

## 퍼지 적용 법칙을 갖는 기준모델 적용제어기 설계

조 종훈<sup>o</sup>, 권 혁진, 서승현, 문동욱, 남 문현

건국대학교 전기공학과

### The Design of MRAC with Fuzzy Adaptation Law

Jong-Hoon Cho<sup>o</sup>, Hyuk-Jin Kwon, Seung-Hyun Seo, Dong-Uk Moon, Moon-Hyon Nam

Dept. of Electrical Engineering,  
Kon-Kuk University.

#### Abstract

In this paper we proposed new scheme replacing adaptive mechanism part in MRAC by fuzzy logic in order to improve transient response in adaptive control system.

Conventional adaptive control system has good performance in steady state but it has large error or problem with rise time in transient state. We need to increase adaptation gain of control variable but it causes robustness problem that makes system unstable for set-point, load-variation, and dynamic change. To demonstrate presented FTAC(fuzzy tuning adaptive control)'s superiority, presented method is introduced for a class of SISO systems and compare with MRAC.

By analyzing simulation result, we can see transient response is improved and the system is not affected by disturbance in proposed method in comparison to MRAC.

#### 1. 서론

단순한 플랜트를 제어하는 방법들은 간단한 고전적인 PID 제어와 같은 방법들로 가능 하지만, 서보 시스템과 같이 고속 운전이나 빈번한 부하 변동이 있는 플랜트의 경우에는 역학적으로 나타나는 비선형성, 불확실성 등으로 인하여 성능과 응용 범위에 크게 제약 받고 있는 실정이다. 이 경우 기준모델을 이용하는 기준모델 적용제어(Model Reference Adaptive Control) 기법이 많이 연구되었다.[1] MRAC는 기준모델과 플랜트의 출력을 비교하고 그시스템에 알맞는 적용법칙을 통해 제어기 매개변수를 동조시키는 알고리즘이다.

그러나 일반적인 적용제어 기법[1,2]은 플랜트의 매개 변수들이 느리게 변화한다고 가정하고 선형화 하였기 때문에 비선형 플랜트나, 갑자기 크게 변화하는 매개변수인 경우 특히, 빠른 동특성을 갖는 시스템의 실시간 제어에는 기존의 적용제어 기법이 복잡하고 적용하기 어려운 것으로 보고 되어왔다.

또한 적용제어시스템은 정상상태에서는 좋은 성능을 보이나 과도 상태에서는 큰 오차가 발생하거나, 상승시간이 길어지는 특성을 나타낸다. 초기 과도상태 특성을 개선시키려면 제어 변수의 적용 이득률 증가시켜야 하나 제어변수의 적용 이득률을 증가시키면 강인성 문제가 발생하여 설정치 및 부하변동, 동특성 변화에 대해 시스템이 불안정한 특성을 나타낸다. [3]

일반적으로 플랜트 출력과 기준모델의 출력을 비교하고 그 오차를 이용하여 제어기 매개변수 동조를 위한 추정 알고리즘은 미분방정식으로 표현되어 많은 계산량의 부담이 요구된다. 일반적인 추정 방법으로는 gradient 알고리즘과 최소자승법, 초안정도에 기초한 리아프노프 기법이 사용되어 왔다. gradient는

간단하고 계산량도 적은편이지만 매개변수의 수령속도가 느린 것이 단점이며, 리아프노프 기법은 리아프노프 함수를 구하는 난점이 있으며, 최소자승법의 추정성능은 우수하지만 계산부담이 큰 것이 단점으로 지적된다.

한편 퍼지 제어기는 경험 지식을 IF-THEN으로 표현한 언어적 규칙으로 플랜트를 영역별로 제어하는 기법으로서 비선형이 크고 복잡한 제어대상이나 동특성이 변동하는 시스템 혹은 제어대상의 수학적 모델을 정확히 알 수 없는 경우에 적용되어 많은 성공사례들이 보고 되어왔다. [4]

따라서 본 논문에서는 추정성능면에서 우수하고, 비교적 계산량도 적으면서 적용법칙 설계를 목적으로 퍼지추론법을 도입하였다. 퍼지 적용 법칙을 갖는 MRAC는 추정오차에 근거한 퍼지 추론에 따라 제어기 매개변수  $\theta$ 를 직접 구하여 제어기 다항식의 각 계수를 동조하는 방법이다. 본 알고리즘은 2차 플랜트모델에 적용하여 그 타당성을 검증하였다.

#### 2. MRAC

MRAC의 구조는 크게 두 부분으로 나눌 수 있는데 플랜트와 제어기로 구성된 내부 피드백 투프와 제어기 매개변수를 동조하는 외부 투프로 나누어 진다. 시스템에 대한 요구성능은 기준모델에 의해서 결정되고, 적용 메카니즘은 기준모델과 출력의 오차를 최소화 시키도록 제어기 매개변수를 동조시킨다. MRAC의 기본구성은 다음 그림1과 같다.

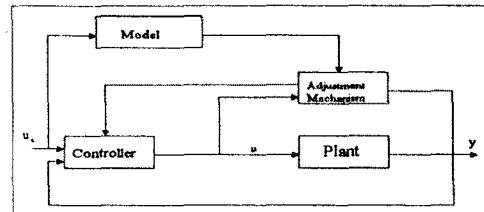


그림 1. MRAC 기본 구조

최소위상 SISO시스템에 대해서 생각해 보자.  
플랜트를

$$Ay = Bu, \quad (1)$$

로 놓자. 여기서 A는 n차의 monic이고, B =  $b_0B^+$ 로  $B^+$ 도 m차인 monic인 다항식이고 서로 소(coprime)이다. 또한 다음과 같은 가정을 한다.

1) 차수 n에 대한 최고치를 알고 있다.

2) 상대차수를 알고 있다.

3) B는 Hurwitz 다항식이다.

모델은 식(2)로 가정한다.

$$A_m y_m = B_m u_c \quad (2)$$

제어기의 일반적인 규칙은 다음과 같다.

$$Ru = Tu_c - Sy \quad (3)$$

(R, S, T는 디함식)

따라서 페루프 시스템은 식(4) (5)이 된다.

$$y = \frac{BT}{AR+BS} u_c \quad (4)$$

$$u = \frac{AT}{AR+BS} u_c \quad (5)$$

MRAC에서 일반적인 오차는 식(6)로 표현되고

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (6)$$

$t \rightarrow \infty$ 로 됨에 따라  $e(t) \rightarrow 0$  이 되도록 제어기 매개변수를 동조한다. 제어기 매개변수  $\theta$ 를 변화시켜 process 출력과 모델 출력사이의 오차를 0으로 유도하기 위해 다음과 같은 loss function을 이용한다.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (7)$$

$J$ 를 최소화 하기 위해서 음의 gradient 방향으로 매개변수를 변화시키면 식(8)과 같다.

$$\frac{d\theta}{dt} = -r \frac{\partial J}{\partial \theta} = -re \frac{\partial e}{\partial \theta}. \quad (8)$$

여기서  $r$ 는 적용이득이 되고 매개변수 조절규칙을 얻기위한 감도 도함수( $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ )를 결정한다.

$r_i, s_i, t_i$ 를 디함식형태인 제어기 매개변수 R,S,T의 계수라 놓으면 감도 도함수는 다음식과 같다.

$$\frac{\partial e}{\partial r_i} = -\frac{BTAp^{k-i}}{(AR+BS)^2} u_c = -\frac{Bp^{k-i}}{AR+BS} u, \quad i=1, \dots, k \quad (9)$$

$$\frac{\partial e}{\partial s_i} = -\frac{BTBp^{l-i}}{(AR+BS)^2} u_c = -\frac{Bp^{l-i}}{AR+BS} y, \quad i=0, \dots, l \quad (10)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t_i} = -\frac{Bp^{m-i}}{(AR+BS)} u_c = -\frac{Bp^{l-i}}{AR+BS} u, \quad i=0, \dots, m \quad (11)$$

여기서  $k = \deg R, l = \deg S, m = \deg T$ 이고,  $p$ 는 미분 연산자이다. (9)식과 (10)식의 두번째 항등식은 (5),(4)식으로부터 얻을 수 있다.

즉, 오차를 최소화 하는 방향으로 제어기 매개변수  $\theta$ 를 변화시키는 것이다.

### 3. 제안된 퍼지이론을 이용한 FTAC

본 논문에서 제안한 퍼지 추론 규칙을 갖는 MRAC의 구성을 다음 그림 2와 같다.

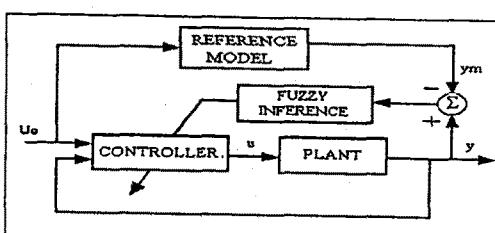


그림 2. 제안된 FTAC

시스템 구성은 제어기와 플랜트, 기준모델, 퍼지적응규칙을 갖는 퍼지 추론부로 구성되고, 기준모델은 플랜트에 대해 요구된 제어성능에 따라 설계된다. 여기서  $u_c(t)$ 는 시스템의 기준입력이 되고,  $y_m(t)$ 는 기준 모델의 출력,  $y(t)$ 는 플랜트의 출력이다. 오차  $e$ 는 플랜트 출력  $y(t)$ 와 기준모델의 출력  $y_m(t)$ 의 차이가 된다. 퍼지 적용 법칙은 퍼지 언어 규칙에 의해서 표현한다.

식(1)에서  $B = b_0 B^+$ 로 놓고  $B^+$ 를 monic이라 가정하였다.

식(4)에서  $AR+BS$ 는 페루프 특성방정식이 되고, 소거된 프로세스의 영점, Observer 극점, 모델의 극점을 포함하는 디함식으로 구성된다.

$$AR+BS = B^+ A_0 A_m \quad (12)$$

식(12)에서  $R$ 을  $B^+$ 로 나누면 식(13)과 같다.

$$R = B^+ R_1 \quad (13)$$

그리면 식(12)은  $AR_1 + B^- S = A_0 A_m$  (14)

$B_m$ 을  $B^-$ 로 나누면

$$B_m = B^- B_m' \quad (15)$$

식(4)와 (12),(2)에서

$$\frac{BT}{AR+BS} = \frac{BT}{B^+ A_0 A_m} = \frac{B^+ B^- T}{B^+ A_0 A_m} = \frac{B_m}{A_m}$$

$$T = \frac{A_0 A_m B_m}{B^- A_m} = \frac{A_0 B_m}{B^-} = A_0 B_m'$$

$$T = A_0 B_m' \quad (16)$$

해를 구하기 위해선

$$\deg A_0 >= 2\deg A - \deg A_m - \deg B^+ - 1$$

$$\deg A_m - \deg B_m >= \deg A - \deg B$$

를 만족하여야 한다.[6]

식(15),(16)로 부터

$$T = \frac{A_0 B_m}{b_0} \quad (17)$$

식(12)에서 양변을  $B^+$ 로 나누면

$$A R_1 + b_0 S = A_0 A_m \quad (18)$$

적절한 제어기를 얻으려면, 에러모델을 유도하여야 한다. 식(18)로 부터

$$A_0 A_m = A R_1 + b_0 S$$

$$A_0 A_m y = A R_1 y + b_0 S y = R_1 B u + b_0 S y$$

$$= R_1 B^+ u + b_0 S y = R b_0 u + b_0 S y \\ = b_0 (R u + S y) \quad (19)$$

또 식(2)으로 부터

$$A_0 A_m y_m = A_0 B_m u_c \\ = b_0 T u_c \quad (20)$$

그럼, 우린 다음과 같은 식을 얻는다.

$$A_0 A_m e = A_0 A_m (y - y_m) \\ = b_0 (R u + S y - T u_c) \quad (21)$$

오차에대하여 풀면

$$e = \frac{b_0}{A_0 A_m} (R u + S y - T u_c) \quad (22)$$

그러나 식(22)는 전달함수  $b_0/(A_0 A_m)$ 가 SPR이 아니므로 아직 적절한 예리 모델(suitable error model)이 아니다. 그래서 filtered error 가 도입된다.

$$e_f = \frac{Q}{P} e = \frac{Q}{P} (y - y_m) \quad (23)$$

여기서  $Q$  는  $A_o A_m$  보다 작은 차수의 다항식이다.

$$\text{즉 } \frac{b_o Q}{A_o A_m} \text{ 는 SPR 이다} \quad (24)$$

filtered error는

$$e_f = \frac{b_o Q}{A_o A_m} \left( \frac{R}{P} u + \frac{S}{P} y - \frac{T}{P} u_c \right) \quad (25)$$

$P = P_1 P_2$  라 놓자.

$P_2$  는  $R$  과 같은 차수의 stable monic 다항식

$$\text{그리면 } \frac{R}{P} = \frac{R - P_2 + P_2}{P_1 P_2} = \frac{R - P_2}{P_1 P_2} + \frac{1}{P_1}$$

그러면 filtered error는

$$e_f = \frac{b_o Q}{A_o A_m} \left( \frac{1}{P} u + \frac{R - P_2}{P} u + \frac{S}{P} y - \frac{T}{P} u_c \right) \quad (26)$$

위의 식에서와 같이 기존의 MRAC를 구현하는데 있어 많은 제약과 어려움이 따른다. 예전에 필터를 새로 쓰는 것 뿐만 아니라 관측기의 차수를 정하는 조건에도 맞춰야 한다. 본 논문에서는 SPR 조건을 만족하는 새로운 필터를 번거롭게 쓰지 않고 그대로 오차를 퍼지 입력으로 사용하였다.

본 논문에서 제안한 퍼지 적용칙의 입력 변수는 추종오차와 추종오차변화를 사용하였고, 출력변수로  $e_f$ 를 사용하였다. 규칙의 정성적표현을 정량화 하기 위해 전건부의 입력변수와 결론부의 출력변수는 7개의 언어집합을 사용하였다. (NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB) 규칙의 소속함수는 전건부는 비교적 계산이 간단한 좌우 대칭삼각형 형태로 일곱부분으로 분할하여 설계하였다. 입출력 변수  $e$ ,  $\dot{e}$ 에 대한 각 퍼지 멤버쉽 함수는 그림 3에 나타내었다. 입출력은 입출력 이득(scaling factor)에 의해 전체논의의 집합으로 정규화된다. 표 1은 본 논문에서 사용한 퍼지 적용칙을 나타내고 있으며 49개의 규칙기반으로 구성된다.

Rule1 : IF  $e$  is  $A_1$  and  $\dot{e}$  is  $B_1$ , then  $e_f$  is  $C_1$   
 . . . . .  
 . . . . .  
 . . . . .

RuleN : IF  $e$  is  $A_N$  and  $\dot{e}$  is  $B_N$ , then  $e_f$  is  $C_N$

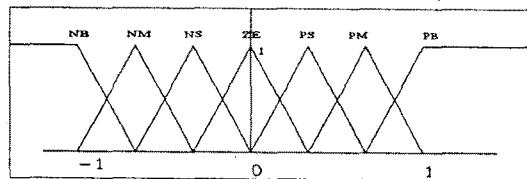


그림 3. 파라메터 추정시 사용된 퍼지집합의 소속함수

표 1. 제어 규칙

	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
ZE	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB

퍼지추론은 비선형 함수에서도 적용이 용이하며, 컴퓨터 연산이 빠르고 구현하기 쉬운 단순퍼지 추론법을 사용하였다. 추론과정을 통해 얻어진 제어기 매개변수 동조령은 무게 중심으로 비퍼지화되어 출력된다.

퍼지 적용칙은 매 샘플링마다  $e$  와  $\dot{e}$  가 입력되어 기준모델과 플랜트 출력사이의 오차가 영이 되도록 하는데 필요한 제어기 동조값 0 을 추론하여 제어기 매개변수를 직접 동조 시킨다.

본 알고리즘의 동조성능을 평가하기 위해  $G_1(s)$ 에 대해서는 구형파를 인가하여 응답특성을 기존의 MRAC와 비교하였다. 또한  $G_2(s)$ 에 대해서 목표치 변화에 대한 응답특성과 외란에 대한 응답특성을 MRAC와 비교하였다.

#### 4. 시뮬레이션

본 연구에서 제안한 퍼지추론 적용제어기의 성능을 검증하기 위해 기존의 MRAC와 비교하였고, 제어 대상으로는 불안정한 2차 발산시스템과 2차 발진시스템을 결정하여 시뮬레이션 하였으며, 외란에 대한 동조 성능도 평가하였다. 샘플링 주기는 0.1초로 하였고 전달함수는 다음과 같이 결정하였다.

플랜트의 전달함수

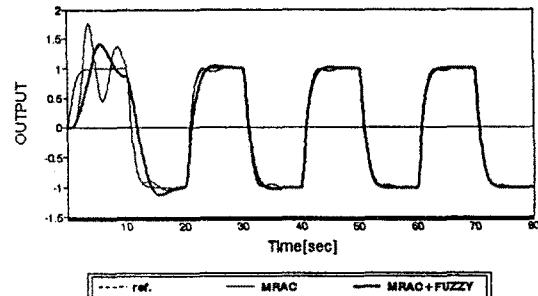
$$G_1(s) = \frac{2}{s(s+1)} \quad , \quad G_2(s) = \frac{1}{s^2+s+1} \quad (27)$$

모델의 전달함수

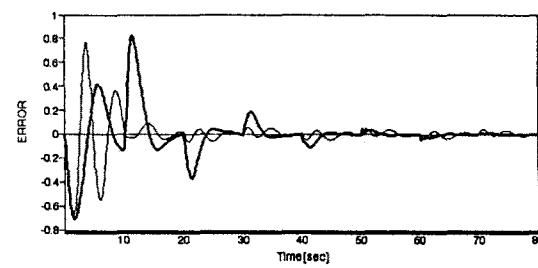
$$G_{\text{ref}}(s) = \frac{4}{s^2+4s+4} \quad (28)$$

그림에서 보는 바와같이 제안한 방법이 우수함을 보여주고 있다.

그림 4.(a)는 크기 1,-1을 갖는 구형파 입력에 대한  $G_1$  의 응답이다. 과도 상태의 오버슈트뿐만 아니라 적용 속도도 또한 빨라지는 것을 보이고 있다.



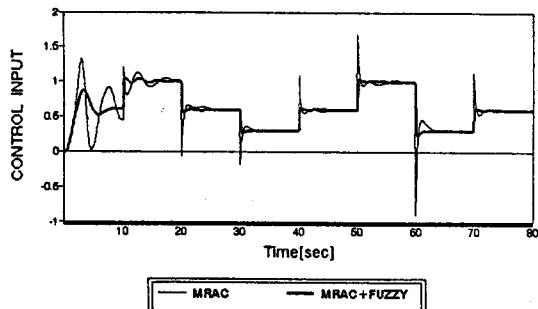
(a) 구형파 입력에 대한 응답비교



(b) 구형파 입력에 대한 오차비교

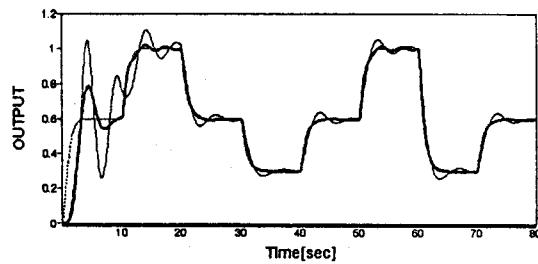
그림5.(a)는 기준입력축의 외란효과를 보이기 위해 기준입력이 변하는 경우에 대한 G2 응답을 보이고 있다. 여기서 또한 과도상태 응답뿐만이 아니라 동조속도가 빠름을 보여주고 있다. 외란에 대한 특성을 고려하기 위해 20~30초, 40~50초, 60~70초 동안 20%크기의 외란을 인가 하였을 경우 제안한 방법이 약간 우수한 것을 그림 5.(e)에 보였다.

그림 4.(b),5.(b)은 구형파입력과 기준입력 변화에 대한 오차를 보이고 있다. 그림 4(c),5(c)은 제어입력에 대한 비교이다. 그림 4(e9는 변하는 기준입력에 대한 파라메타값이다.

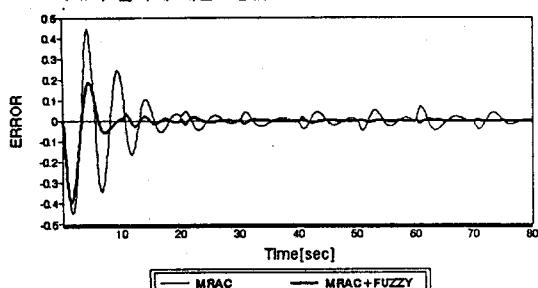


(c) 구형파 입력에 대한 제어입력비교

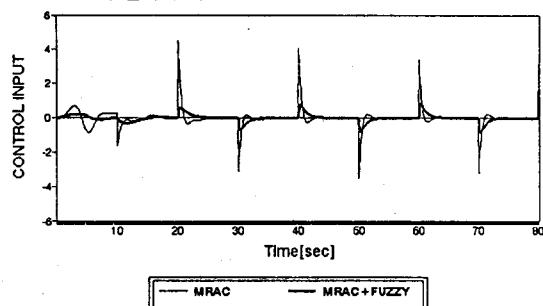
그림 4. 구형파에 대한 응답



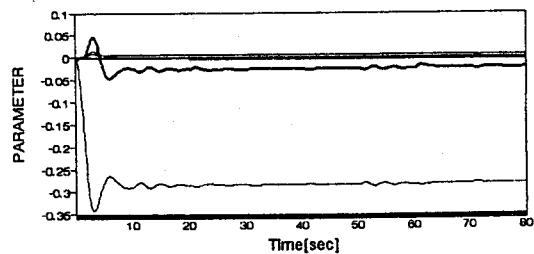
(d) 목표치 변화에 대한 응답비교



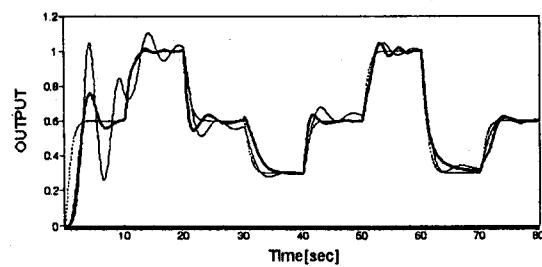
(e) 목표치 변화에 대한 오차비교



(c) 목표치 변화에 대한 제어입력비교



(d) 목표치 변화에 대한 파라미터 변화



(e) 목표치 변화에 외란을 인가한 경우 응답비교

그림 5. 목표치 변화에 대한 응답

## 5. 결론

적용제어기에 퍼지를 추가한 새로운 방법을 제안하였다. MRAC의 장점을 유지하고, 적용제어기의 단점을 보완해 주었기 때문에 기능상의 큰 손실없이 성능이 개선되었음을 확인할 수 있었다. 간단한 퍼지적용메커니즘에 의해서 동조기능을 수행하는 적용성을 지녔다는 점에서 좋은 결과를 보았다.

## References

- [1] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, "Stable Adaptive Systems," Prentice-Hall, 1989
- [2] K.S. Narendra, D. Boskovic, "A Combined Direct, Indirect, and Variable Structure Method for Robust Adaptive Control," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37. No.2, pp. 262-268, 1992
- [3] LI-CHEN FU, "A New Robust MRAC Using Variable Structure Design for Relative Degree Two Plants," IFAC, Vol.28. No.5, pp. 911-925, 1992
- [4] John A. Bernard. "Use of a rule-based system for process control" IEEE Control Systems Magazine, pp.3-13, October, 1988.
- [5] C.C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System:Fuzzy Logic Controller, Part I.II," IEEE Transactions on Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-20, No.2, pp.404-435, 1990
- [6] K.J. Astrom and B.Wittenmark, "Adaptive Control" Addison Wesley, 1989.