

변수분리의 원리를 이용한 RC구조물의 최적설계

Optimum Design of RC Frames based on The Principle of Divided Parameters

정	영	식*
Chung	Young	Shik
정	석	준**
Chung	Suck	June
김	봉	익***
Kim	Bong	Ick

ABSTRACT

This work presents a method of optimum design for reinforced concrete building frames with rectangular cross sections. The optimization techniques used is based on the principle of divided parameters. The design variable parameters are divided into two groups, external and internal, and the optimization is also divided into external and internal procedure. This principle overcomes difficulties arising from the presence of two materials in one element, the property peculiar to reinforced concrete.

Several search algorithms are tested to verify their accuracy for the external optimization. Among them pattern search algorithm has been found consistent. This work proposes a new method, modified pattern search, and a number of sample problems prove its accuracy and usefulness.

Exhaustive search for all local minima in the design spaces for two sample problems has been carried out to understand the nature of the problem. The number of local minima identified is quite more than expected and it has become understood that the researcher's task in this field is to find a better local minimum if not global.

The designs produced by the method proposed have been found better than those from other method, and they are in full accord with ACI Building Code Requirements(ACI 318-89).

1. 서 론

본 연구에서는 사각형단면을 가지는 철근콘크리트 뼈대구조물의 최적 및 자동설계방법을 제시하고자 한다. 철근콘크리트 구조는 한단면이 두가지의 재료로 구성되는 특성이 있어 이에 따르는 어려움을 해소하고 설계과정의 효율화를 위하여 변수분리의 원리를 도입하였다^[1].

모든 설계변수를 외부변수 및 내부변수로 제약조건을 외부 및 내부제약조건으로 분리하고 외부최적화를 수행하면서 여러차례의 내부최적화가 수행되도록 하는 방법이다.

제 2장에서 변수분리의 원리를 요약설명하고 제

3장에서는 RC구조물의 설계공간의 특성에 대하여 논하였다. 제 4장에서는 외부 및 내부최적화방법을 논하고 여러가지 최적화 기법들을 비교검토하였으며 이들중 Pattern Search방법을 수정한 한 방법을 제시하였다. 제 5장은 여러 적용예를 보이고 있으며 이들 예를 통하여 본 연구에서 제시하는 방법의 우수성을 입증하였다.

본 연구의 결과 얻어진 최적설계방법은 ACI Code(ACI 318-89)를 만족하는 현실적인 설계로서 그 비용이 최소가 되는 설계를 제공하며 이용자의 요구에 따라 여러가지 대안설계도 제공될 수 있다.

2. 설계변수분리

철근콘크리트(RC)의 특성상 한 단면이 2가지의 재료(철근과 콘크리트)로 구성되기 때문에 이의 최적설계에는 많은 어려움이 따른다. 이러한 문

* 울산대학교 토목공학과

** 선경건설(주)

*** 통영수산전문대학 해양토목과

제를 해결하기 위해 설계변수분리의 원리를 사용했으며, 이 원리를 사용하기 위해 모든 설계변수 x_1, \dots, x_m 를 외부설계변수 x_1, \dots, x_n ($n < m$)와 내부설계변수 x_{n+1}, \dots, x_m 의 2개의 그룹으로 나눈다. 일반적으로 최적화문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } Y(x_1, x_2, \dots, x_m) & (1) \\ & \text{subject to } f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq 0, \\ & \qquad \qquad \qquad i=1, \dots, L & (2) \end{aligned}$$

위의 일반식에서 철근콘크리트(RC)의 특성상, 사용된 모든 변수(x_1, x_2, \dots, x_m)를 2개의 그룹(내부, 외부)으로 나눈다. 제약조건식(2)중에서 1에서 N까지를 외부제약조건으로, 나머지 K(=L-N)개의 제약조건을 내부제약조건으로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, i=1, \dots, N \quad (3)$$

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq 0, i=1, \dots, K \quad (4)$$

위의 변수분리의 원리를 RC구조물의 설계에 적용하여 내·외부변수 및 제약조건을 분류하면 다음과 같다.

	변 수	제약 조건
외부	콘크리트 강도. 단면의 치수.	최소치수 제한. 변위 제한.
내부	철근단면적.	응력제한.

외부제약조건식(3)은 외부변수만을 포함하고 변위 및 재단모멘트의 계산에 사용되는 단면의 강성 EI는 철근을 고려하지 않은 콘크리트 총단면(EI_g)만을 생각한다. 외부제약조건을 만족하는 외부변수의 값이 결정되면 이 외부변수와 내부변수(철근량)모두를 포함하는 내부제약조건(4)을 만족하는 최적설계를 구하는 것이 내부최적화 과정이다. 이와 같이 구해진 다수의 내부최적설계중에서 최적설계를 구하는 과정이 외부최적화이다.

3. RC구조물의 설계공간의 특성

RC구조물의 설계공간의 특성을 파악하기 위하여 8개의 변수를 가진 3경간4층평면빔대구조물(예^[2])로 하여 전설계공간을 검색(Exhaustive search)하고 모든 국지최적설계(local minima)를 찾아내었다. 평면빔대구조물은 16개의 기둥과 12개의

보로 전부 28개의 부재로 구성되어있으나, 전구조의 폭을 같이하고 각층별로 보의 높이를 같게 하면 설계변수는 8개로 줄어들며 다음과 같다.

1. 콘크리트강도.
2. 보나 기둥의 폭.
3. 바깥기둥의 단면의 높이(depth).
4. 안 기둥의 단면의 높이(depth).
5. 각층별로의 보의 높이(1, 2, 3, 4층)

사용된 설계변수는 이산변수(discrete variable)이며 각 변수가 갖는 값은 Table 1.에 소개되어 있다. 외부최적화과정중 Table 1.의 데이터의 경우에는 총 120,000가지의 설계가 있으며 각각의 경우마다 내부최적화 과정인 철근의 단면적의 선택이 이루어진다. 이 120,000가지의 설계중 27개의 국지최적설계가 발견되며 이들이 Table 2.에 실려있다. 하나의 국지설계는 주변의 6561(3⁸)개의 설계중의 최적설계이며 이러한 국지최적설계가 27개가 존재한다는 것은 어떠한 Algorithm으로도 전공간최적설계(global optimum)를 찾을 수 있는 보장이 없음을 알게 된다.

Table 1. Design data, geometrical dimension and property of material

	폭	바깥기둥 높이	안기둥 높이	보의 높이	콘크리트 강도
1	38.0	40.0	35.0	50.0	210.0
2	40.0	45.0	40.0	55.0	280.0
3	42.0	50.0	45.0	60.0	350.0
4	44.0	55.0	50.0	65.0	
5				70.0	

Table 2. Local Optimum Designs

	설계변수의 값								최적값
1	1	1	1	1	3	5	4	4	2700.97
2	1	1	1	1	5	5	2	2	2739.02
3	1	1	1	1	5	5	2	4	2707.81
4	1	1	1	1	5	5	4	2	2720.14
5	1	1	1	2	3	5	2	4	2715.39
6	1	1	1	2	3	5	4	2	2734.56
7	1	1	1	2	5	5	4	4	2691.33**
8	1	2	1	1	1	1	2	2	2700.64
9	1	2	1	1	1	1	2	4	2709.19
10	1	2	1	1	1	1	4	2	2714.67
11	1	2	1	1	1	1	4	4	2716.36
12	1	2	1	1	1	3	2	2	2697.89
13	1	2	1	1	1	3	2	4	2706.44

14	1	2	1	1	1	3	4	2	2718.76
15	1	2	1	1	1	3	4	4	2713.61
16	1	2	1	1	1	5	2	2	2718.76
17	1	2	1	1	1	5	2	4	2720.46
18	1	2	1	1	1	5	4	2	2732.79
19	1	2	1	1	1	5	4	4	2727.64
20	1	2	1	1	3	1	2	2	2711.58
21	1	2	1	1	3	2	4	2	2708.83
22	1	2	1	1	3	2	4	4	2703.68
23	1	2	1	1	3	3	2	2	2715.68
24	1	2	1	1	3	5	2	2	2729.71
25	1	2	1	1	5	2	2	2	2708.83
26	1	2	1	1	5	2	2	4	2710.52
27	1	2	1	1	5	2	4	2	2722.85

** : Global minimum.

4. 외부 및 내부최적화 방법

외부최적화 과정은 제2장에서 언급한 바와 같이 외부(최소치수 및 변위) 제약조건을 만족하는 설계의 외부변수(콘크리트 강도, 단면의 치수)의 값만을 우선 선택하고, 내부최적화를 통하여 내부 제약조건(설계강도 \geq 소요강도)까지를 만족하는 최적의 내부변수(철근량)와 총비용을 구하여 최적의 설계를 찾아가는 과정이다. 이 과정을 도표로 나타낸 것이 Fig.1이다.

여기서 외부최적화 방법은 외부변수의 제선택 Algorithm을 의미하며 내부최적화는 외부변수의 값들이 이미 정해진 상태에서 최적의 내부변수를 찾아내는 것이다. 외부제약조건은 외부변수의 값만으로 그 만족여부가 판별되며 내부제약조건은 외부, 내부변수 모두의 값이 결정되어야 그 만족 여부를 알 수 있다. 본 연구에서 채용한 외부 및 내부 최적화과정을 다음 각절에서 설명한다.

4.1 외부최적화

가장 적절한 외부최적화 방법을 찾기 위하여 여러 가지 최적화 기법(search technics)을 검토하였으며 그 종류는 아래와 같다.

- Method of Coordinate Descent.
- Method of Rotating Coordinates.
- Method of Pattern Search.
- Simplex Method.

위에 제시된 방법들을 사용하여 Table 1.에 의한 자료로 3경간4층 평면배대구조물(제 3장의 예)에 대해 적용시켜 나온 결과를 Table 3.에 소개한다.

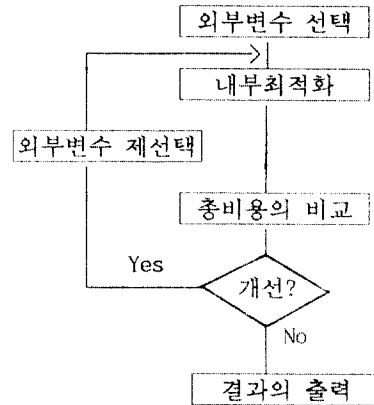


Fig.1 Flow of Optimal Design

Table 3. Results of Sample Problem

class	Design 1	Design 2	Design 3
A	2693.06	2703.68	2703.68
B	2693.06	2703.68	2703.68
C	2704.32	2704.41*	2703.68
D	2700.64	2709.19	2709.19

*: not local minimum.

설계변수 초기치

Design 1 : 2 3 3 3 4 4 4 3
 Design 2 : 2 3 3 3 3 3 3 3
 Design 3 : 2 2 2 2 3 3 3 3

어느 방법이건 설계변수의 초기치를 달리 잡으면 다른 국지최적설계로 수렴함을 알 수 있었으며 이와 같이 각기 다른 설계를 Table 3.에서는 Design 1, 2, 3이라 칭하였다. 또한 어느 방법도 전공간최적설계(Table 2, 설계 No.7, 2691.33)를 찾아내지 못했다. 위의 여러 가지 최적화기법중 A, B방법은 초기치 값의 경우별로 같은 local minimum이 됨을 알 수 있고, C방법은 초기값의 변화에 대해 local minimum이 아닌 경우도 있지만 비교적 일정한 값에 접근함을 알 수 있다. D방법은 다른 여러 방법에 비해 큰 값이 나왔다.

본 연구에서는 Pattern Search방법(방법 C)이 설계변수의 초기치의 변화에 관계없이 비교적 비슷한 설계로 수렴함을 알아내고 이 방법을 다소 수정한 Modified Pattern Search방법을 제시한다. 이 방법은 2개의 초기값을 사용하여 구해진 각기 다른 두 설계의 중간 설계를 다시 초기값으로 하여 구하는 방법으로 계산시간이 다른 것보다는 많은 점은 있지만 대체로 다른 방법보다 적은 값의 local minimum으로 수렴함을 알 수 있었으며, 특히 위 예의 3경간4층평면배대구조물의

경우는 global minimum(2691.33)으로 수렴하였다.

이 과정을 Fig 2.에서 소개한다.

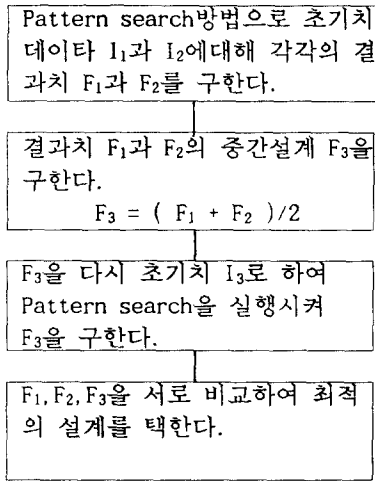


Fig 2. Flow of Modified Pattern Search.

4.2 내부최적화

내부최적화는 외부변수들의 값을 확정해놓은 상태에서 내부제약조건(설계강도 >= 소요강도)을 만족하면서 비용이 최소가 되는 철근량을 결정하는 과정이다. 여기서 소요강도는 내부최적화 시작 전에 외부변수의 값만으로 결정된 것으로 내부최적화가 진행되는 동안에는 일정한 값을 갖는 것으로 가정한다. 본 연구에서의 소요강도는 ACI 318-89에 따라 다음과 같은 하중조합으로 계산된 소요강도중에서 가장 큰 값을 택한 것이다^[3].

1. $U = 1.4 D + 1.7 L$
2. $U = 0.75(1.4 D + 1.7 L + 1.7 W)$ (5)
3. $U = 0.9 D + 1.3 W$

여기서, U: 소요강도(required strength)

D: 사하중

L: 활하중

W: 풍하중

철근량(내부변수) 역시 연속변수가 아니라 미리 정해놓은 배근중에서 선택하는 이산변수로 취급한다. 본 연구에서의 미리 정해놓은 배근이란 D19와 D22의 조합으로서, 내부변수가 (1부재당 한 개의 변수)가질 수 있는 값은 배근번호이며 한 배근번호는 다음과 같은 여러 가지 값을 포함한다.

1. 배근번호
2. 인장철근 단면적
3. 압축철근 단면적
4. 배근을 위한 단면의 최소폭
5. 인장철근축의 피복두께
6. 단위 길이당 철근의 비용

위에서 2와 3은 기둥의 경우 같은 값을 가지는 경우가 대부분이나 일방향 횡하중을 받는 Portal Frame의 경우 설계자의 선택에 따라 다른 값을 갖게 할 수도 있다. 단면최소폭은 외부변수로 확정된 단면의 폭이 이 배근을 수용할 수 있는지 여부를 알고자 하는 것이며 단위길이당 철근의 비용은 전체철근비용의 계산에 사용된다.

보의 경우 인장철근은 2~3층(Layer)으로도 구성될 수 있으므로 인장철근의 도심으로 부터의 필요피복두께를 정해줄 필요가 있다. 압축철근의 경우는 단층으로 제한하고 피복두께는 시방서에 따르도록 한다. 기둥과 보의 설계강도 산정과 필요설계강도를 위한 철근산정방법이 다르므로 그 과정을 별도로 설명한다.

4.2.1 기둥의 내부최적화

평면배대구조물에서 기둥은 축력과 힘을 동시에 받는 부재이므로 세장의 효과를 고려해야하며, 이 세장효과는 2차 구조해석방법대신 근사치인 모멘트확대계수를 적용하는 것으로 하였다.

확대모멘트는 다음의 식에서 구한다.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (6)$$

여기서 M_{2b}/M_{2s} 는 가로흔들이를 일으키지 않는/일으키는 하중에 의한 단모멘트중 큰 값이며 모멘트확대계수 δ_b, δ_s 는 다음과 같이 구한다.

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - p_u / \phi p_c} \geq 1.0$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \Sigma p_u / \phi \Sigma p_c} \geq 1.0$$

각 기둥의 소요강도는 (5)식의 하중조합으로 계산된 소요강도중 가장 큰 값에 위와 같이 확대계수를 적용한 값이 되며, 이 소요강도를 초과하는 설계강도가 되면서 철근비용이 최소가 되는 배근을 선택하는 과정이 기둥에 대한 내부최적화이다.

4.2.2 보에 대한 내부최적화

각 보의 소요강도는 (5)의 하중조합에 의한 소요강도에 기둥의 세장효과로 인한 모멘트의 확대분이 보로 분배된 것을 합한 것으로 하였다. 보에서는 축방향력을 무시하였으며, 양단부와 중앙의 최대 정모멘트 지점의 소요모멘트강도를 계산하고 이 모두를 만족하는 설계강도가 되면서 철근비용이 최소가 되는 배근을 선택하도록 하였다.

5. 설계 예 제

변수분리의 원리를 사용한 최적화의 특성 및 정확도 등을 분석하기 위하여 5층, 7층, 9층, 10층의 평면뼈대구조물에 적용시켜 보았다.

5.1. 4경간 5층 라아멘 구조물

이 구조물의 제원과 하중상태는 Fig 3.에 소개된다. 이 구조물에 대한 외부최적화 과정에서 변수의 수는 9개가 되며 다음과 같다.

1. 콘크리트강도
2. 보나 기둥의 폭
3. 외측기둥의 단면의 높이
4. 내측기둥의 단면의 높이
5. 각층의 보의 높이 (각층별1개씩:5개)

각 변수가 가질 수 있는 값(Design Data)은 Table 4.에 소개하였다.

위의 조건들을 사용하여 4경간5층라아멘구조물에 대하여 앞에서 소개한 최적화 기법들을 사용하여 나온 결과는 Table 5.에 주어진다.

Table 4. 4경간5층라아멘의 Design Data

	폭	바깥기둥 높이	안기둥 높이	보의 높이	콘크리트 강도
1	38	40	30	50	210
2	40	45	35	55	280
3	42	50	40	60	350
4	44	55	45	65	
5	46	60	50	70	
6	48	65	55	75	
7				80	

Table 5. 4경간5층라아멘의 결과치

	Design 1	Design 2	Design 3
A	4124.63	4299.10	4291.26
B	4124.63	4299.10	4291.26
C	4124.63	4157.78	4157.78
D	4250.18	4250.18	4365.48
E	4124.63		

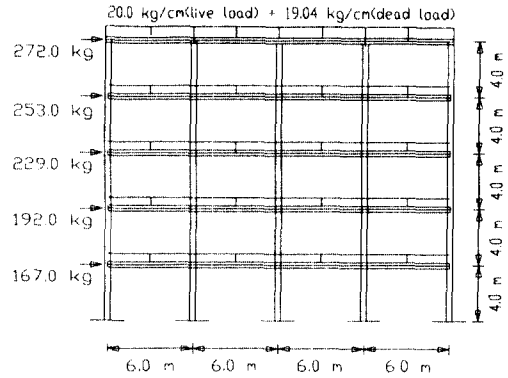


Fig 3. 4경간5층 라아멘의 제원.

여기서 A, B, C, D는 제 4장 Table 3에서 사용된 방법들을 말하며 E는 전술한 바의 본 연구를 통하여 고안한 Modified Pattern Search방법이다. 3가지의 design경우를 비교해 볼 때 A, B방법은 같은 값을 가지며, C방법에서 Design 2, 3이 같은 값을 가짐을 알 수 있다. D방법은 비교적 큰 값이며, E방법은 방법C의 Design 1과 2의 중간설계를 초기치로 하여 얻어진 것이다. 그런데 이 설계는 A, B 및 C의 방법으로 얻은 Design 1과 일치하며 얻어진 목적함수의 값이 모든 설계 중에서 가장 적은 값이다. 이 설계는 Exhaustive Search (PC 486으로 100시간 소요)를 통하여 확인하였던 바 전공간최적설계(Global Optimum Design)임이 확인되었다. 따라서 Modified Pattern Search 방법이 대체로 기존의 방법에 비해 보다 나은 설계를 찾을 수 있는 방법임이 재차 확인된 셈이다.

5.2 7층, 9층^[2], 10층라아멘구조물

7층과 10층은 4경간을 가진 구조물이며, 9층은 2층까지는 5경간이며 3층이상은 3경간으로 구성된 라아멘구조물을 예로 하였다.

각 예의 Design Data는 5층라아멘의 경우와 같이하였으며, 각 구조물들에 대한 최적화의 결과를 Table 6, 7, 8.에 소개한다.

Table 6. 7층 라아멘구조의 결과치

	Desg. 1	Desg. 2	Desg. 3	Desg. 4
A	5726.94	5610.05	5610.05	5607.52
B	5726.94	5610.05	5660.20	5607.52
C	5603.21	5606.82	5610.05	5603.21
D	5866.81	5807.57	5781.37	5781.37
E	5606.82			

Table 7. 9층라아멘구조의 결과치

	Desg. 1	Desg. 2	Desg. 3	Desg. 4
A	7918.60	7931.53	7929.28	8344.46
B	7918.60	7899.43	7918.77	8344.46
C	7893.63	7869.33	7909.33	7918.60
D	8976.12	9035.51	8082.96	8082.96
E			7869.33	

Table 8. 10층 라아멘구조의 결과치

	Desg. 1	Desg. 2	Desg. 3	Desg. 4
A	8633.60	8855.68	8783.59	8929.96
B	8633.60	8855.68	8783.59	8929.96
C	8650.32	8732.04	8619.00	8747.88
E			8583.24	

7층라아멘의 경우에서 A, B방법은 같은 초기값인 경우 대부분 같은 결과를 가지며, C방법은 초기치의 변화에 따라 비교적 안정된 결과를 가짐을 알 수 있다. 이 경우 E방법은 오히려 C방법보다 조금 크다. 9층 라아멘의 경우도 앞의 경우와 비슷한 결과를 가져왔으나, C방법에서의 가장 적은 값이 E방법에서의 결과와 같은 값을 가진다.

10층라아멘의 경우는 A, B, C, D방법보다 E방법이 적은 값을 가짐을 알 수 있다.

지금까지의 예의 결과들로부터 A, B, D방법에 의한 것보다는 C, E방법들이 비교적 적은 값을 가짐을 알 수 있으며, 또한 Table 5의 design 1의 경우와 같이 신뢰성 있는 초기값의 설정이 문제를 쉽게 해결할 수 있는 방법이 될 것이다. 특히 E방법인 Modified Pattern Search가 다른 방법에 비해 항상 최선의 방법이 된다고 보장할 수는 없지만 여러 가지 예로써 비교해볼때 신뢰할 수 있는 방법임을 확인할 수 있다. 7~10층 구조물의 어느 설계도 그것이 Global Minimum인지는 확인할 길이 없다.

6. 결 론

본 연구에서는 변수분리의 원리를 이용한 RC뼈대 구조물의 최적설계의 한 방법을 제시하였다. 콘크리트강도와 단면의 재원을 외부변수로, 철근량을 내부변수로 분리함으로써 전체 설계공간을 여러개의 부분설계공간(Subspace)으로 분리하여 취급하는 것이 가능해졌다. 이는 철근콘크리트 구조가 그 특성상 한단면이 두가지의 재료로 구성되는데 따르는 어려움을 해소하고 오히려 보다 효율적인 방법이 될수 있었다.

최적화기법(Search Method)으로 Coordinate Descent, Rotating Coordinates, Pattern Search, Simplex Method등을 각각 활용하였으며 이중 Pattern Search방법이 시안설계(Trial Design)에 관계없이 하나의 최종설계(Final Design)로 수렴하는 경향을 갖고 있음을 발견하였다. 이 Pattern Search방법을 수정한 Modified Pattern Search방법을 제시하였으며 여러 예를 통하여 이 방법의 안정성을 입증하였다.

본 연구에서 제시하는 최적설계방법은 실무에 직접 이용될 수 있으며 이용자의 요구에 따라 현실적인 설계의 최적화 및 자동화를 제공할 수 있다. 설계는 원래 반복적인 과정을 거치는 것으로 본 방법에서는 여러가지의 Design Data와 Trial Design으로 반복설계하여 얻어지는 여러 대안중에서 설계자의 주관적인 판단에 따라 최종설계를 결정하는 것이 가능하다. 본 연구를 통하여 RC뼈대구조물의 설계공간에는 무수히 많은 국지최적설계가 존재함을 발견하였다. 그러나 현실적으로 불가능한 Exhaustive Search를 제외하고는 어떠한 방법으로도 전공간 최적설계를 찾거나 확인할 수가 없으므로 보다 나은 국지최적설계를 찾을 수 있는 방법의 계속적인 모색이 급후의 과제이다.

참 고 문 헌

1. M. B. Krakovski and S. K. Park, 'Optimization of reinforced concrete structures on the basis of the principle of divided parameters,' Proceedings of The Fourth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, Seoul Korea, pp.1999-2004, 1993.
2. 정석준, 철근콘크리트(RC)뼈대구조물의 최적설계, 울산대학교, 토목공학과, 석사학위논문, 1993.
3. Building Code Reinforcements for Reinforced Concrete(ACI 318-89) and Commentary -ACI 318R-89, American Concrete Institute, 1989.