

반복 함수계(Iterated Function Systems)를 이용한 심전도 데이터 압축

전영일, 이순혁, 이지연, 윤영로, 윤형로
연세대학교 보건과학대학 의용전자공학과

ECG Data Compression Using Iterated Function System

Young IL Jun, Soon Hyouk Lee, Gee Yeon Lee, Young Ro Yoon, and Hyung Ro Yoon
Dept. of Biomedical Eng., Yonsei University

요약

본 논문은 반복 수축 변환의 프랙탈(fractal) 이론에 근거한 심전도 데이터 압축에 관한 연구이다. 심전도 데이터에 반복 함수계(Iterated Function System : IFS) 모델을 적용하여 신호 자체의 자기 유사성(self-similarity)을 반복 수축 변환으로 표현하고, 그 매개변수만을 저장한다. 재구성시는 변환 매개변수를 반복 적용하여 원래의 신호에 근사되어지는 값을 얻게 된다. 심전도 데이터는 부분적으로 자기 유사성을 갖는다고 보고, 부분 자기-유사 프랙탈 모델(piecewise self-affine fractal model)로 표현될 수 있다. 이 모델은 신호를 특정 구간들로 나누어 각 구간들에 대해 최적 프랙탈 보간(fractal interpolation)을 구하고 그 중 오차가 가장 작은 매개변수만을 추출하여 저장한다. 이 방법을 심전도 데이터에 적용한 결과 특정 압축율에 대해 아주 적은 재생오차 (percent root-mean-square difference : PRD) 를 얻을 수 있었다.

1. 서 론

심전도 데이터 압축은 심전도 신호의 연속적인 비교나 평가를 위한 데이터베이스로의 저장과 전송등을 위해 최근 그 중요성이 강조되어 왔다[1]. 심전도 데이터 압축방법은 크게 1) 직접 데이터 처리 방법(TP, AZTEC, CORTES, Fan,

CORNER 등)[2]~[5], 2) 변환 방법(KLT, FT, DCT, WT, HT 등)[6],[7]으로 분류된다. 본 논문에서는 최근 많은 주목을 받고 있는 프랙탈 이론의 반복 함수계(IFs)를 심전도 데이터에 적용하여 원래 신호를 매개변수로 변환하는 방법으로 데이터를 압축한다.

프렉탈 부호화(fractal coding) 방법은 주어진 신호를 어떤 규칙을 가진 변환식으로 표현할 수 있고, 그 정보량이 신호 자체의 정보량보다 작을 때, 그 변환식의 매개변수로 신호 전체를 표현할 수 있다는 이론에 근거한다. 이를 처음 제시한 Barnsley와 Sloan[8],[9]의 연구를 근거로, 후에 여러가지 실질적인 부호화 방법들이 제안되었다. 현재까지 발표된 방법은 크게 두가지 모델로 나눌 수 있다. 하나는 자기-유사 프렉탈 모델(self-affine fractal model)이라 불리는 전체 변환 시스템(Self Transformation System : STS)[9]이고, 다른 하나는 부분 자기-유사 프렉탈 모델이라 불리는 부분 변환 시스템(Piecewise Transformation System : PTS) [10]이다. 전체 변환 시스템은 전체 신호를 정의역으로 하는 변환을 수행하여 자신의 부분 영역들을 근사시키는 방법을 사용하고, 부분 변환 시스템은 데이터 전체를 여러개의 부분으로 나눈 후 개개의 부분들을 변환하여 서로를 근사시키는 방법을 사용한다.

자기-유사 프렉탈 모델은 Barnsley[9]에 의해 처음 제안된 것으로, 이는 반복 함수계이다. Jacquin [10]은 부분 자기-유사 프렉탈 모델을 사용하여 기존 프렉-

탈 부호화 방법의 틀에서 벗어나, 실제로 구현이 용이한 알고리즘을 개발해 내었고, 이후 Fisher, Jacobs, Boss[11],[12] 등에 의해 Jacquin의 모델을 기반으로 부분 자기-유사 프랙탈 모델을 발전시켜 왔다.

본 논문에서는 영상에 적용되어 오던 반복 함수계를 1차원 신호인 심전도 테이타에 적용하였다. 반복 함수계는, 다항식 근사(polynomial fits)나 ARMA(auto-regressive moving average) 모델과는 달리 자기 자신의 테이타로 이산 테이터를 표현한다. 본 논문에서 심전도 테이터는 부분적으로 자기 유사성을 갖는다고 보고 부분 자기-유사 프랙탈 모델을 적용하였고, 그 역변환 문제는 Mazel과 Hayes에 의해 제안된 방법을 사용하였다 [13].

2. 이론적 배경

반복 함수계는 거리함수 h 를 갖는 완전한 척도공간 X 와 수축변환(contractive mappings)의 유한한 집합, $\{w_i: X \rightarrow X \text{ for } i=1,2,\dots,M\}$ 으로 정의된다. 각 변환, w_i 는 일반적으로 서로 유사성을 갖고, 척도공간의 모든 원소 x,y 에 대해 $h(w_i(x), w_i(y)) \leq s_i h(x,y)$ 를 만족하는 수축도(contractivity factor) s_i 를 갖는다. 반복 함수계는 적은 수의 변환으로도 복잡한 함수를 만들 수 있기 때문에, 연구의 초점은 변환 매개변수를 결정하는 역변환 문제(inverse problem)에 집중되어 왔다[14]. 역변환 문제가 해결되면, 반복 함수계 이론은 임의의 함수들에 적용할 수 있게 된다. 이러한 반복 함수계 이론은 지금까지 영상 테이타 압축에 많이 사용되어 왔다[10]~[12],[16],[17].

2.1 반복 함수계 이론

반복 함수계 이론은 변환 $W: X \rightarrow X$ 가 $|W|$ 로 표기되는 유일한 고정점(fixed point)을 갖게됨을 나타낸다.

정리 1 : X 가 완전한 척도(metric) 공간이고 대응 $W: X \rightarrow X$ 가 수축 가능한 변환이면, 이때 어떤 $g \in X$ 에 대해 유일한

고정점 $g = W(g)$ 가 존재한다. 또한 $f \in X$ 에 대해 고정점은 $g = \lim_{n \rightarrow \infty} W^{on}(f)$ 이 된다. Hutchinson의 표기에 따르면 고정점은 $|W| = \lim_{n \rightarrow \infty} W^{on}(f)$ 로 나타내므로, 결국 다음의 식을 정의 할 수 있다.

$$|W| = W(|W|) = \bigcup_{i=1}^n w_i(|W|) \quad (1)$$

변환 W 는 주어진 집합 f 를 부호화하는 것이다. 어떤 W 가 주어진 상태에서 부호화된 집합을 찾는 것은 쉽다. 이는 임의의 집합 f 를 가지고 $W(f), W(W(f)), \dots$ 를 연속적으로 계산하여 $|W|$ 에 수렴시키면 된다. 그러나 이것의 역과정 즉, 주어진 집합 f 로부터 $|W|=f$ 가 되도록 하는 변환 W 를 찾는 것은 쉽지 않다. 여기에는 일반적인 해가 없고, 따라서 f 를 찾는 대신에 $f=|W|$ 를 갖고 $h(f, f)$ 이 최소가 되는 $f \in X$ 를 찾는다. 식(1)은 어떻게 이것이 가능한가를 제시한다. Domain D_1, \dots, D_n 이 다음식을 만족하도록 대응되는 변환 w_1, \dots, w_n 에서 찾아진다.

$$W(f) = \bigcup_{i=1}^n w_i(f) \quad (2)$$

2.2 Collage Theorem

식 (2)가 의미하는 바는 주어진 집합 f 를 그 자신의 부분들에 적용되는 변환 w_i 에 의해 $|W|$ 와 f 가 크게 다르지 않도록 즉, $h(|W|, f)$ 가 작도록 하면 부분변환의 합에 의해 그 자신의 집합 f 에 수렴할 수 있음을 보이는 것이다. 이것이 성립됨을 보이는 것이 수축변환된 고정점 이론(contractive mapping fixed point theorem)으로 불리는 식(3)의 정리이다. 이 정리는 1988년에 Barnsley에 의해 Collage 정리로 명명되었다[15]. 이 정리는 어떤 집합이 그 자체를 수용할 수 있는 정도와 결과의 고정점이 원래의 집합에 근사할 수 있는 정도 사이의 관계를 설명한다.

정리 2 : (Collage Theorem) 변환 $W: X \rightarrow X$ 는 수축도 s 를 가지고 수축 가능한 변환이고, $f \in X$ 는 집합이라 하면 다음의 식이 성립한다.

반복 함수계(Iterated Function Systems)를 이용한 심전도 데이터 압축

$$h(|W|, f) \leq \frac{1}{1-s} h(W(f), f) \quad (3)$$

식 (3)이 의미하는 것은 변환 $W(f)$ 가 원래의 집합 f 에 근사할수록 고정점 $|W|$ 가 원래의 집합 f 에 근사함을 나타낸다.

3. 분할된 반복 함수계

앞 장에서 반복 함수계와 그 축소변환 시의 수렴에 대해 알아보았다. 반복 함수계의 확장 개념인 분할된 반복 함수계(Partitioned Iterated Function System)는 변환 w_1, \dots, w_n 이 전체 영역이 아닌 제한된 정의역(domain)에 적용하는 것이다. 즉 전체 함수는 그 자신의 분할된 조각들의 유사변환으로 구성될 수 있다는 것이다. 신호 전체를 부분으로 분할함에 의해 부분 자기-유사 프랙탈 모델로 표현하여, 반복 함수계로는 부호화하기 힘든 여러 형태의 신호들을 부호화 하는 것이 가능하다. 심전도 데이터도 부분적으로 자기 유사성을 가지므로 이 이론을 적용 가능하다. 분할된 반복 함수계에서 각 변환을 구하기 위한 반복 알고리즘과 수축도의 계산 방법은 다음과 같다.

3.1 분석적 수축도(contraction factor) 계산

데이터 시퀀스를 $\{(n, y_n) : n=I, \dots, F\}$ 라 하고, (p, y_p) 와 (q, y_q) 를 $p < q$ 인 두 연속한 보간점이라 놓으면, 보간 함수(interpolation function)는 다음과 같은 형태의 유사변환(affine maps)으로 구성된다.

$$w \begin{pmatrix} n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ w_m \end{pmatrix}$$

$$n=I, \dots, F \quad (4)$$

여기서 변환 w 는 폭 $F-I+1$ 의 정의역(domain)을 폭 $q-p+1$ ($F-I > q-p$)의 구간(range)으로 변환한다.

각 인덱스 값은 다음의 정수연산

$$m = \text{int}(a \cdot n + e) \quad (5)$$

로 구하고, 최소 자승 개념에서 $w_m : m=p, \dots, q$ 이 $y_m : m=p, \dots, q$ 에 가까워지는 d 값을 찾는다.

오차 함수 E 는 다음과 같이 주어진다.

$$E = \sum_{m=p}^q [w_m - y_m]^2 \quad (6)$$

a 와 e 를 선택함에 의해 p 부터 q 까지의 범위를 갖는 $m=a \cdot n+e$ 에 대해 인덱스 n 은 I 부터 F 까지의 범위를 갖게된다. 그러므로 윗식을 다시쓰면,

$$E = \sum_{n=I}^F [w_m - y_m]^2 \quad (7)$$

가 된다. 여기서 $w_m = c \cdot n + d \cdot y_n + f$ 이고, c 와 f 는 (4)식으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$c = \frac{y_q - y_p}{F - I} - d \frac{y_F - y_I}{F - I} \quad (8)$$

$$f = \frac{F \cdot y_p - I \cdot y_q}{F - I} - d \frac{F \cdot y_I - I \cdot y_F}{F - I} \quad (9)$$

w_m 을 다시쓰면,

$$w_m = \left(\frac{y_q - y_p}{F - I} \right) \cdot n + \frac{F \cdot y_p - I \cdot y_q}{F - I} - d \left(\frac{y_F - y_I}{F - I} \cdot n + \frac{F \cdot y_I - I \cdot y_F}{F - I} - y_n \right) \quad (10)$$

$\xi_n = (F-n)/(F-I)$ 라 놓으면 윗식은 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$w_m = y_q(1-\xi_n) + y_p\xi_n - d(\xi_n y_I + (1-\xi_n)y_F - y_n) \quad (11)$$

식 (7)을 다시 쓰면

$$E = \sum_{n=I}^F (A_n d - B_n)^2 \quad (12)$$

여기서

$$A_n = y_n - [\xi_n y_I + (1-\xi_n)y_F]$$

$$B_n = y_m - [\xi_n y_p + (1-\xi_n)y_q]$$

오차 함수 E 를 최소화하는 d 를 구하기 위해 E 를 d 에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial E}{\partial d} = 2 \sum_{n=I}^F (A_n d - B_n) A_n = 0$$

가 되고, 따라서 구하는 수축도 d 값은 다음과 같이 구해진다.

$$d = \frac{\sum_{n=I}^F B_n A_n}{\sum_{n=I}^F A_n^2} \quad (13)$$

위식은 점 (I, y_I) 부터 (F, y_F) 까지의 점

들에 대해 계산된 모든 수축도 값들의 가중 평균으로 얻어진 수축도 값을 나타낸다.

3.2 반복 알고리즘

주어진 임의의 데이터 집합에 대한 보간점과 수축도를 구하기 위한 역 알고리즘(inverse algorithm)은 다음과 같다.

- 1) 함수 H 에서 첫번째 보간점과 첫 부분의 왼쪽 끝점을 초기점으로 선택한다.
- 2) 함수에서 다음 보간점과 그 부분의 오른쪽 끝점을 다음점으로 선택한다.
- 3) 보간점 쌍으로 정의된 부분에 관련된 수축도 d 를 계산한다.
- 4) 만약 $|d| < 1$ 이면 (5)로, 그렇지 않으면 (2)로 간다.
- 5) 변환 매개변수를 계산하고 보간점 쌍에 관련된 변환 w_i 를 만든다.
- 6) 보간점 쌍 사이에 놓인 원래함수 H_i 와 $w_i(H)$ 사이의 거리를 계산하고 임시 저장한다.
- 7) 함수의 끝에 도달할 때까지 2)~6)을 반복한다.
- 8) 5)와 6)으로부터 $h(H_i, w_i(H))$ 의 최소값을 만드는 보간점 쌍과 수축도 d 를 저장한다.
- 9) 저장된 보간점 쌍의 오른쪽 끝점을 보간점의 다음 쌍 왼쪽 끝점으로 놓는다.
- 10) 전체 함수가 탐색될 때까지 2)부터 반복한다.

만약 주어진 함수가 완전한 자기 유사성을 갖는다면 위의 알고리즘은 함수를 표현하는 변환의 집합을 찾아낼 것이다. 만약 주어진 함수가 완전한 자기 유사 함수가 아니라면 위의 알고리즘은 주어진 함수에 근사하는 자기-유사 어트랙터(self-affine attractor)를 갖는 IFS를 찾아낼 것이다. 찾아진 IFS의 변환은, H 에 적용된 경우, H_i 의 최소 거리내에 드는 함수 $w_i(H)$ 를 만드는 변환이 된다.

4. 실험 및 결과

앞장에서 살펴본 알고리즘에서 저장되어야 할 매개변수는 각 보간점에 대한 함수값, 각 정의역의 함수값, 각 변환에 관련된 수축도, 각 변환에 관련된 정의역의

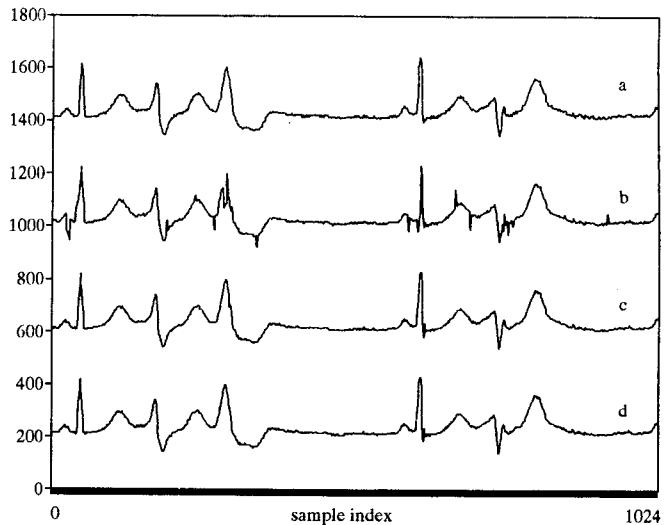


그림 1. IFS 압축에 의한 심전도의 재생 과정

a), 원래 심전도 과정
b), c), d) IFS를 계속 반복한 결과

위치 등이다. 본 논문에서는 압축율을 높이고 정의역의 탐색 시간을 줄이기 위해 구간과 정의역의 크기를 8과 16으로 고정하였다. 따라서 매개변수 중 각 정의역의 함수값을 저장할 필요가 없게 되고, 각 보간점에 대한 함수값도 구간의 양쪽 끝을 중첩시켜 그 중 하나만 저장하도록 하였다. 수축도의 bits 수가 6 이하로 내려갈 때 신호대 잡음비(SNR)가 감소되기 시작하므로 수축도 d 는 6 bits로 양자화하였다. 변환된 매개변수는 Huffman 코딩에 의해 다시 압축된다. 정의역과 구간의 비를 2로 하고 그 크기를 가변시켜 본 결과, 폭이 증가할수록 각 변환에 대해 주어진 데이터의 더 큰 부분을 모델화하기 때문에 더 적은 수의 변환이 사용되므로 압축율은 증가하고 재생오차는 감소하게 된다.

심전도 데이터는 MIT/BIH 데이터베이스 106번 데이터에서 비교적 정상파형인 부분(①, ②, ③)과 비정상 파형인 부분(④, ⑤)으로 나누어 각각 2048개의 데이터를 취했다.

그림 1은 부호화 과정을 통해 생성된 프랙탈 부호로부터 심전도 신호가 재생되는 과정을 나타낸다. a는 원래 과정을 나타내고 b, c, d는 각각 반복 함수계가 반복적으로 적용된 결과를 나타낸다. 임의의 값을 갖는 초기 데이터로부터 수축도를 반복적으로 적용해 나감에 의해 원래의

반복 함수계(Iterated Function Systems)를 이용한 심전도 데이터 압축

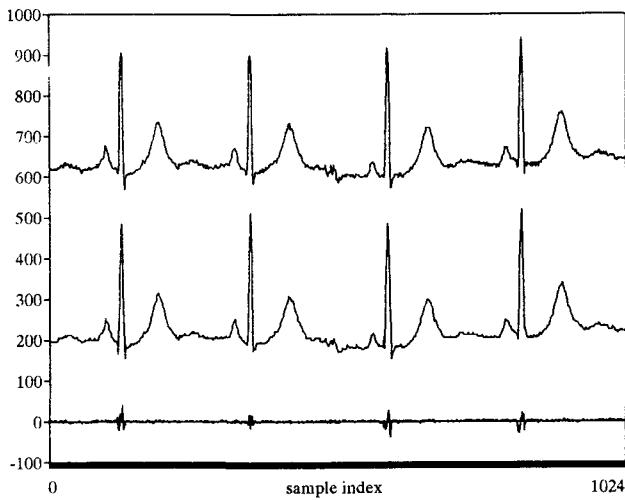


그림 2. 정상 심전도의 원래 파형, 재생파형 및 재생 오차

데이터	압축율(CR)	재생오차(PRD)
①	5.14	3.34
②	5.20	3.50
③	5.23	2.42
④	5.01	1.74
⑤	5.23	1.92
평균	5.16	2.58

표 1. MIT/BIH 106번에 IFS를 적용한 결과.

심전도 데이터가 재현되는 과정을 볼 수 있다. 반복 횟수는 대개 3-5회에서 완전히 수렴하게 되며, 이때 PRD값도 임의의 값으로 수렴하게 된다.

그림 2는 정상 파형에서의 재생결과를 나타내며, 그림 3은 비정상 파형에서의 재생결과를 나타낸다. 그림 2에서 자기 유사성을 찾기 힘든 급격히 변화하는 정상 QRS 부분에서 재생오차가 커지는 것을 볼 수 있으나, 그림 3에서 급격히 변하는 부분이 적은 비정상 파형들에서는 훨씬 적은 재생오차를 나타냈다.

표 1은 5개의 표본에 대한 압축율과 재생오차(PRD)를 나타낸 것으로, 평균 압축율은 5.16이고 평균재생오차(average PRD)는 2.58 이었다. 표 2는 기존의 심전도 압축 방법을 비교한 것으로[18],[19], 같은 압축율에서 기존 압축 방법보다 훨씬 적은 재생오차를 나타낸다.

5. 결 론

본 논문에서는 반복 수축 변환 이론에 근거한 심전도 데이터 압축 방법에 대해

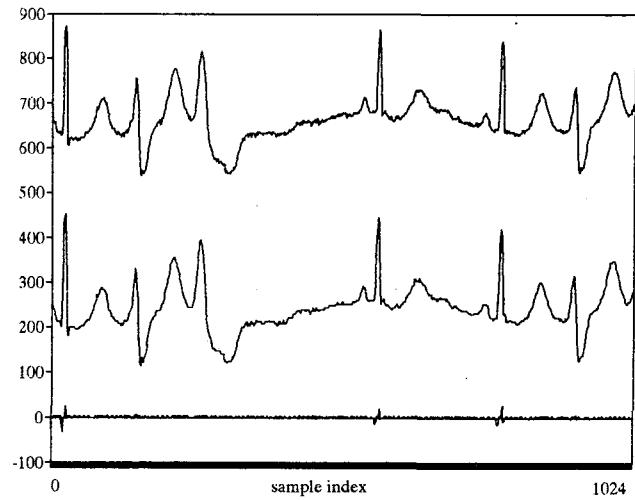


그림 3. 비정상 심전도의 원래 파형, 재생파형 및 재생 오차

압축방법	압축율(CR)	재생오차(PRD)
MAZTEC	4.79	5.25
	6.99	6.32
CORTES	5.50	6.08
MCORTES	7.20	6.56
FFT	5.00	2.42
	10.00	6.83
IFS 압축	5.16	2.58

표 2. 기존 압축방법과 압축율, 재생오차 비교

기술하였다. 이산 테이타 집합에 대해 자신의 부분들에 대한 수축적 유사 변환의 구성으로 표현되는 1차원 신호에 분할된 반복 함수계를 적용하여 그 압축과 재구성을 구현하였다. 분할된 반복 함수계는 반복 함수계의 일반화로, 매우 큰 유연성과 많은 자유도를 갖기 때문에 매개변수 결정을 위한 효율적인 알고리즘을 만들기 위해 매개변수 집합에 제한을 가했다. 즉 여러분의 매개변수를 제거하기 위해 구간과 정의역 크기를 고정하고 그 비율을 1:2로 하였으며, 수축도 값은 양자화 하여 그 크기를 줄였다. 본 논문에서 사용된 압축 방법에서는 비슷한 압축율을 갖는 기존의 직접 테이터 처리 방법보다 우수한 재현 신호를 얻을 수 있었다.

현재까지 연구된 프랙탈 이론을 이용한 압축 부호화 방법은 특히 영상분야에서 기존의 압축 알고리즘에 대응되는 가능성은 제시 되었으나 더 나은 성능의 향상을 위해서는 많은 연구가 진행되어져야 할 것이다. 프랙탈 부호화와 관련된 몇 가지 문제점 및 향후 연구과제를 기술하면 다음과 같다.

첫째, 변화가 적은 신호 부분에서는 큰 구간을 사용하고 변화가 큰 신호 부분에 대해서는 작은 구간을 이용하여 효율적인 부호화를 수행할 수 있다. 즉 프랙탈 부호화 방법에서 정의역 집합의 크기와 구간의 크기를 가변하여 탐색 영역을 늘리고 자기 자신과 유사한 부분을 더 정확히 찾도록 하며, 신호의 급격히 변화하는 부분에 대한 재현성을 높이고 서서히 변화하는 부분에 대한 압축율을 높이는 방법 등을 고려해 볼 필요가 있다.

둘째, 분할된 반복 함수계는 임의의 신호에 대해서도 효과적으로 쓰일 수 있는 반면 유연성과 복잡성을 갖기 때문에 매개변수의 수를 줄이는 문제와 매개변수 양자화에 대해 더 많은 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] S. Jalaleddine, C. Hutchens, R. Strattan, and W. Coberly, "ECG data compression techniques — A unified approach," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-37, pp. 329- 343, Apr. 1990.
- [2] J. R. Cox, F. M. Nolle, H. A. Fozard, and G. C. Oliver, "AZTEC, a preprocessing program for real-time ECG rhythm analysis," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-15, pp. 128-129, Apr. 1968.
- [3] J. P. Abenstein and W. J. Tompkins, "New data-reduction algorithm for real-time ECG analysis," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-29, pp. 43-48, Jan. 1982.
- [4] S. M. Blanchard and R. C. Barr, "Comparison of methods for adaptive sampling of cardiac electrograms and electrocardiograms," *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 23, pp. 377-386, July 1985.
- [5] S. C. Tai, "ECG data compression by corner detection," *Med. & Biol. Eng. & Comput.*, vol. 30, pp. 584-590, November 1992.
- [6] M. E. Womble, J. S. Halliday, S. K. Mitter, M. C. Lancaster, and J. H. Triebwasser, "Data compression for storing and transmitting ECGs/VCGs," *Proc. IEEE*, vol 65, pp. 702-706, May 1977.
- [7] S. C. Tai, "Six-band sub-band coder on ECG waveforms," *Med. & Biol. Eng. & Comput.*, vol. 30, pp. 187-192, Mar. 1992.
- [8] M. F. Barnsley and Alan D. Sloan, "A better way to compress images," *Byte* 13(1), pp. 215-224, 1988.
- [9] M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*. New York: Academic, 1988.
- [10] A. E. Jacquin, *A Fractal theory of iterated Markov operators with applications to digital image coding*, Ph.D. Thesis, Georgia Tech, 1989.
- [11] E. W. Jacobs, R. D. Boss, Y. Fisher, "Fractal-Based Image Compression, II," *NOSC TR-1362*, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA., June 1990.
- [12] E. W. Jacobs, Y. Fisher and R. D. Boss, "Image Compression : A study of the iterated transform method," *Signal Processing*, vol. 29, no. 3, December 1992.
- [13] D. S. Mazel, M. H. Hayes, "Using Iterated Function Systems to Model Discrete Sequences," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40. no. 7, pp. 1724-1734, July 1990.
- [14] M. F. Barnsley, V. Ervin, D. Hardin and J. Lancaster, "Solution of an inverse problem for fractals and other sets," *Proceedings of the National Academy of Science U.S.A.*, vol. 83, pp. 1975-1977, 1985.
- [15] M. F. Barnsley and S. Demko, "Iterated function systems and the global construction of fractals," *Proc. Roy. Soc. London A*, vol. 399, pp. 243-275, 1985.
- [16] 윤택현, "프렉탈 이론에 근거한 영상 부호화기의 성능 개선에 관한 연구," 석사 학위 논문, 연세대학교, 1993년 6월.
- [17] 도원, "가변 블럭 적용 프렉탈 영상 압축 알고리듬," 석사 학위 논문, 연세대학교, 1993년 12월.
- [18] B. Furht and A. Perez, "An adaptive real-time ECG compression algorithm with variable threshold," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 35, pp. 489-494, June 1988.
- [19] 이병체, 황선철, 이명호, "심전도 테이터 압축 알고리즘의 성능개선에 관한 연구," 의공학회지, vol. 11, no. 1, pp. 163-170, 1990.