

퍼지논리 제어기의 scaling factor의 분석 및 동조

이 철희, 김 광호^o

Chul-Heui Lee, Kwang-ho Kim

Analysis and Tuning of Scaling Factors of Fuzzy Logic Controller

강원대학교 전기공학과

Dept of Elec. Eng., Kangwon National University

ABSTRACT

In this paper, we analyze the effects of scaling factors on the performance of a fuzzy controller and propose the tuning method for them. The quantitative relation between input and output variables of a fuzzy controller is obtained by using a quasi-linear fuzzy model. An approximate transfer function of a fuzzy controller is derived from the comparison a fuzzy controller with the conventional PID controller. We analyze the effects of scaling factor using this approximate transfer function and propose a fuzzy tuning method based on that of Maeda et al[4].

1. 서론

퍼지제어는 언어적 제어규칙과 근사추론을 이용하여 제어 동작을 결정하기 때문에, 제어 대상의 수학적 모델링이 필요 없고 전문가의 경험과 직관 등에 의한 규칙을 언어변수로 표현하고 구현할 수 있다는 장점을 지니므로 입출력관계의 정량적인 분석이 어려운 시스템의 제어 문제에서 기존 제어기의 부적합한 점을 보완·대체 가능하여 최근에 널리 연구, 응용되고 있다.^[1,2]

퍼지제어에서는 결과적으로 비선형 괘환의 형태로 제어가 이루어지는데 퍼지제어기의 제어성능은 언어적 제어규칙, 소속함수, scaling factor 등의 파라미터와 추론 및 비퍼지화 기법에 종속적으로 결정된다. 그런데 퍼지제어기의 구성에 있어서 이러한 제어기 파라미터의 동조를 위한 계계적인 방법론이 없다는 것이 난점이다. 대부분의 경우 제어 응답을 이용하여 시행착오적으로 동조하는 방법을 주로 사용해 왔으며, 실제로 퍼지제어기의 동조가 기존의 제어기를 동조하는 것 이상으로 어렵다는 것은 이미 잘 알려진 사실이다. 따라서 이 문제를 해결하기 위한 시도가 활발히 이루어져 왔지만 최적 파라미터 값은 파라미터 상호간의 연관성뿐만 아니라 대상시스템과 제어 목적에 종속적이므로 보편적인 퍼지제어기에 대한 최적값을 얻을 수 있는 일반화된 방법을 구한다는 것은 사실상 불가능하다.^[3-6]

본 논문에서는 퍼지제어기의 파라미터들중 전체시스템의 특성 및 제어 성능에 큰 영향을 끼치는 scaling factor의 영향을 정량적으로 분석해보고 동조하는 방법을 제안하고자 한다.

scaling factor는 퍼지제어기의 crisp한 정량적인 입·출력인 시스템의 출력오차(e), 출력오차의 변화량(Δe), 출력오차의 변화량의 변화량($\Delta^2 e$) 그리고 제어입력신호의 변화량(Δu)등과 퍼지제어기의 퍼지변수의 전체구간(universe of discourse)간에 척도에 대한 환산 연산자로 작용하여 서로를 사상시켜주는 요소이다. 잘못된 scaling factor를 사용했을 경우는 동작영역이 규준화(normalization)된 전체 구간의 경계부로 쏠려서 제어시스

템의 출력에 직접적인 영향을 미치기 때문에 이들의 적절한 선정은 매우 중요하며, 신증을 기해야 한다.^[3,6]

본 논문에서는 준선형 퍼지모델을 이용하여 퍼지제어기의 입·출력 변수간의 관계를 정량적으로 도출하여 퍼지제어기의 근사적 전달함수를 구한뒤 이로부터 scaling factor의 영향을 분석하고, 이를 바탕으로 시스템의 제어 결과의 평가에 근거한 동조기법을 제시하였다.

2. Scaling factor의 영향 분석

2.1 퍼지 제어 시스템과 scaling factor

퍼지 제어기의 기본적인 구조는 그림1과 같다.

대부분의 경우 퍼지 제어기는 crisp한 정량적인 입력을 기본으로 하기 때문에 언어적 제어 규칙기반과 퍼지추론에 의해 제어 동작이 결정되기 위해서는 입력의 퍼지화가 요구된다. 이때 각각의 정량적인 입력값에는 이미 정의된 소속함수에 따라 각 퍼지부집합에 대한 귀속도를 할당하게 된다. 그런데 대체로 소속함수는 입력 변수들의 실제값에 상응하는 구간에 대해 정의되며 아니라 편의상 규준화된 전체 구간에 대해 정의되므로 퍼지화 단계 이전에 소속함수가 정의된 전체구간에 맞도록 입력값을 규준화해 주어야 한다. 그림1에서 입력단의 scaling factor들이 바로 그 역할을 수행하게 된다.

한편, 퍼지제어기의 출력이 제어 대상에 인가될 수 있도록 crisp한 정량적인 값을 갖기 위해서는 비퍼지화 과정을 거치게 되지만, 퍼지 출력변수의 퍼지부집합들이 규준화된 구간 내에서 정의되어 있기 때문에 비퍼지화된 그 결과 역시 규준화된 전체 구간내의 값이 되므로 실제 제어 대상에 인가되는 크기 범위로 역규준화(denormalization)시켜야 한다. 그림 1의 출력단의 scaling factor가 바로 그 역할을 수행하게 된다.

잘못된 scaling factor를 사용했을 경우 퍼지제어기의 동작 영역이 규준화된 전체 구간의 경계부로 쏠려버려서 제어 시스템의 출력에 직접적으로 영향을 미치게 된다. 따라서 scaling factor의 적절한 선정이 중요하나, 단지 데이터의 특성에만 관련되는 것이 아니라 소속함수의 형태, 위치, 플랜트의 등특성 등에도 관련되기 때문에 선정이 쉽지 않으므로 신증을 기해야 한다.^[3,6]

scaling factor의 영향을 간략히 정성적으로 분석해 보기 위해 그림 2와 같은 퍼지 PID제어 시스템을 생각하자.

퍼지 PID제어기의 언어적 제어 규칙기반은 다음과 같은 형태를 갖는 규칙들로 구성된다.

R_i : IF e^i is A and Δe^i is B and $\Delta^2 e^i$ is C,

THEN Δu^i is D (1)

입력변수 e , Δe , $\Delta^2 e$ 와 출력변수 Δu 의 scaling factor를 각각 $k_e (= 1/S_e)$, $k_d (= 1/S_d)$, $k_s (= 1/S_s)$, $k_u (= S_u)$ 라고 하면 그

팁으로부터

$$e^* = k_e e, \quad -S_e \leq e \leq S_e \quad (2.a)$$

$$\Delta e^* = k_d e, \quad -S_d \leq \Delta e \leq S_d \quad (2.b)$$

$$\Delta^2 e^* = k_s e, \quad -S_s \leq \Delta^2 e \leq S_s \quad (2.c)$$

$$\Delta u^* = \frac{\Delta u}{k_u}, \quad -S_u \leq \Delta u \leq S_u \quad (2.d)$$

(2)에서 볼 수 있듯이 scaling factor 중의 어느 하나를 변화시키게 되면, 그에 상응하는 변수의 값이 비례적으로 변화하게 되므로 곧 같은 비율로 그 scaling factor에 상응하는 퍼지변수의 소속함수를 이동한 것과 같게 된다. 이는 곧 규칙기반에 속하는 모든 규칙들의 전건부 또는 후건부의 의미를 바꾸는 것과 동일한 결과를 가져온다. 예를 들자면 "Positive Big"이 "Positive Medium"이 되는 식이다. 따라서 scaling factor를 바꾸게 되면 규칙기반 내의 모든 규칙이 바뀌는 것과 마찬가지가 되며 이는 곧 언어적 제어규칙으로 표현된 시스템의 등특성이 달라졌다는 것을 의미하므로 당초의 기대와는 다른 제어 결과를 낳게 된다.

2.2 Scaling Factor의 영향의 정량적 분석

(1)의 언어적 제어 규칙은 퍼지 제어기의 입력변수 e , Δe , $\Delta^2 e$, Δu 사이의 정량적인 관계에 대한 정보를 전혀 주지 못 하므로 scaling factor의 영향을 정량적으로 분석하기가 대단히 어렵다. 따라서 퍼지 제어기의 입/출력 변수간의 관계를 정량적으로 근사화하기 위하여 준선형(Quasi-Linear) 퍼지 모델기법^[7]을 이용하여 다음과 같이 후건부가 선형 방정식으로 바뀐 경우를 고려하기로 한다.

$R_i : \text{IF } e^* \text{ is } A \text{ and } \Delta e^* \text{ is } B \text{ and } \Delta^2 e^* \text{ is } C$

$$\text{Then } \Delta u^* = \alpha_1 e^* + \beta_1 \Delta e^* + \gamma_1 \Delta^2 e^* \quad (3)$$

그러면 전체 규칙에 의한 퍼지 제어기 출력은

$$\begin{aligned} \Delta u^*(n) &= \sum_{i=1}^m v_i \Delta u_i^*(n) \\ &= \sum_{i=1}^m v_i (\alpha_1 e^*(n) + \beta_1 \Delta e^*(n) + \gamma_1 \Delta^2 e^*(n)) \\ &= \bar{K}_1 e^*(n) + \bar{K}_p \Delta e^*(n) + \bar{K}_d \Delta^2 e^*(n) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 v_i 는 비퍼지화 기법에 의한 하중치로서 직접 퍼지추론법(Direct Fuzzy Reasoning)^[2]을 사용할 경우 다음과 같이 주어지며

$$v_i = \frac{\tau_i}{\sum_{j=1}^m \tau_j} \quad (5)$$

이때 τ_i 는 i번째 제어규칙의 점화수준(firing level)으로서 다음과 같이 계산된다.

$$\tau_i = \mu_A(e) \wedge \mu_B(\Delta e) \wedge \mu_C(\Delta^2 e) \quad (6)$$

따라서 (2)와 (4)로부터

$$\Delta u(n) = k_u \Delta u^*(n) \quad (7)$$

$$= \bar{K}_1 k_u k_e e(n) + \bar{K}_p k_u k_d \Delta e(n) + \bar{K}_d k_u k_s \Delta^2 e(n)$$

그런데 기존의 PID제어기의 경우 연속계 위치형 일고리즘은 다음과 같이 주어지며

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + K_i \int e(t) dt \quad (8)$$

이의 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{PID}(s) &= K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} \\ &= \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \end{aligned} \quad (9)$$

(8)의 연속계 위치형 PID제어기로부터 샘플링 시간 T 가 충분히 작다는 가정 하에 이산계 속도형 PID 제어기로 변환하면

$$\Delta u(n) = K_I \cdot T \cdot e(n) + K_p \Delta e(n) + (K_D/T) \Delta^2 e(n) \quad (10)$$

(7)과(10)을 비교하면

$$K_p = \bar{K}_p k_u k_d \quad (11.a)$$

$$K_I = \bar{K}_I k_u k_e / T \quad (11.b)$$

$$K_D = \bar{K}_D k_u k_s T \quad (11.c)$$

따라서 만약 (11)과 같이 K_p , K_I , K_D 를 정하면 기존의 PID제어기와 준선형 퍼지 PID제어기는 동등가 된다.

부언 : 그러나 실제로는 준선형 퍼지 PID제어기에서는 (4)와

(5)에서 볼 수 있듯이 매 스텝마다 v_i 의 값, 즉 \bar{K}_p , \bar{K}_I , \bar{K}_D

의 값이 달라지므로 전 시간 구간에서 고정된 이득요소를 갖는 기존의 PID제어기와는 차이가 있다.

(9)와 (11)로부터 준선형 퍼지 PID제어기의 전달함수는

$$\begin{aligned} G_{FC}(s) &= \frac{(\bar{K}_p k_u k_s T)s^2 + (\bar{K}_p k_u k_d)s + (\bar{K}_I k_u k_e / T)}{s} \\ &= \frac{N_{FC}(s)}{s} \end{aligned} \quad (12)$$

그림 2.의 전체 시스템의 전달함수는 $G_p(s) = N_p(s)/D_p(s)$ 라고 하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M(s) &= \frac{G_p(s)G_{FC}(s)}{1 + G_p(s)G_{FC}(s)} \\ &= \frac{N_p(s)N_{FC}(s)}{sD_p(s) + N_p(s)N_{FC}(s)} \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 (13)에서 볼 수 있듯이 scaling factor k_e , k_d , k_s 값의 변화는 시스템의 국과 영점의 위치를 변화시킨다. 제어 이론에서 잘 알려진 바와 같이 시스템의 국의 실수부가 크면 감쇠비가 커지므로 감쇠가 빠르고 오버슈트가 작아지며, 국의 허수부가 크면 진동 주파수가 높아지고 상승시간이 짧아지게 된다. 이 때문에 scaling factor를 변화시키면 전체 시스템의 등특성이 변화하게 되어 시스템의 동작과 출력에 큰 영향을 주게 된다.

각각의 scaling factor들의 영향은 (12)와 (13)으로부터 근궤적 기법 등을 이용하여 좀더 상세하게 분석할 수 있다. 준선형 퍼지 PID제어기는 시스템의 개투프 전달함수에 원점에 위치한 국과 $G_{FC}(s)$ 의 분자에 의한 두개의 영점을 추가하는 효과를 가져온다. 근궤적의 일반적인 성질에서 개투프 전달함수에 국을 첨가하면 근궤적을 s -평면의 우반면 쪽으로, 영점을 첨가하면 좌반면 쪽으로 워치 하는 효과를 가지므로 각 scaling factor들의 값에 따라 국과 영점의 위치가 변화하면서 근궤적의 형태가 달라진다.

부언 : (3)의 준선형 퍼지 PID제어기와 (1)의 보다 일반적인 퍼지 PID제어기는 유사한 동작 특성을 지니므로^[2] 준선형 퍼지 PID제어기를 이용해서 얻은 scaling factor의 영향에 대한 결과는 준선형 퍼지 PID제어기에만 국한되는 것이 아닌 일반적인 성향으로 간주할 수 있다.

3. Scaling Factor의 동조

2절에서 대체적인 scaling factor의 영향을 시스템 전달함수를 이용하여 정량적으로 분석해 보았지만, scaling factor의 선정은 단지 데이터의 특성에만 관련되는 것이 아니고 소속함수의 형태나 위치, 플랜트의 등특성도 함께 관련되므로 단순한 계산에 의해 선정하기가 쉽지 않다. 따라서 분석결과와 이러한 각 요소들의 영향에 대한 전문가의 경험적 지식을 결합하여 퍼지 동조기법을 이용하는 것이 바람직하다. 이러한 각 요소들의 영향은 퍼지 제어시스템의 제어 결과를 평가하여 고려한다. 제어 결과의 평가는 Maeda 등의 기법^[4]을 이용하여 그림 3에서 나타낸 것처럼 오버슈트 값 OV, 진폭 AMP 및 상승 시간 RT 등을 사용하여 이들의 목표치와의 차치의 정도를 평가하여 scaling factor의 값을 조정하도록 한다. 오버슈트, 상승시간, 진폭의 차치는 다음과 같이 주어지며

$$e_{OV} = OV - OV^* \quad (14.a)$$

$$e_{RT} = RT - RT^* \quad (14.b)$$

$$e_{AMP} = AMP - AMP^* \quad (14.c)$$

여기서 OV^* , RT^* , AMP^* 은 OV , RT , AMP 의 목표값이다.
2절의 분석결과와 퍼지제어시스템의 각 요소들의 scaling factor에 대한 영향을 고려한 동조규칙이 표 1에 주어져 있다.

표 1. scaling factor의 동조 규칙

	ΔK_e	Δk_d	Δk_s	Δk_u
e_{OV}	P	PB	NS	NS
	N	NB	PS	PS
e_{RT}	P	NB	PB	PB
	N	PB	NB	NB
e_{AMP}	P	PB	NB	NS

표 1의 동조 규칙에서 각각의 언어 변수에 대한 소속함수는 그림 4에 나타나 있다.

표 1의 규칙으로부터 scaling factor의 변화량 Δk_e , Δk_d , Δk_s 및 Δk_u 의 값을 구하기 위한 추론 및 비퍼지화에는 2절에서 언급한 직접 퍼지추론법^[2]을 사용한다.

scaling factor의 동조의 종료 시점을 설정하기 위한 평가기준 PF는 다음과 같이 소속함수들에 의해 정의된다.

$$PF = \min \{ \mu_{OV}(e_{OV}), \mu_{RT}(e_{RT}), \mu_{AMP}(e_{AMP}) \} \quad (15)$$

따라서 이러한 평가기준 및 Δk_e , Δk_d , Δk_s , Δk_u 의 값을 이용하여 파라미터를 다음과 같이 수정한다.

$$k_e^{new} = k_e^{old} + (1-PE) \Delta k_e \quad (16.a)$$

$$k_d^{new} = k_d^{old} + (1-PE) \Delta k_d \quad (16.b)$$

$$k_s^{new} = k_s^{old} + (1-PE) \Delta k_s \quad (16.c)$$

$$k_u^{new} = k_u^{old} + (1-PE) \Delta k_u \quad (16.d)$$

평가 기준 PF가 다음의 관계를 만족하면 동조를 종료하도록 한다.

$$PE \geq \lambda \quad \lambda \in [0, 1] \quad (17)$$

여기서 λ 는 종료기준상수이다.

4. 결론

scaling factor는 퍼지제어기의 crisp한 정량적인 입·출력과 퍼지제어기의 퍼지변수의 전체구간 간에 척도에 대한 환산 연산 자로 작용하여 서로를 사상시켜주는 요소로서, 잘못된 scaling factor를 사용했을 경우 제어시스템의 출력에 직접적인 영향을 미치기 때문에 이들의 적절한 선정은 매우 중요하며, 신증을 해야 한다.

본 논문에서는 준선형 퍼지모델을 이용하여 퍼지제어기의 입·출력 변수간의 관계를 정량적으로 도출하여 퍼지제어기의 근사적 전달함수를 구한뒤 이로부터 scaling factor의 영향을 분석하고, 이를 바탕으로 시스템의 제어 성능에 근거한 동조기법을 제시하였다.

참 고 문 헌

- [1] C.C.Lee, "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, part I and II," IEEE Trans. Syst. Man Cybern., vol.20, no.2, pp.404-435
- [2] R.R.Yager, D.P.Filev, *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994
- [3] L.Zheng, "A Practical Guide to Tune of Proportional and Integral(PI) like Fuzzy Controller," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Fuzz-IEEE'92-Proceedings, San Diego, pp.633-640, March 1992
- [4] M.Maeda, S.Murakami, "A self-tuning fuzzy controller," Fuzzy Sets and Systems, vol. 51, pp.29-40, 1992
- [5] Z.Zhao, M.Tomizuka, S.Sagara, "A Fuzzy Tuner for Fuzzy Logic Controllers," Proceedings of American Control Conference, pp.2268-2273, 1992
- [6] R.Palm, "Tuning of Scaling Factors in Fuzzy Controllers using Correlation Functions," IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Fuzz-IEEE'93-Proceedings, pp.691-696, March 1993
- [7] M.Sugeno, T.Tagaki, "A new approach to design of fuzzy controller," In *Advances in Fuzzy Sets, Possibility Theory and Applications*, Plenum Press, New York, pp.325-334, 1983

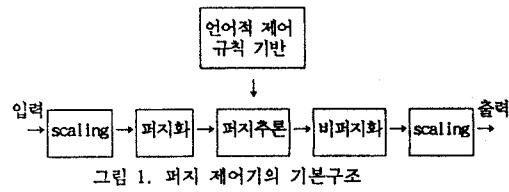


그림 1. 퍼지 제어기의 기본구조

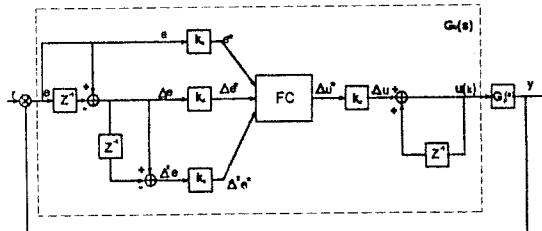


그림 2 퍼지 PID제어기의 블럭선도

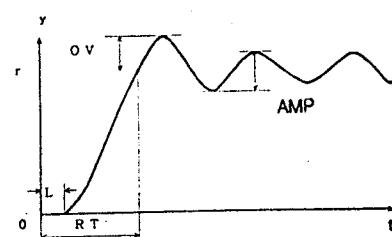
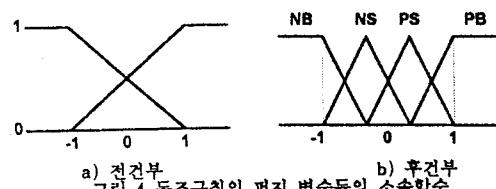


그림 3 제어결과의 평가지수



a) 전건부
b) 후건부
그림 4 동조규칙의 퍼지 변수들의 소속함수