

## Hopfield 신경망에 의한 비선형 계통의 파라미터 추정

이기상 · 박태건 · 함재훈  
단국대학교 전기공학과

### Parameter Identification of Nonlinear Systems using Hopfield Network

Kee-Sang Lee · Tae-Geon Park · Jae-Hoon Ham  
Dept. of Electrical Eng. Dankook Univ.

**ABSTRACT** - Hopfield networks have been applied to the problem of linear system identification. In this paper, Hopfield network based parameter identification scheme of non-linear dynamic systems is proposed.

Simulation results demonstrate that Hopfield network can be used effectively for the identification of non-linear systems assuming that the system states and their time derivatives are available. Therefore, the proposed scheme can be applied in fault detection and isolation(FDI) and adaptive control of non-linear systems where the Hopfield networks perform on-line identification of system parameters.

#### 1. 서 론

제어 시스템을 해석하고 설계하기 위하여 우선 수행할 일은 제어 할 동적 시스템을 수학적으로 표현하기 위한 모델링이며 일반적으로 모델링은 주어진 플랜트의 동특성을 나타낼 수 있는 변수들을 선정하고 이 변수들이 다양한 형태의 방정식으로 표현되는 물리법칙을 통하여 변수들 사이의 상호관계를 찾는 것이며 시스템 모델링 방법은 크게 해석적인 접근 방법인 수학적인 모델링(Mathematical modeling)과 실험적인 접근 방법인 시스템 식별(System Identification)의 두 부류로 대별될 수 있다. [1-2] 수학적인 모델링은 뉴런의 법칙, 평형 방정식 등의 물리법칙을 계통 요소와 이를 요소간의 상호관계에 직접 적용하여 계통의 모델을 얻는 방법으로 실험 데이터가 요구되지 않으므로 실증하지 않는 계통에도 적용할 수 있으며 또한 내부 변수의 동정을 완벽하게 파악할 수 있다. 다음으로 시스템 식별은 계통에 대한 실험자식으로부터 모델의 구조, 예를 들면 계통의 차수, 지연시간 등은 기저로 가정하고 계통의 입/출력 데이터에 근거하여 온-라인 또는 오프-라인 식별 알고리즘을 적용함으로써 일 반적으로 계통의 전달함수를 얻어내는 방법이다. 이 방법은 계통의 내부 구조를 블랙박스로 취급하여 계통의 여기조건(Persistency of excitation condition)을 만족하는 입력과 출력간의 상호 관계를 표현한 것으로 복잡한 미지의 계통에 적용될 수 있으며 이 기법과 관련된 주제로는 계통의 차수, 상태 및 파라미터 추정 등을 들 수 있다. 이중 파라미터를 추정하기 위한 온-라인 식별 알고리즘은 이산시간 영역 및 연속시간 영역에서 구현될 수 있으나 실제 계통은 미분방정식 형태로 표현되는 물리 법칙에 근거하고 있으므로 연속시간 모델의 미분방정식의 계수는 실제 계통의 파라미터와 밀접하게 관련된다. 반면 RLS(Recursive Least Square) 기법, RIV(Recursive Instrumental Variable) 기법, RML(Recursive Maximum-Likelihood) 기법

등의 이산시간 영역에서의 파라미터 식별 기법에 의해 파라미터를 추정한 경우, 추정된 파라미터와 실제 계통 사이의 관계를 유추하는 것은 쉽지 않다. 따라서 계통 모델과 실제 계통 간의 직접적인 파라미터 변화 양상이 요구되는 분야 특히, 요소 고장 진단(Component fault diagnosis) 등에는 연속시간 영역에서의 파라미터 추정 기법을 적용하는 것이 보다 유리하다. 연속시간 영역에서의 파라미터 추정과 관련된 기존의 연구로는 [3-4] 등이 있으나 모두 선형 계통과 관련된 것이다. 그러나 실제 계통이 대부분 비선형 시스템임을 고려할 때 모델링시 선형 시스템이 아닌 비선형 시스템으로 모델링되어야 하며 또한 선형화가 불가능한 계통의 파라미터 추정, 보다 넓은 동작 범위가 요구되는 계통의 제어와 관련된 파라미터 추정을 위해서는 비선형 계통에 대한 파라미터 추정 방법의 개발이 필요하다.

최근 인공신경망을 이용하여 파라미터 추정 방법을 개발하려는 연구가 지속적으로 이루어져 있으며 그 대표적 연구로는 [5-8] 등이 있다. 이 중 [7-8]은 최적화 문제에 유용한 Hopfield 신경망을 선형 계통의 파라미터 추정에 적용한 것이다.

본 연구에서는 Hopfield 신경망이 갖는 비선형적인 동적 특성을 이용하여 연속시간 모델에서의 비선형 계통 파라미터 추정 방법을 제안하였으며, 제안된 방법은 요소 고장 진단, 비선형 계통의 파라미터 추정과 관련된 적용제어 문제 등에 적용될 수 있다.

#### 2. Hopfield 신경망의 구조 및 안정도

Hopfield 신경망은 최적화 문제 및 연상기억과 관련된 최적제어 문제[9], A/D Conversion 문제[10], TSP 문제[11], 그리고 최근에 선형 계통의 파라미터 추정[7-8]에 적용되고 있다.

Hopfield 신경망의 구조 및 안정도는 다음처럼 기술된다. [12]

#### 2.1 Hopfield 신경망의 구조

Hopfield 신경망은 양방향성을 갖는 뉴런들의 결합으로 활성함수(Accivation function),  $h(U_i)$ 를 통해 입력전압,  $U_i$ 를 출력전압,  $V_i$ 로 매핑시키는 N개의 뉴런으로 구성되며 그림1과 같은 RC의 전기적 요소로 표현된다.

그림 1.의 Hopfield 신경망에서 1 번째 뉴런의 입력노드에 대한 상태 및 출력방정식은 식(1)과 같다.

$$I_i + \sum_{j=1}^N T_{ij} V_j - U_i r_i = C_i \left( \frac{dU_i}{dt} \right) \quad (1a)$$

$$V_i = h(\lambda_i U_i), \quad 1 \leq i \leq N \quad (1b)$$

여기서  $r_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} + \frac{1}{R_i}$ ,  $h(\lambda_i; U_j)$ 는 활성함수,  $\lambda_i$ 는 학습률(learning rate)이다.

$$U_i = (1/\lambda_i) h^{-1}(V_i), \quad 1 \leq i \leq N \quad (2)$$

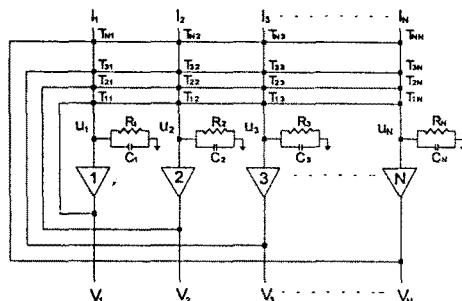


그림 1. RC network로 구성된 Hopfield 모델

여기에서  $U_i$ 는 입력전압,  $V_i$ 는 출력전압,  $I_i$ 는 바이어스 입력,  $T_{ij}$ 는 가중치,  $\triangleright$ 는 연산 증가기,  $R_i$ 는 저항,  $C_i$ 는 컨덴서이다.

## 2.2 Hopfield 신경망의 안정도

그림 1.의 신경망 에너지 함수는 다음과 같은 Lyapunov 방정식 형태로 선언될 수 있다.

$$E = -(1/2) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} V_i V_j - \sum_{i=1}^N I_i V_i + (1/\lambda) \sum_{i=1}^N r_i \int_0^{V_i} h^{-1}(v) dv \quad (3)$$

식(3)을 간단히 표현하면,

$$E = -((1/2)V^T TV + IV) + (1/\lambda) \sum_{i=1}^N r_i \int_0^{V_i} h^{-1}(v) dv \quad (4)$$

식(4)에 대한 시간 미분의 표현은 chain rule를 이용하여 식(5)처럼 표현될 수 있으며, 또한 식(2)로부터 식(6)이 만족된다.

$$\begin{aligned} \frac{dE(V)}{dt} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial E}{\partial V_i} \dot{V}_i \\ &= \nabla E^T(V) \dot{V} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\dot{V}_i = \frac{dV_i}{dt}$ .

$$\nabla E(V) = [\frac{\partial E(V)}{\partial V_1}, \frac{\partial E(V)}{\partial V_2}, \dots, \frac{\partial E(V)}{\partial V_N}]^T$$

$$\frac{d}{dt} \left( (1/\lambda_i) \int_0^{V_i} h^{-1}(v) dv \right) = U_i \quad (6)$$

식(6)을 고려한 식(3)의 미분은 식(7)과 같다.

$$\nabla E(V) = -(1/2)(T^T + T)V - I + rU \quad (7)$$

식(7)에 가중치 행렬이 대칭임을 가정하면

$$\nabla E(V) = -TV - I + rU \quad (8)$$

식(8)과 식(1a)를 비교하여 식(9)를 얻어낼 수 있다.

$$\nabla E(V) = -C \frac{dU}{dt} \quad (9)$$

식(5)에 식(9)를 대입하면

$$\frac{dE(V)}{dt} = - \sum_{i=1}^N (C_i \frac{dU_i}{dt}) \frac{dV_i}{dt} \quad (10)$$

식(1b)에 근거하여  $h(\lambda_i; U_i)$ 가 단조 증가함수이면  $\frac{dU_i}{dt}$ 와  $\frac{dV_i}{dt}$ 는 같은 부호를 갖는다. 따라서 식(11)이 항상 만족된다.

$$\frac{dE(V)}{dt} < 0 \quad (11)$$

## 3. Hopfield 신경망에 의한 비선형 계통의 파라미터 추정

최적화 문제에 유용한 Hopfield 신경망을 선형 계통의 파라미터 추정에 적용한 기존의 연구로는 [7-8] 등이 있다. 본 절에서는 Hopfield 신경망이 갖는 비선형적인 동적 특성을 이용하여 비선형 계통 파라미터 추정 방법을 제안하였으며 그 전체적인 구조는 그림2와 같다.

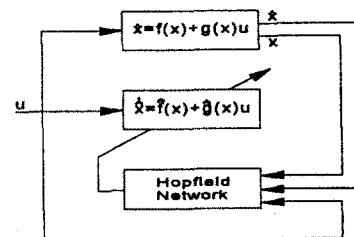


그림 2. Hopfield 신경망에 의한 비선형 계통의 파라미터 식별

### 3.1 파라미터 식별을 위한 비선형 계통의 표현

단일 입력을 갖는 비선형 autonomous 계통의 상태방정식은 식(12)와 같다.[13]

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (12)$$

여기서  $x$ 는 계통의 상태로  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u$ 는 계통의 입력으로  $u \in \mathbb{R}^1$ 이다.

식(12)와 같은 비선형 계통의 파라미터 추정을 위하여 식(13)의 선형 파라미터화 형태(linear parameterization form)로 전개하여야 한다.

$$\dot{x} = W a \quad (13)$$

여기서  $W$ 는 상태, 상태의 미분 그리고 입력으로 구성되는 행렬로  $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $a$ 는 계통 파라미터 벡터로  $a \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 이다.

### 3.2 가중치( $T$ ) 및 바이어스 입력( $I$ )의 유도

추정될 파라미터를 포함한 계통 표현은 식(13)으로부터 다음 식(14)로 표현될 수 있으며 파라미터 추정 편차는 식(15), 목적 함수  $E$ 는 식(16)처럼 정의될 수 있다.

$$\dot{x} = W a \quad (14)$$

$$e = x - \hat{x} \quad (15)$$

$$E = \frac{1}{2} (dT) \int_{t_0}^t e^T e dt \quad (16)$$

위에서  $dt$ 는 관심있는 시간 구간이다.

식(16)에 식(13), (14), (15)를 도입하면

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2(DT)} \int_{-DT}^t [\dot{x} - W\hat{a}] [\dot{x} - W\hat{a}]^T d\tau \quad (17) \\ &= \frac{1}{2(DT)} \int_{-DT}^t [\hat{a}^T W^T W \hat{a} + 2 \dot{x}^T W \hat{a} + \dot{x}^T \dot{x}] d\tau \end{aligned}$$

식(17)에서 우변의 세번째 항은 항상 양수로 E의 변화에 영향을 주지 않으므로 제외시킨다. 따라서 목적함수(Objective function, Cost function)는 식(18)로 표현된다.

$$E \approx \frac{1}{2(DT)} \int_{-DT}^t [\hat{a}^T W^T W \hat{a} + 2 \dot{x}^T W \hat{a}] d\tau \quad (18)$$

또한 식(4)에서 큰 학습률 ( $\lambda$ )을 가정하면 식(19)로 된다.

$$E = -((1/2)V^T TV + IV) \quad (19)$$

식(18)과 식(19)를 비교하여 다음의 가중치 행렬, T 와 바이어스 입력 벡터, I 를 얻을 수 있다.

$$T = -\frac{1}{DT} \int_{-DT}^t W^T W d\tau \quad (20)$$

$$I = \frac{1}{DT} \int_{-DT}^t \dot{x}^T W d\tau \quad (21)$$

여기서  $T \in R^{(n \times n)}$ ,  $W \in R^{(n \times q)}$ ,  $I \in R^{(1 \times n)}$ ,  $\dot{x} \in R^{(n \times 1)}$

식(20) 및 식(21)의 신경망의 가중치 및 바이어스. 입력을 구하기 위해서는 상태값, 상태 미분값, 그리고 입력으로 구성된 W 를 먼저 산출하여야 한다. 이때 W의 산출에 요구되는 상태변수의 미분값의 측정을 피하기 위하여 계통 상태를 필터의 입력으로 한 2차 필터를 구성하였으며 필터의 동적 방정식은 식(22)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -w_c^2 \\ -w_c^2 & -2\xi w_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_i \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} x_n \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_c^2 & 0 \\ 0 & w_c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

식(22)에서  $w_c$ 는 필터의 절점 주파수이고,  $\xi$ 는 계동비로,  $w_c$ ,  $\xi$ 는 필터가 점근적으로 안정하도록 선정해야 하며  $x_n$ ,  $\dot{x}_n$ 는 필터의 출력으로 각각 계통의 상태 및 상태의 미분값이다.

또한 파라미터 추정시 요구되는 사항으로 활성함수를 단조증가인 양극성(Bipolar) 활성함수로 선정하여야 하고 또한  $a_i$ 를 임의의 계통 파라미터라 할 때  $|a_i| < |G_i|$ 여야 하므로 본 연구에서는  $h(\lambda_i U_i) = G_i \tanh(\lambda_i U_i)$ 로 선정하였으며  $G_i$ 는 1보다 큰 양수이다.

Hopfield 신경망은 에너지 함수를 최소화시키는 방향으로 동작하여 신경망의 최종 출력은 에너지 함수에서 한 최소점이 되며 N개의 뉴런으로 구성된 Hopfield 신경망은 신경망의 가중치를 조정함으로써 최대 N개, 대부분의 상황에서 0.5N개의 안정한 상태를 얻을 수 있다. [14]

#### 4. 시뮬레이션 및 검토

제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 식(23)의 비선형 상태방정식으로 표현되는 계통에 대해 파라미터 추정을 수행하였다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ 9.8 \sin x_1 + x_3 \\ -10 x_2 - 10 x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} u \quad (23)$$

$$\dot{x} = W a \quad (24)$$

여기서  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ ,  $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$

$$W = \begin{bmatrix} x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin x_1 & x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_2 & -x_3 & u \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} a &= [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T \\ &= [1 \ 9.8 \ 1 \ 10 \ 10 \ 10]^T \end{aligned} \quad (26)$$

$$u(t) = \sin(10t) + \sin(100t) + \sin(1000t) \quad (27)$$

Hopfield 신경망과 연관된 파라미터로  $\lambda_1 = 10$ ,  $G_1 = 20$ ,  $C_1 = 1$ ,  $r_1 = 1/100$ , 식(22)의 필터의 동적방정식에서  $\xi = 1$ ,  $w_c = 5000$  [rad/s]으로 선정하였다. 시불연 파라미터와 식(26)에서  $a_6$ 를  $a_6 * (1 + 0.2 \sin(rt))$ 로 대체한 시변 파라미터의 경우에 대해 각각 측정잡음이 없는 경우 및 평균이 0이고 분산이 0.007인 백색잡음이 측정잡음으로 존재하는 경우로 나누어 시뮬레이션을 하였으며 다음과 같다. 그림3.1은 시불연 파라미터/측정잡음이 없는 경우, 그림3.2는 시불연 파라미터/측정잡음이 존재하는 경우, 그림4.2는 시변 파라미터/측정잡음이 존재하는 경우의 파라미터 추정 결과이다. 시뮬레이션 결과는 측정잡음이 존재하는 경우에 특히 우수한 파라미터 추정 결과를 보여주었다. 이것은 최소자승을 목적함수로 선정함으로써 측정잡음, 특히 고주파 잡음을 평균화(Average out)하였기 때문인 것으로 판단된다.

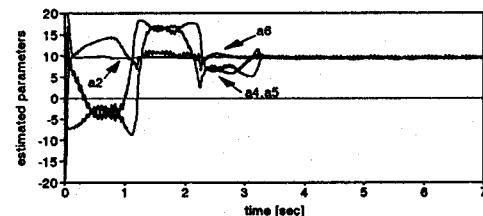


그림3.1은 시불연 파라미터/측정잡음이 없는 경우

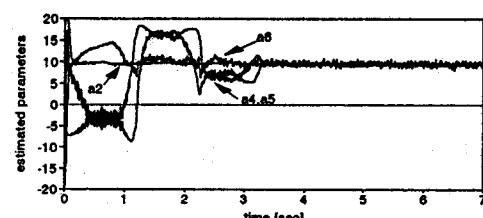


그림3.2는 시불연 파라미터/측정잡음이 존재하는 경우

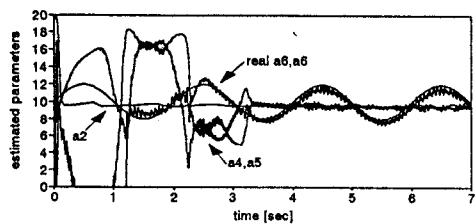


그림4.1은 시변 파라미터/측정잡음이 없는 경우

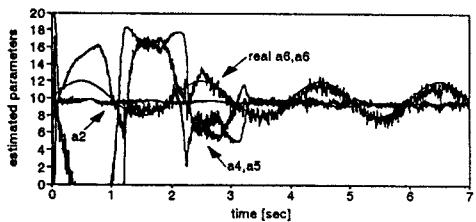


그림4.2는 시변 파라미터/측정잡음이 존재하는 경우

## 5. 결 론

본 연구에서는 Hopfield 신경망의 비선형적인 동적특성에 근거를 둔 비선형 계통의 파라미터 추정 방법을 제안하였으며 제안된 알고리즘은 실제통의 상태 미분과 추정된 파라미터에 근거하여 구해진 상태 미분의 편차의 최소 자승에 근거하여 목적함수를 선정하고, 이 함수를 최소화시키는 방향으로 Hopfield 신경망을 동작하도록 함으로써, 추정 파라미터인 신경망 출력이 계통 파라미터에 접근적으로 수렴하도록 구성되어 있다.

시뮬레이션에 의하면 Hopfield 신경망을 이용한 제안된 방법은 비선형 계통의 파라미터 추정에 효과적으로 이용될 수 있으며 요소 고장진단, 비선형 계통의 파라미터 추정과 관련된 제어문제 등에 응용될 수 있다. 특히, 아날로그 회로에 의한 Hopfield 신경망의 실현을 전제할 경우 비선형성이 강한 계통에 대한 실시간 파라미터 추정도 가능하다.

## 참 고 문 헌

- [1] T. Söderström, P. Stoica, *System Identification*, Prentice-Hall, New Jersey, 1989.
- [2] R. Johansson, *System Modeling and Identification*, Prentice-Hall, New Jersey, 1993.
- [3] R. Johansson, "Identification of Continuous-Time Dynamic Systems", Proceedings of 25th Conference on Decision and Control, pp. 1653-1658, 1986.
- [4] R.K. Mehra, D.G. Lainiotis, *System Identification : Advances and Case Studies*, Academic PRESS, United Kingdom, 1976.
- [5] K.S. Narendra, K. Parthasarathy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks", IEEE transactions on Neural Networks, Vol. 1, No. 1, pp. 4-27, 1990.
- [6] S.R. Chu, R. Shoureshi, "Neural-Based Identification of Continuous Nonlinear Systems", Proceedings of the American Control Conference, pp. 1440-1444, 1993.
- [7] R. Shoureshi, S.R. Chu, M. Tenorio, "Neural Networks for System Identification", Proceedings of the American Control Conference, Vol. 1, pp. 916-921, 1989.
- [8] S. Cetinkunt, H.T. Chiu, "Estimation of Modal Parameters of Linear Structural Systems using Hopfield Neural Networks", J. Guidance, Vol. 17, No. 3, pp. 621-624, 1993.
- [9] J.E. Steck, S.N. Balakrishnan, "Use of Hopfield Networks in Optimal Guidance", IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 30, No. 1, pp. 237-293, 1994.
- [10] D.W. Tank, J.J. Hopfield, "Simple "Neural" Optimization Networks : An A/D Converter, Signal Decision Circuit and a Linear Programming Circuit", IEEE transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-33, No. 5, pp. 533-541, 1986.
- [11] C. Chiu, C.Y. Ma, M.A. Shanblatt, "Energy Function Analysis of Dynamic Programming Neural Networks", IEEE transactions on Neural Networks, Vol. 2, No. 4, pp. 418-426, 1991.
- [12] J.M. Zurada, *Introduction to Artificial Neural Systems*, West Publishing Company, 1992.
- [13] J.E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [14] C.H. Lin, *Advanced Control Systems Design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.