에 있게 될 것이다.

$$\vec{d}'_i = [b_{ix}, b_{iy}, p_d]^T, i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

그러므로  $\vec{d}_i$ 는 식 (23)으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{d}_i = R_{[\hat{u}_i, -\phi]} \vec{d}'_i, i = 1, 2, 3 \quad (23)$$

이때  $R_{[\hat{u}_i, -\phi]}$ 는 식 (2)와 같은 형태로써  $\hat{u}_i$  대신에  $\hat{u}_i$ 를 적용하고  $\theta_i$  대신에  $-\phi$ 를 대입한 행렬이다.

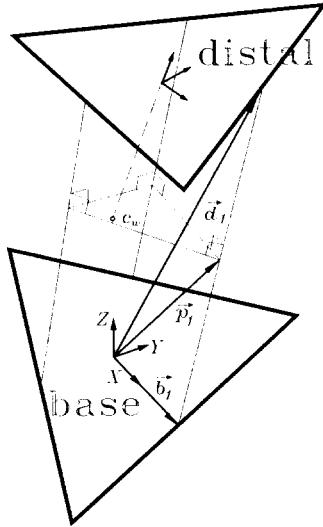


Fig 7. Relationship between  $\vec{b}_i$ ,  $\vec{d}_i$ ,  $\vec{p}_i$

3개의 볼 조인트에 의해 형성되는 중간평면과 이동판과 기준판의 조인트들을 연결한 직선이 만나는 점을 나타내는 위치벡터를  $\vec{p}_i$ 라고 하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\vec{p}_i = \frac{(\vec{d}_i + \vec{b}_i)}{2}, i = 1, 2, 3 \quad (24)$$

중간평면의 방정식은 순기구학에서와 같이  $\vec{p}_i$ 에 의해 구해진다. 평면의 식을 식 (4)와 같이 나타낼 때 계수들은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\vec{N}_m = [A_m, B_m, C_m]^T = (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \times (\vec{p}_3 - \vec{p}_1) \quad (25)$$

$$D_m = -\vec{N}_m^T \cdot \vec{p}_1 \quad (26)$$

볼 조인트와 기준판의 revolute 조인트를 연결하는 링크의 길이가 고정되어 있고, 세개의 볼 조인트들은 모두 중간평면상에 위치해야 하므로 다음 식 (27) 및 (28)을 얻을 수 있다.

$$|\vec{m}_i - \vec{b}_i| = l, i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

$$A_m m_{ix} + B_m m_{iy} + C_m m_{iz} + D_m = 0$$

$$, i = 1, 2, 3 \quad (28)$$

식 (27)~(28)은 미지수가 9개이나 식의 숫자가 6개로써 볼 조인트의 위치벡터  $\vec{m}_i$ 를 구하기 위해서는 3개의 제한식이 더 필요하게 된다. 3개의 볼 조인트는 기준판의 revolute 조인트가 1개의 각자유도만을 가지므로 revolute 조인트의 회전축에 수직인 평면상에서 반지름이 링크의 길이와 같은 원운동을 하게 된다. 이 원을 포함하는 평면의 방정식을 식 (29)와 같이 정의하고 그 방향코사인을 식 (30)으로 정의한다.

$$A_{ci} X + B_{ci} Y + C_{ci} Z + D_{ci} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (29)$$

$$\hat{N}_{ci} = [A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}]^T \quad (30)$$

$\hat{N}_{ci}$ 는  $\hat{u}_i$  와 같으므로 Z축 방향 코사인인  $C_{ci}$ 는 0이 되며,  $D_{ci}$ 는 식 (31)과 같이 계산될 수 있는데  $\vec{u}_i$ ,  $\vec{b}_i$ 가 서로 수직이므로 0이 됨을 알 수 있다.

$$D_{ci} = -\hat{N}_{ci}^T \cdot \vec{b}_i = \hat{u}_i^T \cdot \vec{b}_i = 0 \quad (31)$$

볼 조인트의 위치는 이 평면과 중간평면이 만나는 점들중에서 길이가  $l$  인 점이 되므로 식 (32)과 (27), (28)을 연립하여  $\vec{m}_i$ 를 구할 수 있게 된다.

$$A_c m_{ix} + B_c m_{iy} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (32)$$

식 (27),(28),(32)를 연립하여  $m_{ix}$ 에 대한 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$A_i m_{ix}^2 + B_i m_{ix} + C_i = 0, i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

이때  $A_i, B_i, C_i$ 는 식 (34)과 같다.

$$A_i = 1 + \left\{ \frac{A_{ic}}{B_{ic}} \right\}^2 + \left\{ \frac{A_m}{C_m} \right\}^2 - \left\{ \frac{2A_{ic}A_mB_m}{B_{ic}C_m} \right\} + \left\{ \frac{A_{ic}B_m}{B_{ic}C_m} \right\}^2 \quad (34a)$$

$$B_i = -2b_{ix} + \frac{2A_{ic}b_{ix}}{B_{ic}} + \frac{2A_mb_{iz}}{C_m} - \frac{2A_{ic}B_mb_{iz}}{B_{ic}C_m} + \frac{2A_mB_mD_m}{C_m^2} - \frac{2A_{ic}B_mD_m}{B_{ic}C_m^2} \quad (34b)$$

$$C_i = b_{ix}^2 + b_{iy}^2 + b_{iz}^2 + \frac{2b_{iz}D_m}{C_m} + \frac{D_m^2}{C_m^2} - l^2 \quad (34c)$$

그러므로  $m_{ix}$ 는 식 (33)의 해가 되며 링크가 바깥쪽으로 접하는 경우와 안쪽으로 접하는 경우에 대하여 2개의 값이 계산되므로 계산된 값 중에서 링크가 안으로 접하지 않도록 하는 값을 선택한다.

$$m_{ix} = \frac{-B_i \pm \sqrt{B_i^2 - 4A_iC_i}}{2A_i} \quad (35)$$

$m_{iy}$ 와  $m_{iz}$ 는 식 (35)에서 구한  $m_{ix}$ 로부터 다음 식

들에 의하여 계산된다.

$$m_{iy} = -\frac{A_{ic}}{B_{ic}} m_{ix} \quad (36)$$

$$m_{iz} = -\frac{(A_m - \frac{B_m A_{ic}}{B_{ic}}) m_{ix} + D_m}{C_m} \quad (37)$$

기준판의 revolute 조인트에 입력된  $\theta_i$ 는 조인트  $m_i$  와 조인트  $b_i$ 를 잇는 링크의 방향벡터와  $\vec{q}_i$ 가 이루는 각도와 같으므로 입력각에 대한 식은 다음 식으로 표현된다.

$$\theta_i = \cos^{-1}\left(\frac{(\vec{m}_i - \vec{b}_i) \cdot \hat{\vec{q}}_i}{|(\vec{m}_i - \vec{b}_i)| |\hat{\vec{q}}_i|}\right) \quad (38)$$

마지막으로 툴 프레임과 이동판과의 회전각도  $\theta_r$ 은 다음 식으로 구해진다.

$$\theta_r = \cos^{-1}( \vec{X}_D \cdot \vec{X}_T ) \quad (39)$$

## 4. 작업공간 해석

### 4.1 해석 방법

기구가 운동을 할 때 기구학적으로 제한된 조건에 따라서 끝단이 도달할 수 있는 영역을 작업공간이라고 한다.

역기구학 해석에서 보았듯이 제안된 기구는 일정한 폴런지 거리에 따라서 구의 궤적을 따르는 작업공간을 나타낸다. 이러한 방법은 전체 작업공간을 직관적으로 파악하기에 어려운 점이 있다. 여기서는 그러한 난점을 해결하고자 XY평면에 나란한 평면들로 작업공간을 잘랐을 때 나타나는 평면적 작업공간을 일정한 간격으로 구하여 Z축에 대해 합산하는 방식으로 작업공간을 표현하도록 한다.

평면적 작업공간을 구하기 위하여 Z값이 일정한 임의의 점을 입력으로 하여 역기구학으로부터 얻은 수식들로부터 링크들이 이루는 볼 조인트의 각도를 구하고 이 조건에 만족하는 점들을 작업공간으로 인정한다. 보다 직관적인 이해를 위하여 작업공간의 경계만으로 그래프를 도시했으며 경계를 추출해내기 위한 방법으로 참고문헌[7]에서 제시한 삼각형 추적자를 이용한 경계추적법을 적용하였다.

### 4.2 작업공간의 조건식

제안된 기구는 강체로 가정된 일정한 길이의 링크들과 기구학적 조인트들로 구성되어 있다. 그러므로 링크들에 의하여 생기는 변위의 제한과 조인트에서 기인된 각도 제한이 존재하게 된다. 링크에 의한 변위제한은

3절에서 수영안 기구학적 해석으로부터 계산될 수 있으며 각도제한으로는 입력각  $\theta_i$ 가  $180^\circ$ 를 넘을 수 없다는 것과 볼 조인트가 가지고 있는 각도 제한 조건이 존재한다. 볼 조인트는 이상적인 경우에는 각도 제한이 없으나 그러한 모델은 실제로 제작이 어려우므로 여기서는 볼 조인트에 연결된 두개의 링크 사이의 각도가  $80^\circ$ 보다 작을 수 없다는 것을 제한 조건으로 하여 해석을 실행한다.

### 4.3 삼각형 추적자를 이용한 경계추적법

기존의 격자 경계 추적법은 곡선의 모양이 작은 각도로 급격히 변화하거나 경계 추적 방향에 대하여 급격한 변화를 보이는 경우에 대하여는 적절하지 못하였다. 이러한 단점을 개선하고 곡선에 따라서 등간격으로 경계를 추적할 수 있도록 한 방법이 삼각형 추적자를 이용한 경계추적법이다.

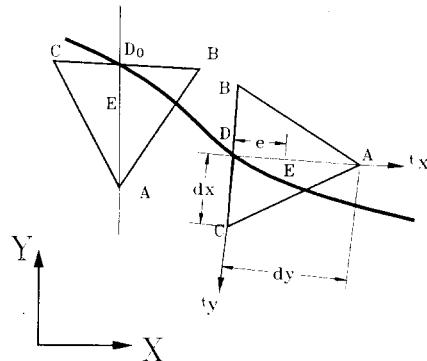


Fig. 8. Concept of triangle tracer method

경계상의 한 점을 이분법으로 찾아내어 초기점  $D_0$ 로 주어지면 이 점을 삼각형의 밑변의 중점  $D$ 로 선택하여 내부의 한 점  $e$ 가 경계의 영역 안쪽인지 바깥쪽인지지를 판단하고 내부인 경우를 '+'로, 외부인 경우를 '-'로 정의한다. 점  $e$ 가 영역의 어느 한쪽으로부터 다른 한쪽으로 이동하도록 삼각형을 밑변의 중점을 회전중심으로 하여 일정한 각도만큼 계속 회전시키다가 부호가 바뀌게되면 두 점사이에 경계가 존재한다는 것이므로 현재의 위치와 전 단계의 위치에 관해서 원하는 정확도를 얻을 때까지 이분법을 수행해서 새로운 경계점을 찾아낸다. 새로운 경계점을 기준으로 같은 방법을 반복하여 곡선을 따라서 경계를 추적하다가 최초 경계점  $D_0$ 가 삼각형 추적자의 내부에 오게 되면 추적을 종료한다.

본 연구에서는 참고문헌[7]에서 제시한 알고리듬을 기본으로 본 논문에 불필요한 부분을 일부 수정하여 PC의 MATLAB을 이용하여 프로그램을 작성하였다.

#### 4.4 작업공간 해석에 대입된 기하학적 치수

여기에서는 본 논문과 함께 제출된 실험모형의 치수를 기준으로 각 벡터의 값들을 결정했다. 다음의 벡터들에 있어서 모든 단위는 cm단위이다.

(1) 기준판의 revolute 조인트 위치벡터

$$\vec{b}_1 = [9, 0, -P_d]^T$$

$$\vec{b}_2 = [-4.5, 7.7942, -P_d]^T$$

$$\vec{b}_3 = [-4.5, -7.7942, -P_d]^T$$

(2) 링크의 길이

$$l_i = 15, i = 1, 2, \dots, 6$$

(3) 회전축에 대한 방향코사인

$$\hat{u}_1 = [0, 1, 0]^T$$

$$\hat{u}_2 = [-0.866, -0.5, 0]^T$$

$$\hat{u}_3 = [0.866, -0.5, 0]^T$$

$$\hat{q}_1 = [-1, 0, 0]^T$$

$$\hat{q}_2 = [0.5, -0.866, 0]^T$$

$$\hat{q}_3 = [0.5, 0.866, 0]^T$$

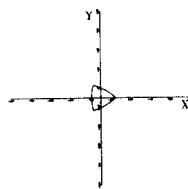


Fig. 9. Workplane at  
Z=14.7

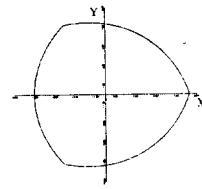


Fig. 10. Workplane  
at Z=10.9

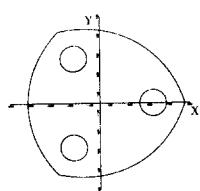


Fig. 11. Workplane at  
Z=10.7

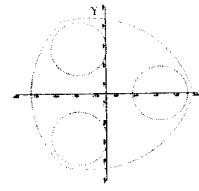


Fig. 12. Workplane at  
Z=10.5

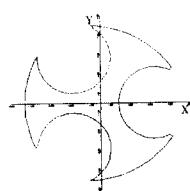


Fig. 13. Workplane at  
Z=10.3

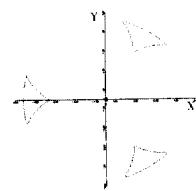


Fig. 14. Workplane at  
Z=9.7

#### 4.5 작업 공간의 도시

다음의 Fig. 9 ~ Fig. 14는 일정한 Z값에 따른 작업 공간의 변화를 도시한 것이다. 여기서 Z값은 역기구학에서 정의한 지역좌표계에 따른 Z축의 값이다.

Fig. 9 ~ Fig. 14에 나타나듯이 Z값이 큰 경우에는 아주 작은 작업공간을 보이며 Revolute 조인트가 위치한 120도를 간격으로 대칭이 되는 모양을 나타낸다. 이러한 모양은 Z값이 작아짐에 따라서 같은 형상을 유지하며 계속 커지다가 Z값이 어떤 값 이하로 내려가게 되면 Fig.11,12의 내부의 세 원으로 나타나는 이동할 수 없는 영역이 발생하게 된다. 이 영역은 조인트가 위치하고 있는 곳을 중심으로 발생하게 되며 Z값이 더욱 감소하게 되면 Fig. 13과 같은 형상으로 발전하게 된다.

작업공간의 조건식으로써 두 링크가 이루는 각도를 80도로 제한했으므로 세쌍의 링크가 80도를 이루게 되는 경우가 Z값이 가질 수 있는 한계 값이 된다. 실제로는 9.642cm 정도가 되는데 Fig. 14에 9.7인 경우의 작업공간을 도시했다.

Fig. 15~18은 평면적 작업공간 해석을 바탕으로 제작한 3차원 실물 모형의 사진이다.



Fig 15. Top view of the workspace

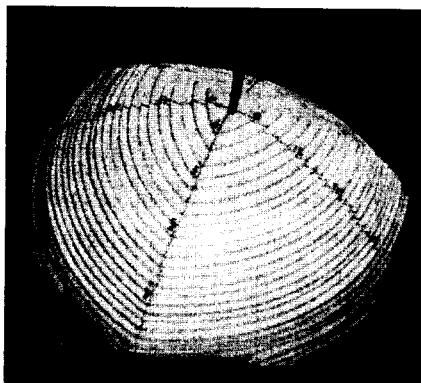


Fig 16. 45 ° View of the workspace



Fig 17. Bottom view of the workspace

## 5. 결 론

Clemens Coupling 형태의 4자유도 평행구조 로보트 손목기구에 대한 순기구학 해석과 역기구학 해석의 폐형해를 이용하여, 3차원 공간상의 작업공간을 삼각형 추적자를 이용한 경계 검출법에 의하여 해석하고 2차원 평면 그래프로 도시하였으며 3차원 실물 모형을 제작했다.

이 기구에 대한 동력학적 해석은 수행중에 있으며 추후 발표 예정이다.

## 참고문헌

- [1] Clemens, M., 1872, "Universal Joint Coupling for Connection Shafts," *U.S.Patents*, 125,880&125,881
- [2] Hunt, K.H., 1983, "Structural Kinematics of In-Parallel Actuated Robot-Arms," *Journal of Engineering for Industry*, pp.455-464.
- [3] Salerno, R.J. , Canfield, S.L. , Ganino, A.J. , Reinholtz, C.F. , "A Parallel, Four Degree-of-Freedom Robotic Wrist," *ASME Design Conference* to be published in Sep. 1995.
- [4] Craig, J.J., "Introduction to Robotics," Addison Wesley
- [5] Nikravesh, P.E., "Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems," Prentice-Hall
- [6] Meriam, J.L. & Kraige, L.J. , "Engineering Mechanics," Wiley
- [7] 홍정민,백윤수,김호룡., 1994, "임의의 2차원 형상의 경계검출법에 대한 비교 연구," *Journal of the Engineering Research Institute, Yonsei University*, Vol. 26, No.1, pp. 97-106.