

응답특성 개선을 위한 강인한 적응제어기의 개발

이 순 영, 최 재석, °최 진 배
경상대학교 전기공학과

Development of Robust Adaptive Controller for the Improvement in Performance

Soon-Young Lee, Jae-Seok Choi, °Jin-Bae Choi
Dept. of Electrical Engineering Gyeongsang National University

Abstract- This paper introduces a new approach to adaptive control using a combination of direct, indirect and variable structure method. A new variable structure input is derived to counteract the effects of disturbances. Direct input is used to have fast response and indirect input improves the transient behavior of the system. Computer simulation results illustrate the very satisfactory performance of the proposed algorithm.

1. 서론

적응제어계를 구성하는 대표적인 이론들로는 직접 적응제어, 간접 적응제어, 가변구조 적응제어 등을 들 수 있다.^[1] 직접 적응제어는 식별기나 관측자 없이 적응제어를 수행하는 방법으로 응답 속도가 빠른 반면 과도 상태에서 동요가 발생하게 된다. 간접 적응제어는 먼저 파라메터를 추정한 후 이 값을 이용하여 제어를 수행하는 방식으로 응답 속도가 느린 단점이 있다. 가변구조 제어 방식은 상태가 슬라이딩 모드라는 특이한 동작 상태에 머무르도록 불연속적인 제어 입력을 발생시켜주는 방식으로서, 시스템 파라메터의 변동이나 외란의 영향을 거의 받지 않는 반면 스위칭 동작에 의한 진동(chattering)이 발생하게 된다.

이러한 방법들은 수많은 연구를 거쳐 80년대 초에는 이상적인 계통에 대한 안정도 문제가 확립되었다. 이 후 근대에는 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 계에 대한 강인한 적응제어계를 구성할 수 있는 방법들이 주로 연구되고 있다. 강인한 적응제어계의 대표적인 구성법으로는 사구간 이용법^[2], 파라메터 제한법^[3], σ 변형법^[4], ε₁ 변형법^[5] 등을 들 수 있으며 그 밖에 직, 간접 및 가변구조 방법을 결합한 기법^[6]이 제기되기도 하였다. 그러나 이러한 대부분의 방법들의 가장 큰 문제점은 신호들의 유계만 보장이 될 뿐 출력오차가 0으로 되지 않는다는 것이다.

따라서 본 연구에서는 직, 간접 및 가변구조 방법을 결합하여 외란의 존재 여부에 관계없이 출력오차를 0으로 할 수 있는 새로운 적응제어 알고리즘을 개발하였다. 이를 위하여 외란의 영향을 상쇄 시킬 수 있는 새로운 가변구조 형태의 적응제어법을 개발한 후, 이

방법을 직, 간접법과 결합시켰다. 또한 이렇게 도출된 알고리즘은 정상상태에서 chattering이 발생하게 되므로 이를 수정 할 수 있는 방안을 마련하였다.

2. 직접적응제어와 가변구조제어의 결합

다음과 같은 1차 선형 시불변 미분 방정식의 플랜트를 생각한다.

$$\dot{x}_p = a_p x_p + k_p(u(t) + v) \quad (1)$$

여기서 플랜트는 가제어하고($b_p \neq 0$) a_p 는 임의의 상수이다. b_p 의 부호는 알고 있다고 가정하며 v 는 유한한 크기의 외란이다.

다음과 같은 기준 모델을 생각한다.

$$\dot{x}_m = -a_m x_m + k_m r \quad (2)$$

여기서 $a_m > 0$ 이며 기준입력 $r(t)$ 은 유계인 구분연속 시간함수이다.

이제 다음과 같은 제어 입력과 적응칙을 제안한다.

제어 입력

$$u_p = \theta x_p + kr - \text{sgn}(e)\psi \quad (3)$$

적응칙

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= \dot{\theta} = -\text{sgn}(k_p)ex_p \\ \dot{\phi}_2 &= \dot{k} = -\text{sgn}(k_p)er \\ \dot{\psi} &= |e| \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\Phi_1 = \theta - \theta^*$, $\Phi_2 = k - k^*$ 는 제어기 파라메터 오차이다.

식 (1), (2)와 제어 입력으로부터 출력 오차는 아래와 같다.

$$e = -a_m e + k_p (\phi_1 x_p + \phi_2 r + v - \text{sgn}(e)\delta) \quad (5)$$

다음과 같은 함수 $V(e, \phi_1, \phi_2, \psi)$ 를 생각한다.

$$V(e, \phi_1, \phi_2, \psi) = 1/2(e^2 + |k_p|(\phi_1^2 + \phi_2^2) + |k_p|(\psi - \delta)^2) \quad (6)$$

따라서 V 의 도함수는

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -a_m e^2 + k_p v e - \text{sgn}(e) k_p e \delta + |k_p| |e| (\psi - \delta) \\ &\leq -a_m e^2 + |k_p| |e| |v| - |k_p| |e| \delta \\ &\leq -a_m e^2 \end{aligned} \quad (7)$$

그러므로 e, ϕ_1, ϕ_2, ψ 는 유계이다. 아울러 θ, k, x_p 도 유계이며 제어 입력 u 도 유계가 되어 전체 계통은 안정하다. 그리고 $e \in L^2$ 이고 $\dot{e} \in L^\infty$ 이므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 가 된다.

또한 위의 관계식들은 외란이 존재하지 않는 이상적인 계에 대하여도 성립하게 된다. 따라서 이상적인 경우는 물론 잡음이 존재할 경우에도 이론적으로는 다른 방법들과는 달리 출력오차가 0에 수렴하게 된다. 그러나 출력오차가 작아지면 진동(chattering)이 발생되므로 실제적으로 출력오차는 0이 되지는 못 한다.

진동기 시뮬레이션

플랜트와 기준 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{a}_p &= -3x_p + 2u \\ \dot{a}_m &= -4x_m + r \end{aligned}$$

그림 1은 기준 모델의 입력 $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ 이며 외란 $v = \cos(t)$ 일 경우 출력오차를 나타내며, 그림 2는 기준 모델의 입력 $r = \sin(t)$ 이며 외란이 없는 이상적인 경우의 출력오차를 나타낸 것이다.

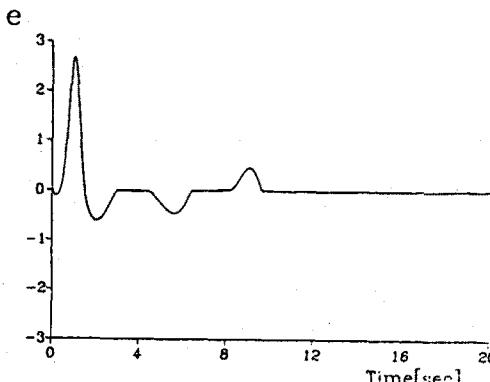


Fig. 1 Output Error in Combined Direct and VS Controller when $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ and $v = \cos(t)$

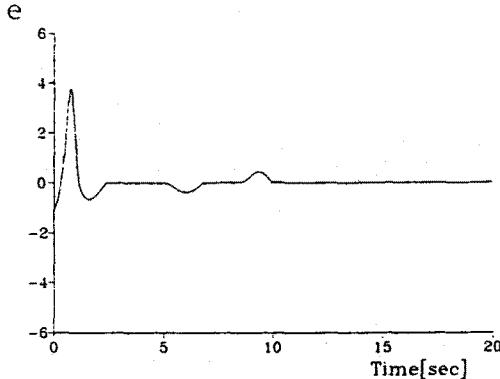


Fig. 2 Output Error in Combined Direct and VS Controller when $v = 0$

3. 간접 적용제어법

간접 적용제어법에서는 플랜트의 파라메터를 추정하는 동시에 제어기 파라메터는 이 추정치를 이용하여 조정된다.

추정기와 제어입력을 다음과 같이 생각한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_p &= \hat{a}_m \hat{x}_p + [\hat{a}_p - a_m] x_p + \hat{k}_p u \\ u &= \theta x_p + k r \end{aligned} \quad (8)$$

다음과 같은 페루프 추정 오차 ϵ_θ 와 ϵ_k 를 정의한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_\theta &= \hat{a}_p + \hat{k}_p \theta - a_m \\ \epsilon_k &= \hat{k}_p k - k_m \end{aligned} \quad (9)$$

제어기 파라메터 $\theta(t)$ 와 $k(t)$ 는 플랜트 파라메터 a_p 와 k_p 의 추정치에 의하여 조정된다.

적용칙을 아래와 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -\text{sgn}(\epsilon_\theta) \epsilon_\theta \\ \dot{k} &= -\text{sgn}(\epsilon_k) \epsilon_k \end{aligned} \quad (10)$$

식별오차를 $e_i = x_p - \hat{x}_p$ 라 하면 플랜트 파라메터 추정을 위한

적용칙은

$$\begin{aligned} \hat{a}_p &= -e_i x_p - \epsilon_\theta \\ \hat{k}_p &= -e_i u - \theta \epsilon_\theta - k \epsilon_k \end{aligned} \quad (11)$$

이상적인 경우에 간접 적용제어법은 계통의 모든 신호의 유계성을 보장하나, 외란이 존재할 경우에는 안정도를 보장할 수 없다.

4. 직, 간접적용제어와 가변구조제어의 결합

이 방법에서는 직접, 간접적용제어방식이 전체 계통의 안정도를 보장하며 가변구조제어방식에서 외란을 상쇄시키게 된다.

앞의 방법들을 결합한 다음과 같은 제어 입력을 생각한다.

$$u(t) = \theta x_p + kr - \psi \operatorname{sgn}(e_i) \quad (12)$$

위의 제어 입력과 식(1), (2), (8)을 이용하여 출력오차, 식별오차, 식별기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= -a_m e + k_p (\phi_1 x_p + \phi_2 r + v - \psi \operatorname{sgn}(e)) \\ \dot{e}_i &= -a_m e_i + (\hat{a}_p - a_p) x_p + (\hat{k}_p - k_p) u - k_p v \\ &= -a_m e_i + \hat{a}_p x_p + \hat{k}_p u - k_p v \\ \hat{x}_p &= [a_m + \varepsilon_\theta] \hat{x}_p + \varepsilon_\theta e_i + k \hat{k}_p r \end{aligned} \quad (13)$$

파라메터 추정치와 적응치은 다음과 같이 구해질수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{a}_p &= -e_i x_p - \varepsilon_\theta \\ \hat{k}_p &= -e_i u - \theta \varepsilon_\theta - k \varepsilon_k \\ \phi_1 &= \theta = -\operatorname{sgn}(k_p) [e_p + \varepsilon_\theta] \\ \phi_2 &= \hat{k} = -\operatorname{sgn}(k_p) [e_r + \varepsilon_k] \\ \psi &= |e_i| \end{aligned} \quad (14)$$

이제 다음과 같은 함수 $V(e_i, \phi_1, \phi_2, \psi, \hat{a}_p, \hat{k}_p)$ 를 생각한다.

$$V(e_i, \phi_1, \phi_2, \psi, \hat{a}_p, \hat{k}_p) = 1/2(e_i^2 + |k_p|(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \hat{a}_p^2 + \hat{k}_p^2 + |k_p|(\psi - \delta)^2)$$

V 의 도함수는

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -a_m e_i^2 - \varepsilon_\theta^2 - \varepsilon_k^2 - k_p v e_i - \operatorname{sgn}(e_i) k_p e_i \psi + |k_p| |e_i| (\psi - \delta) \\ &\leq -a_m e_i^2 - \varepsilon_\theta^2 - \varepsilon_k^2 + |k_p| |e_i| |v| - |k_p| |e_i| \delta \\ &\leq -a_m e_i^2 - \varepsilon_\theta^2 - \varepsilon_k^2 \leq 0 \end{aligned}$$

따라서 $e_i, \hat{a}_p, \hat{k}_p, \theta, k$ 는 유계이다. 그러므로 $\varepsilon_\theta \in L^\infty$ 이고 $e_i, k, \hat{k}_p, r \in L^\infty$ 이므로 $\hat{x}_p \in L^\infty$ 이고 $x_p \in L^\infty$ 가 된다.

따라서 $e_i, \varepsilon_\theta, \varepsilon_k$ 가 유계가 되며 결국

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_\theta(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_k(t) = 0$$

식(13)로 부터 $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}_p - x_m| = 0$ 가 되며 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 가 된다.

전산기 시뮬레이션

그림 3은 기준 모델의 입력 $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ 이며 외란 $v = \cos(t)$ 일 경우의 출력오차이며, 그림 4는 기준 모델의 입력 $r = \sin(t)$ 이며 외란 $v = 0$ 일 경우 출력오차를 나타낸것이다. 스위칭 동작에 의한 미소한 진동을 보았다.

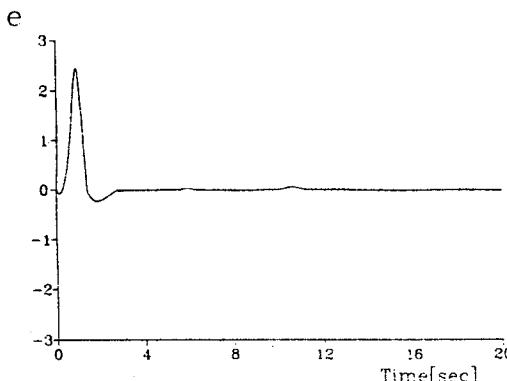


Fig. 3 Output Error in Combined Direct, Indirect and VS Controller when $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ and $v = \cos(t)$

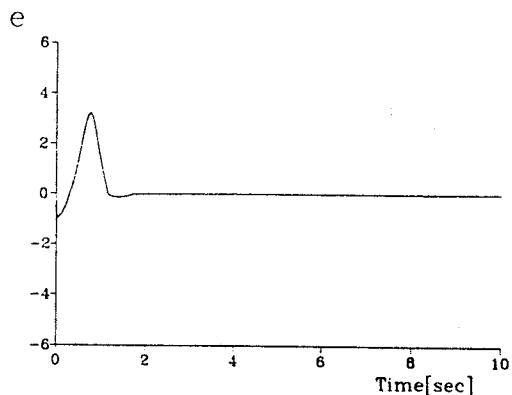


Fig. 4 Output Error in Combined Direct, Indirect and VS Controller when $v = 0$

5. 가변구조제어의 변형법

가변구조 제어방식은 스위칭 동작에 의해 정상상태에서 진동이 발생하게 된다. 이를 방지하기 위해서 적응치와 제어치를 변형시킨 방법을 제시한다. 이 방법은 $\operatorname{sgn}(e_i)$ 대신에 $e_i/(|e_i| + \delta)$ 를 이용하여 제어입력과 적응치은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \theta x_p + kr - \psi e_i / (|e_i| + \delta) \\ \psi &= |e_i| + \operatorname{sgn}(e_i) e_i^2 / (|e_i| + \delta) \end{aligned} \quad (15)$$

전산기 시뮬레이션

그림 5은 기준 모델의 입력 $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ 이며 외란 $v = \cos(t)$ 일 경우의 출력오차이며, 그림 6은 기준 모델의 입력 $r = \sin(t)$ 이며 외란 $v = 0$ 일 경우 출력오차를 나타낸것이다. 여기서 δ 는 0.01로 하였으며 진동(chattering)이 발생하지 않음을 알수 있다.

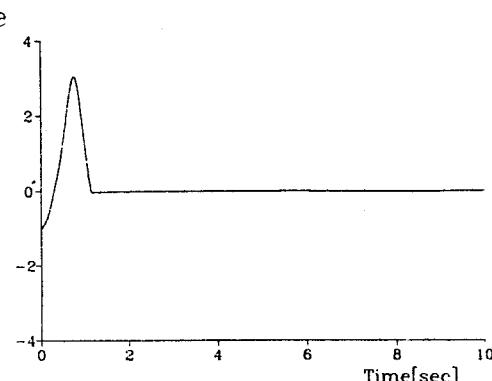


Fig. 5 Output Error in Modified VS Controller when $r = \cos(t) + \sin(0.5t)$ and $v = \cos(t)$

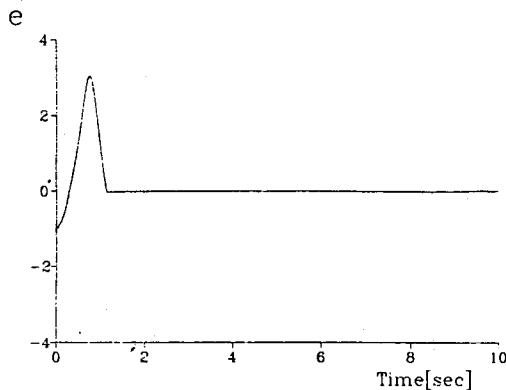


Fig. 6 Output Error in Modified VS Controller when $v = 0$

6. 결론

본 논문에서는 외란이 존재하는 계통에 대해서 응답특성이 우수하고 강인성이 향상된 적응제어 알고리즘을 제시하였다. 즉, 간접적응제어법과 새로운 가변구조방식을 결합된 이 방법에서는 가변구조형태의 입력이 외란의 영향을 상쇄시키며 직접 적응항에서는 전체 계통의 안정도를 보장하고 간접 적응항은 과도상태 응답을 개선시키게 된다. 아울러 스위칭 동작에 의한 진동을 막기위한 변형된 가변구조방식을 결합한 적응최도 제시하였다.

또한 안정도 증명 및 전산기 시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제시한 적응 알고리즘은 외란의 존재여부에 관계없이 매우 우수한 응답특성을 갖고 있음을 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Narendra, K. S., Annaswamy A. M. "Stable Adaptive Systems." Prentice Hall, Inc. 1989.
- [2] Peterson, B. B., Narendra, K. S. "Bounded Error Adaptive Control," IEEE Transactions on Automatic Control 27: 1161-1168, Dec. 1982.
- [3] Kreisselmeier, G., Narendra, K. S. "Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances," IEEE Transactions on Automatic Control 27: 1169-1175, Dec. 1982.
- [4] Ioannou, P. A., Tsakalis, K. "A Robust Direct Adaptive Controller," IEEE Transactions on Automatic Control 31: Nov. 1986.
- [5] Narendra, K. S., Annaswamy, A. M. "A New Adaptive Law for Robust Adaptive Control without Persistent Excitation," IEEE Transactions on Automatic Control 32: Feb. 1987.
- [6] Narendra, K. S., Boskovic J. D. " A Combined Direct, Indirect, and Variable Structure Method for Robust Adaptive control," IEEE Transaction on Automatic Control 37: 262-268, Feb. 1992.
- [7] S.Y. Lee. "Robust Adaptive Control for Systems with Bounded Disturbances." Trans. KIEE, Vol. 42, Mar. 1993.
- [8] Narendra, K. S., Annaswamy, A. M. "Robust Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances," IEEE Transactions on Automatic Control 31: 306-315, April 1986.