

벡터투영법을 이용한 응답면기법에 관한 연구
A Study on Response Surface Method
Using the Vector Projection Technique

김상효* 나성원** 김우곤***
Kim, Sang-Hyo Na, Seong-Won Kim, Woo-Kon

ABSTRACT

In this study, an improved response surface method is proposed. By using gradient projection method, the sampling points for creating response surface are evaluated at the region close to the failure surface. This points are combined with linear response surface function and Rackwitz-Fiessler algorithm. Also, a method controlling the range of selecting sampling points considering the non-linearity of the limit states is proposed to reduce the error produced by approximating the non-linear limit state to linear response surface. With the examples the result of the proposed method is found to be more accurate and efficient than the previous response surface method.

1. 서 론

구조해석문제에 있어서 작용하중, 재료특성 및 기하학적 형상등은 항상 불확실성을 내포하고 있으며 구조해석을 위한 해석 모델링 과정이나 해석과정에서의 수치오차 등에 의해서도 불확실성이 내재되게 된다. 따라서 이러한 불확실성을 체계적으로 고려하기 위하여 신뢰성이론에 기초한 보다 합리적이고 효율적인 구조신뢰성 평가방법에 대한 많은 연구가 진행되고 있다. 그 중 응답면기법은 한계상태식을 확률변수의 함수로 명확히 나타내기가 어려운 구조물의 한계상태식을 확률변수의 간단한 함수로 표현되는 다항식으로 근사하여 신뢰성해석을 실시하는 방법으로 해석방법이 매우 간단하며 기존의 구조해석 software를 이용할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 방법은 근사된 한계상태식이 실제 한계상태를 얼마나 잘 표현하느냐에 따라서 결과의 정확도가 좌우된다. 한계상태를 잘 표현하기 위해서는 어떤 형식의 다항식으로 응답면을 근사하느냐 하는 문제와 다항식을 근사하기 위한 표본점을 어떤 점을 선정하느냐 하는 문제가 매우 중요하다.

본 연구에서는 기존의 응답면기법의 문제점을 보완하기 위하여 응답면식을 1차식으로 사용함과 동시에 표본점을 한계상태면상에 인접한 부근에서 산정하므로써 구조신뢰성해석의 효율성 및 정확도를 향상시킬 수 있는 응답면기법을 제안한다. 또한, 한계상태면의 비선형성을 근사적으로 예측하고, 표본점의 선정범위를 조정하여 비선형인 한계상태면을 선형으로 근사하므로써 발생할 수 있는 오차를 최소화 할 수 있는 방법을 제안한다.

2. 응답면기법

구조물의 신뢰성해석시 주어진 제한조건에 대한 한계상태방정식 $g(\underline{x})$ 는 일반적으로 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

* 연세대학교 토목공학과 부교수

** 연세대학교 토목공학과 석사과정

*** 연세대학교 토목공학과 박사과정

$$g(\underline{x}) = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad (1)$$

여기에서 \underline{x} 는 설계대상 확률변수들이며, $g(\underline{x})$ 는 설계대상 확률변수들에 의해 이루어지는 n차 공간에서 구조물의 안전영역과 파괴영역을 나누는 면을 표현하는 식으로써 $g(\underline{x}) > 0$ 이면 안전한 상태를 의미하며, $g(\underline{x}) < 0$ 이면 파괴상태를 의미한다.

그러나 일반적으로 구조신뢰성해석에 있어서 $g(\underline{x})$ 를 확률변수의 명확한 함수로 나타내는 것은 불가능하며, 따라서, 응답면기법에서는 한계상태식 $g(\underline{x})$ 를 간단한 확률변수의 함수로 표현되는 다항식 $g'(\underline{x})$ 로 근사하여 신뢰성해석을 실시하는데, 이때 근사된 한계상태면 $g'(\underline{x})=0$ 을 응답면이라 한다.

Wong은 확률변수의 함수로 명확히 표현할 수 없는 한계상태방정식 $g(\underline{x})$ 를 식 (2)와 같이 새로운 응답면 $g'(\underline{x})$ 로 나타내는 방법을 제안하였다.

$$g'(\underline{x}) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i \neq j} \sum_{i \neq j} c_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

여기에서, n 은 고려되는 확률변수의 갯수이고, a, b_i, c_{ij} 는 응답면함수의 형태를 나타내기 위한 미지계수이다.

표본점 \underline{x}_s 의 영역은 일반적으로 각각의 확률변수에 대하여 상하한계가 $\mu + f \cdot \sigma$, $\mu - f \cdot \sigma$ 가 되도록 정한다. 여기서 μ 는 각 확률변수의 평균이고, σ 는 표준편차이다. f 는 $g(\underline{x})$ 의 비선형정도에 따라 표본점의 상·하한계를 결정할 때 사용되는 계수이다. 구조물의 파괴확률은 식 (2)에 모의분석기법을 적용하여 구한다. 그러나 이 방법은 응답면을 결정할 때 평균점 부근의 표본점 \underline{x}_s 로부터 구해진 구조해석값을 이용하기 때문에 평균점 부근의 확률적 특성만을 반영하게 된다. 그러나 실제로 구조물의 파괴확률에 영향을 미치는 것은 주로 파괴면상의 특성이며, 따라서 기존의 방법에 의하여 구해진 응답면을 이용하여 파괴확률을 계산하게 되면 많은 오차가 발생하게 되는 단점이 있다. Bucher등은 이와같은 단점을 보완하기 위하여 식 (3)과 같이 표본점 \underline{x}_s 를 선정하는 새로운 설계점을 결정하는 방법을 제안하였다.

$$\underline{x}_M = \underline{\mu} + (\underline{x}_D - \underline{\mu}) \frac{g(\underline{\mu})}{g(\underline{x})' - g(\underline{x}_D)} \quad (3)$$

여기에서, \underline{x}_M : 수정된 설계점

$\underline{\mu}$: 각각의 확률변수의 평균

\underline{x}_D : 설계점 (또는 파괴점)

식 (3)은 두번째 과정에서 응답면을 결정할 때 기존의 방법과 같이 평균점부근에서 표본점을 선정하는 것이 아니라, 한계상태면, 특히 파괴점 \underline{x}_D 부근 한계상태면의 정보를 반영하는 표본점 \underline{x}_s 를 선정하고자 하는 것이다. 이 과정에서 \underline{x}_D 는 근사화된 응답면에서 구한 파괴점이므로 파괴면상의 정보 즉, \underline{x}_D 와 $g(\underline{x}_D)$ 를 이용하여 파괴면상에 근접하도록 식 (3)과 같이 수정하는 것이다. 따라서 이러한 방법으로 수정된 표본점 \underline{x}_D 를 이용하여 구한 응답면은 파괴면상의 확률적 특성을 보다 잘 반영하게 된다.

여기에서 응답면은 식 (4)와 같이 각 확률변수의 항과 각각의 확률변수의 제곱항만이 고려되었다. 보다 높은 정도를 필요로 하는 경우에는 식 (5)와 같이 각 확률변수들의 곱의 항도 포함시킬 수 있지만, 계산량이 많이 늘어나게 되는 단점이 있다.

$$g'(\underline{x}) = a + \sum_{i=1}^r b_i x_i + \sum_{i=1}^r c_i x_i^2 \quad (4)$$

$$g'(\underline{x}) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 + \sum_{i \neq j} d_{ij} x_i x_j \quad (5)$$

3. 본 연구에서 제안하는 응답면기법

신뢰성해석에 있어서 응답면기법의 주 목적은 결과의 정확도를 유지하면서 계산량을 줄이는데 있다. 응답면기법의 효율성과 정확도를 유지하기 위해서는 근사된 응답면이 원래의 파괴면이 갖는 확률적 특성을 적절히 반영할 수 있어야 하며, 특히 파괴확률에 가장 큰 영향을 미치는 부분의 특성을 잘 반영할 수 있어야 한다. 그러나식 (4)로부터 구한 응답면은 확률변수의 2차항까지 고려하기 때문에 응답면이 실제 한계상태면의 대칭이 되는 부분에도 생겨 최다확률파괴점이 수렴하지 못 할 경우가 발생할 수 있으며 이와같은 응답면식을 모의분석기법에 적용할 경우 매우 큰 오차가 발생할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 advanced FOSM(first-order secondmoment) method를 1차의 응답면식과 함께 사용하므로써 2차 응답면식을 이용할 경우의 문제점을 개선하였다. 또한 표본점을 최다확률파괴점 근처의 파괴면상에 인접한 점으로 선정하므로써 기존의 표본점 선정방법을 이용한 경우에 비해 효율성 및 정확도를 향상시킬 수 있는 방법을 제안한다.

제안하는 알고리즘은 다음과 같다.

1. 실제 한계상태식 $g(\underline{x})$ 로부터 식 (6)과 같은 형식의 응답면식 $g'(\underline{x})$ 를 구한다.

$$g'(\underline{x}) = a_o + \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i \quad (6)$$

이때 응답면식을 구하기 위한 표본점은 기존의 응답면기법에서와 같이 평균점을 중심으로 축 방향으로 $\mu + f \cdot \sigma$, $\mu - f \cdot \sigma$ 인 점을 이용한다.

2. 근사된 1차의 응답면으로부터 Rackwitz-Fiessler algorithm을 이용하여 최다확률파괴점 \underline{x}_D 와 신뢰성지수 β 를 구한다.
3. 근사된 응답면식으로부터 각 변수에 대한 민감도지수 γ_i 를 구한다. 각 확률변수가 정규분포를 이루고 각각 상호 독립적일 경우의 민감도지수 γ_i 는 식 (7)과 같다.

$$\gamma_i = \frac{|\sigma_i a_i|}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 a_i^2}} \quad (7)$$

확률변수가 비정규분포일 경우에는 정규화된 공간에서의 한계상태식계수와 정규화된 표준편차를 이용하여 γ_i 를 구한다.

4. 벡터 투영법을 이용하여 응답면상에 투영된 벡터 $\underline{\delta}$ 를 식 (8)로부터 구하고 식 (9)를 이용하여 투영벡터 $\underline{\delta}$ 를 normalize한다.

$$\underline{\delta} = \partial f - \partial g' \cdot (\partial g'^T \cdot \partial f) \quad (8)$$

여기에서,

$$\partial g' = \begin{pmatrix} \frac{\partial g'}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g'}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad \partial f = \begin{pmatrix} b_o \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad i\text{번째 축에 대해 } \begin{cases} k=i \text{ 이면 } b_k = 1 \\ k \neq i \text{ 이면 } b_k = 0 \end{cases}$$

$$\delta_i^N = \frac{\delta_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \delta_j^2}}, \quad (i=1 \sim n) \quad (9)$$

5. 3에서 구한 민감도지수 γ_i 중 최소치를 가지는 i 를 찾아 첫번째 및 두번째 표본점을 식 (10)에 의하여 구한다.

$$\underline{x}_s = \underline{x}_D \pm D_i \cdot \underline{\delta}^N \quad (10)$$

여기에서, $D_i = \frac{f \cdot \sigma_i}{\delta_i}$ (단, i 는 최대 γ 를 가지는 i)

이때 각 변수에 대한 표본점 \underline{x}_s 의 설계점으로부터의 이동거리 $|x_{si} - x_{Di}|$ 가 $f \cdot \sigma_i$ 보다 크지 않으며 각 변수에 대한 표본점 x_{si} 가 각 변수의 한계치를 초과하지 않도록 한다.

6. 전단계에서 고려한 i 다음으로 작은 γ_i 를 가지는 i 에 대해서 5와 같은 방법으로 표본점을 선정하여 선정된 표본점의 수가 n 이 될 때까지 반복한다.
 7. 5와 6에서 구한 표본점 \underline{x}_i 들은 응답면상의 점들이며, 실제 한계상태면이 비선형인 경우 이들은 실제 한계상태면 상에 존재하지 않는다. 즉, $g(\underline{x}_i) \neq 0$ 이다. 따라서 실제 한계상태면의 파괴영역($g(\underline{x}) < 0$)과 안전영역($g(\underline{x}) > 0$)을 포괄하는 표본점을 찾기 위하여 \underline{x}_i 의 실제 한계상태면에 대한 대칭점 \underline{x}'_i 를 식 (11)을 이용하여 구한다.

$$\underline{x}'_i = \underline{x}_x + (\underline{x}_x - \underline{x}_i) \frac{-\{g(\underline{x}_x) + g(\underline{x}_i)\}}{g(\underline{x}_x) - g(\underline{x}_i)} \quad (11)$$

여기에서, \underline{x}_x 는 확률변수의 평균벡터이다. 따라서 \underline{x}_i 와 \underline{x}'_i 사이에는 $g(\underline{x}_i) \approx -g(\underline{x}'_i)$ 의 관계가 이루어진다. 단, 각 변수에 대해 설계점에서부터의 이동거리가 $f \cdot \sigma$ 또는 각 변수에 대한 한계치를 초과하지 않도록 한다.

8. 선정된 표본점들을 이용하여 식 (6)과 같은 응답면을 구한다.
 9. 결과가 수렴할 때까지 2~8단계를 반복한다.

4. 비선형성을 고려한 표본점 선정

선형의 응답면식을 이용하면 2차의 응답면식을 이용할 때 발생할 수 있는 문제점들을 해결할 수 있으며 계산량도 줄일 수 있으나 비선형인 한계상태면을 선형으로 근사하기 때문에 실제 한계상태면의 비선형성이 심할 경우에는 정확도가 떨어지게 된다. 그러나 이와같이 한계상태면의 비선형성이 큰 경우에도 표본점의 선정범위를 적절히 조절하므로써 비선형 한계상태면을 선형으로 근사하므로써 발생하는 오차를 최소화 할 수 있다. 즉, 비선형성이 큰 convex한 한계상태면에 대해 표본점 선정범위를 결정하는 계수 f 가 작으면 신뢰성지수 β 는 커지게 되고 f 가 클 수록 신뢰성지수 β 는 작아지게 된다. 따라서 본 연구에서는 표본점 선정범위의 변화에 따른 신뢰성지수 β 의 변화를 한계상태면의 비선형성을 간접적으로 추정할 수 있는 지표로 사용하여, 한계상태면의 비선형 정도에 알맞는 표본점의 범위를 결정하는 계수 f 값을 제안하고자 한다.

표본점 선정범위의 변화에 따른 신뢰성지수 β 의 변화와 한계상태식의 곡률과의 관계를 추정하기 위하여 식 (12)와 같은 형식의 포물곡선을 사용하였으며, 이때 확률변수 x 와 y 는 표준정규분포를 이루는 것으로 가정하였다. 각 확률변수의 분포를 표준정규분포로 가정하였기 때문에 식 (12)로부터 구한 곡률은 정규화된 공간에서의 한계상태면의 곡률이 된다.

$$g(x,y) = a \cdot x^2 - y + b \quad (12)$$

식 (12)에서 a 와 b 를 다양하게 변화시키면서 제안된 응답면기법 및 Monte Carlo 모의분석기법에 의해 신뢰성해석을 실시하였으며, 이때 각 한계상태식에 대해 표본점 선정범위를 결정하는 계수 f 를 0.5에서 2.0까지 변화시키면서 해석을 실시하였다. 본 연구에서는 응답면기법에 의한 결과들과 모의분석에 의한 결과들을 비교·분석한 결과로부터 신뢰성지수 β 가 2에서 4사이인 경우

다음과 같은 방법으로 표본점 선정범위를 정할 것을 제안한다.

1. 본 연구에서 제안한 응답면기법을 이용하여 표본점의 범위를 결정하기 위한 계수 f 가 1일 경우의 신뢰성지수 $\beta_{1.0}$ 와 f 가 1.5일 경우의 신뢰성지수 $\beta_{1.5}$ 를 구한다.
2. $\beta_{1.5}$ 에 대한 $\beta_{1.0}$ 의 비 $\beta_{1.0}/\beta_{1.5}$ 가 1.04보다 작을 경우에는 표본점 선정범위를 결정하기 위한 계수 f 로 1.0을 사용하고, $\beta_{1.0}/\beta_{1.5}$ 가 1.04보다 클 때에는 f 로 1.5를 사용한다.

5. 예제

예제 1

본 예제에서는 제안된 방법의 타당성을 검토하기 위하여 식 (13)과 같이 확률변수의 함수로 이루어진 한계상태방정식을 예제로 이용하였다.

$$g(x, y) = \exp(0.2x + 6.2) - \exp(0.47y + 5.0) \quad (13)$$

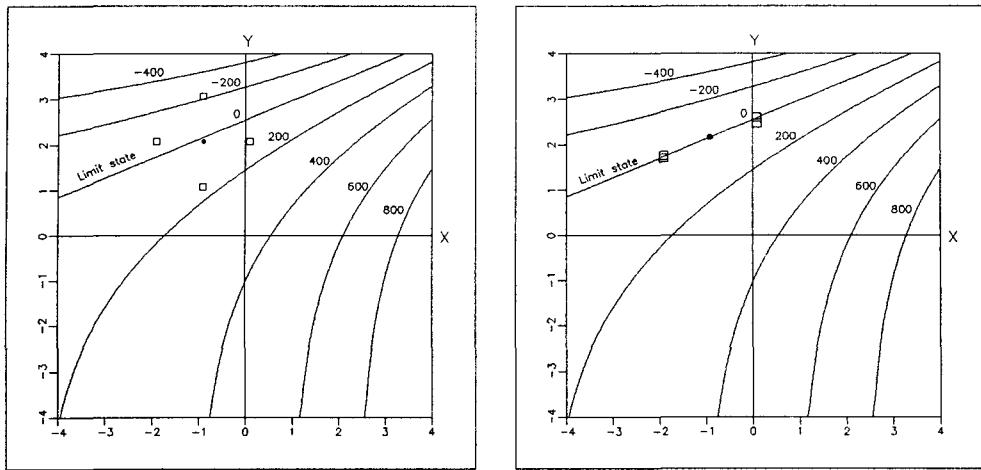
여기에서 확률변수 x 와 y 는 각각 평균이 0이고 표준편차가 1.0인 표준정규분포를 따른다고 가정하였다. 본 예제에서 채택한 식 (13)은 대수정규분포를 따르는 확률변수의 식을 표준정규분포로 전환하는 경우 흔히 나타나는 형태이다.

본 예제에 대한 해석결과를 표 1에 나타내었으며 그림 1은 식 (13)의 등고선도에 기존의 표본점 선정방법에 의한 표본점 및 본 연구에서 제안하는 방법에 의한 표본점을 나타낸 것이다.

표 1 해석결과 (예제 1)

해석방법	신뢰성지수 β	$\beta_{1.0}/\beta_{1.5}$	파괴확률	오차 (%)
모의분석	2.351	-	0.009374	-
2차응답면	2.057	-	0.019843	111.7
기존의 표본점	$f = 1.0$	1.05	0.011849	26.4
	$f = 1.5$		0.015581	66.2
본연구에서 제안한 방법	$f = 1.0$	1.01	0.009412	0.4
	$f = 1.5$		0.0100628	7.3

해석결과를 Monte Carlo 모의분석기법에 의한 결과와 비교한 결과 2차의 응답면식을 사용하였을 경우에는 오차가 111.7%로 매우 크게 나타났다. 이는 응답면을 확률변수의 2차항까지 고려하였기 때문에 근사된 한계상태면이 실제 한계상태면의 대칭되는 부분에도 생겨 이를 이용하여 모의분석을 할 경우, 실제로는 안전영역인 부분이 파괴영역으로 고려되기 때문에 생긴 결과이다. 또한 이와 같은 이유때문에 2차 응답면을 이용하여 해석을 실시하는 과정에서 설계점이 진동하는 현상이 발생하였다. 본 연구에서 제안한 방법에 의한 해석결과는 표본점 선정범위를 결정하는 계수 f 를 1을 사용하였을 경우와 2를 사용하였을 경우의 비가 1.01로 나타났다. 그림 1에 나타낸 식 (13)의 등고선도에서 알 수 있듯이 한계상태면이 거의 선형이기 때문에 $\beta_{1.0}/\beta_{1.5}$ 가 1에 가깝게 나타난 것은 매우 타당한 결과이다. 반면 기존의 표본점 선정방법을 이용한 결과는 $\beta_{1.0}/\beta_{1.5}$ 가 1.05로 나타났다. 이는 기존의 표본점 선정방법을 이용할 경우에는 표본점이 한계상태면에서 떨어진 부근에서 선정되기 때문에 한계상태면의 곡률이 잘 반영되지 않기 때문에 나타난 결과이며, 따라서 기존의 표본점 선정기법을 이용하여 한계상태면의 곡률을 추정하는 것은 합리적이지 못함을 알 수 있다. 또한 파괴확률에 대한 해석결과는 본 연구에서 제안한 방법을 이용하였을 경우 오차가 0.4%로 매우 정확히 나타났으며 이는 표본점을 파괴점부근의 한계상태면상에 인접한 점으로 선정하였기 때문에 근사된 응답면이 이 부근의 확률적 특성을 보다 잘 반영할 수 있었기 때문에 생긴 결과이다.



(a) 기존의 표본점 선정방법에 의한 표본점

(b) 본 연구에서 제안한 방법에 의한 표본점

□ 표본점
● 설계점

그림 1 식(13)의 등고선도 및 각 방법에 의해 선정된 표본점

예제 2

본 예제에서는 식 (14)와 같이 예제 1에서 사용한 한계상태식과 유사한 한계상태식을 예제로 사용하였다. 확률변수의 확률특성은 예제 1에서와 같이 평균과 표준편차가 각각 0과 1인 표준정규분포로 가정하였다.

$$g(x, y) = \exp(0.4 \times (x+2) + 6.2) - \exp(0.3y + 5.0) - 200 \quad (14)$$

그림 2는 식 (14)의 등고선도를 나타낸 것으로 식 (14)의 한계상태면이 그림 1에 나타낸 식 (13)에 의한 한계상태면에 비해 비선형성이 약간 있는 것을 알 수 있다. 본 예제의 해석결과는 표 2에 나타내었다.

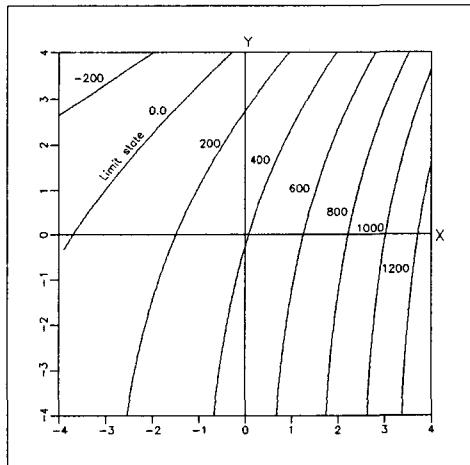


그림 2 식 (14)의 등고선도

표 2 해석결과 (예제 2)

해석방법	신뢰성지수 β	$\beta_{1.0} / \beta_{1.5}$	파괴확률	오차 (%)
모의분석	2.685	-	0.00363	-
1차식 기존의 표본점	f = 1.0 f = 1.5	0.97	0.00274 0.00213	-24.5 -41.3
	f = 1.0 f = 1.5		0.00364 0.00365	0.3 0.6
본 연구에서 제안한 방법	f = 1.0	1.00	0.00364	0.3
	f = 1.5		0.00365	0.6

기존의 표본점 선정방법에 의한 해석결과에서는 $\beta_{1.0} / \beta_{1.5}$ 가 0.97로 예제 1의 1.05에 비해 훨씬 작게 나타났으며, 이 결과로 부터도 기존의 표본점 선정방법을 이용하여 한계상태면의 곡률을 추정하는 것은 합리적이지 못함을 알 수 있다.

본 연구에서 제안한 방법에 의한 해석결과에서는 $\beta_{1.0} / \beta_{1.5}$ 가 1.00으로 예제 1에서의 1.01보다 약간 작은 결과를 나타내었다. 한계상태의 비선형성을 고려할 때 예제 1에서 보다 약간 큰 결과가 나오는 것이 타당하지만, 본 예제에서의 결과가 더 작게 나타난 것은 본 연구에서 제안한 표본점 선정방법이 표본점을 근사된 응답면상에서 선정하지만 실제 한계상태면 상에 존재하는 점은 아니기 때문에 나타난 결과이다. 하지만 기존의 표본점 선정방법에 비해 한계상태면에 인접한 점을 선정하기 때문에 그 오차는 매우 작으며, 한계상태를 곡률을 근사적으로 추정하는 데에는 큰 문제가 없는 것으로 판단된다.

본 연구에서 제안한 방법에 의한 해석결과는 파괴확률에 대한 오차가 0.3%로 나타났으며 기존의 표본점 선정방법에 의한 결과에 대한 오차(-24.5%)와 비교할 때 매우 개선된 결과를 얻을 수 있었다.

예제 3

본 예제에서는 그림 3과 같은 프레임구조물을 예제로 선정하여 신뢰성해석을 실시하였다. 확률변수로는 탄성계수와 단면 2차모멘트 및 하중을 고려하였으며 각 변수에 대한 확률특성을 표 3에 나타내었다. 또한 한계상태는 1번절점의 수평변위가 1.7cm일 경우로 가정하였다.

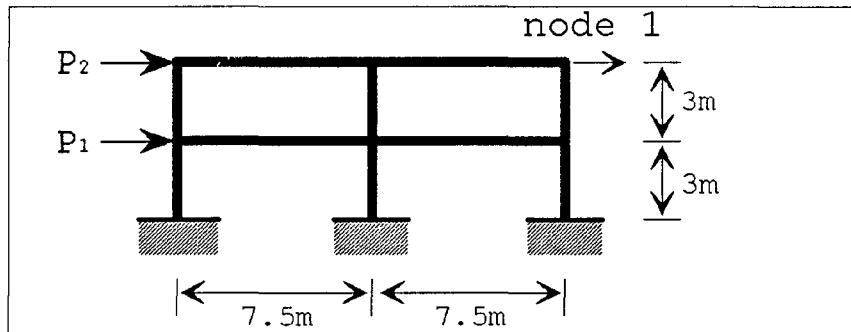


그림 3 대상구조물 (예제 3)

표 3 확률변수의 확률특성 (예제 3)

확률변수	분포형태	평균 (단위)	표준편차
탄성계수	대수정규분포	200000 (kg/cm^2)	20000
단면 2차모멘트	대수정규분포	100000 (cm^2)	10000
P ₁	정규분포	2500 (kg)	500
P ₂	정규분포	2800 (kg)	560

해석결과는 표 4와 같다.

표 4 해석결과 (예제 3)

해석방법	신뢰성지수 β	β_{10} / β_{15}	파괴확률	오차 (%)
모의분석	3.394	-	0.000323	-
1차식 기존의 표본점	$f = 1.0$	3.403	0.000294 0.000300	0.000294 -9.0
	$f = 1.5$	3.356		-7.1
본 연구에서 제안한 방법	$f = 1.0$	3.437	0.000333 0.000395	3.1
	$f = 1.5$	3.356		22.3

본 예제의 본 연구에서 제안한 방법에 의한 해석결과에서는 β_{10} / β_{15} 가 1.02로 나타났으며, 따라서 정규화된 공간에서의 한계상태면의 비선형성이 비교적 작은 것으로 추정된다. 본 연구에서 제안한 방법으로부터 산정된 파괴확률을 Monte Carlo 모의분석에 의한 결과와 비교하였을 때 오차가 3.1%로 나타났으며 계산량을 고려하였을 때 모의분석기법에 비해 상당히 효율적이며 해석결과도 상당한 정확도를 유지할 수 있음을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 기존의 응답면기법의 문제점을 보완하기 위하여 응답면식을 1차식으로 사용함과 동시에 표본점을 한계상태면상에 인접한 부근에서 산정하므로써 구조신뢰성해석의 효율성 및 정확도를 향상시킬 수 있는 응답면기법을 제안하였다. 또한, 한계상태면의 비선형성을 근사적으로 예측하고, 표본점의 선정범위를 조정하여 비선형인 한계상태면을 선형으로 근사하므로써 발생할 수 있는 오차를 최소화 할 수 있는 방법을 제안하였다. 예제들을 본 연구에서 제안한 방법 및 기존의 방법에 의해 해석하여 얻어진 결과들을 분석하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 응답면을 2차식으로 근사할 경우 실제 한계상태면의 대칭이 되는 부분에도 한계상태면이 근사되기 때문에 결과의 오차가 매우 크게 될수 있는데 반하여 본 연구에서는 응답면을 1차식으로 근사하므로써 응답면식을 2차식으로 근사할 경우에 발생하는 문제점을 개선할 수 있었다.
2. 표본점의 선정을 파괴점 부근의 한계상태면상에 근접한 부근에서 선정하므로써 기존의 표본점 선정방법을 이용한 결과에 비하여 해의 정확도를 향상시킬 수 있었다.
3. 표본점의 선정 범위를 다르게 하였을 경우에 얻어진 결과로부터 한계상태식의 곡률을 근사적으로 추정할 수 있었으며 이로부터 표본점의 선정범위를 조정하므로써 한계상태식의 비선형성이 큰 경우에 선형의 응답면식으로 근사하므로써 발생할 수 있는 오차를 줄일 수 있을 것으로 판단된다.

7. 참고문헌

1. 김기중, “확률유한요소해석을 위한 개선된 응답면기법,” 석사학위논문, 연세대학교 본대학원 토크공학과, 1992
2. 김상효, 나성원, 황학주, “개선된 평가점 선정기법을 이용한 응답면기법,” 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제6권 제 2 집, 1993.
3. Wong, F.S., “Uncertainties in Dynamic Soil-Structures Interaction,” *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.110, No. 2, 1984.
4. Bucher, C.G., and Bourgund, U., “A Fast Efficient Response Surface Approach Structural Reliability Problems,” *Structural Safety*, Vol. 7, 1987, pp.57~66.
5. Ang, A. H-S., and Tang, W. H., *Probability Concepts in Engineering Planning and design, Vol. I & II*, John Wiley & Sons, 1984