

컨베이어 추적을 위한 로보트 매니퓰레이터의 임의의 경로에 대한 최소시간 궤적계획

윤기호⁰, 정선태

숭실대학교 전자공학과, 서울시 동작구 상도 5동 1-1

Minimum-time trajectory planning of a robot manipulator with an arbitrary path for conveyor tracking

Ki-Ho Yun⁰, Sun-Tae Chung

Department of Electronics Engineering, SoongSil University, Seoul, Korea

ABSTRACT

In this paper, the problem of minimum-time trajectory planning of a robot manipulator with an arbitrary path is dealt. As for a straight path, the trajectory planning can be done without difficulty since the path is easily parameterized by its length. However, this is not the case for a non-straight path. In this paper, by noting that the others' joint angles and velocities are determined if one joint's angle and velocity are known, we reduce the problem of trajectory planning on a non-straight path to one in the 2-dimensional space of one joint's angle and velocity. Then, by applying the dynamic programming, we achieve the minimum-time trajectory planning. A simulation is done for verifying this.

1. 서 론

기존의 컨베이어 추적 로보트 매니퓰레이터의 최소시간 궤적계획문제에 있어서 로보트 매니퓰레이터의 계획된 경로가 컨베이어 벨트상의 직선경로일때는 경로가 경로의 길이로 쉽게 파라메타화되어 2 차원의 동적계획법을 적용할 수 있어서 최소시간 궤적계획이 가능하였다[2,3]. 그런데, 일반적으로 경로가 직선 경로가 아니면 경로의 길이로 파라메타화하기 힘들뿐만 아니라, 경로의 좌표를 이용하면 경로가 2 차원 평면에 놓여 있다고 하더라도 4 차원의 동적계획법을 사용해야 하므로 많은 계산량 때문에 현실적으로 동적계획법을 적용할 수 없었다. 따라서 동적계획법이 현실적으로 가능하기 위해 비직선 경로에 대해 자차원화 방법을 고려해야 한다.

그런데, 한 경로상에서 로보트 매니퓰레이터의 한 관절의 위치와 속도가 주어지면, 다른 관절들의 위치와 속도를 결정할 수 있으므로, 즉 경로상에서 한 관절의 가능속도에 대해 다른 관절의 가능속도를 계산할 수 있고 이 가능속도가 속도제약조건을 만족하는가를 검사하고 또한 만족하는 경우에 이러한 각 관절의 위치와 가능속도를 만들어 내는 토크를 동역학으로부터 계산해 내어 주어진 토크제약조건을 만족하는가 검사를 수 있으므로, 경로의 궤적계획문제를 한 관절의 위치와 속도의 2 차원 공간의 궤적계획문제로의 저차원화가 가능하다[1]. 본 논문에서는 이러한 사실에 주목하여 컨베이어 추적을 위한 비직선 경로에 대한 매니퓰레이터 최소시간 궤적계획의 문제를, 동적계획법의 적용이 가능하도록 주어진 경로에서의 한 관절의 위치와 속도의 2 차원 공간의 최적화 문제로 변환하여 동적계획법을 적

용하여 푸는 방법을 제시하였다. 그런데 [1] 의 궤적계획은 최종 속도를 0 (즉, 로보트 매니퓰레이터가 정지한 상태)으로 가정한 정적인 문제였으나 컨베이어 추적을 위한 궤적계획에 있어서는 최종위치와 컨베이어 벨트상의 부품의 위치와 속도가 같아야 하는 동적인 문제이므로 본 논문의 컨베이어 추적 궤적계획은 [1] 과는 전혀 다른 복잡한 것이다.

본 논문의 구성은 제 2 절에서 최소시간 궤적계획을 위한 문제의 정의 및 구성에 대하여 기술하고 제 3 절에서는 동적계획법을 이용한 최소시간 궤적계획 알고리즘에 대하여 서술하고 제 4 절에서는 2 자유도의 로보트 매니퓰레이터를 모멘토 시뮬레이션을 수행하고 이의 결과를 보인다. 마지막으로 제 5 절에서는 본 논문에 대한 결론에 대해 논의 한다.

2. 문제의 정의 및 구성

컨베이어상에서 이송하는 부품을 매니퓰레이터가 추적하여 패지하고 다음 작업장소로 이동시켜주는 컨베이어 추적문제에 있어서 추적시간의 최소화는 생산성 향상에 필요하다. 그런데, 매니퓰레이터의 복잡한 동역학과 만족해야 하는 제약조건으로 온라인으로 최소시간 궤적을 생성하고 추적하는 것은 과도한 계산상의 부담으로 힘들다. 따라서 오프라인에서 최소시간 궤적계획을 미리 하는 것이 필요하다. 본 논문에서 고려하고 있는 '컨베이어 추적 매니퓰레이터 최소시간 궤적계획문제'는 매니퓰레이터가 통과해야 할 비직선 경로가 주어졌을 때 이 비직선 경로를 따라 컨베이어상에서 이송되는 부품을 추적하여 부품을 잡기 위한 정상상태(즉, 매니퓰레이터의 위치와 속도가 부품의 위치와 이송속도가 같은 상태)에 최소시간으로 도달할 궤적을 계획하는 것이다. 이를 좀 더 정형화하여 기술하면 다음과 같다.

1) 로보트 매니퓰레이터의 운동학과 동역학 방정식

$$p = \Psi(q), p \in R^n, q \in R^m, \Psi: R^m \rightarrow R^n \quad (1)$$

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u, u \in R^m \quad (2)$$

여기서, p 는 로보트 매니퓰레이터 핸드의 Cartesian 변위를, q 는 관절변위를 나타낸다. 제어입력 u 는 힘/토크이고 상태변수 q 와 \dot{q} 은 관절변위와 관절속도이다.

$$2) 초기상태 : p(t_0) = p_0, \dot{p}(t_0) = 0 \quad (3)$$

$$\text{최종상태} : p(t_f) = p_f, \dot{p}(t_f) = V \quad (\text{컨베이어 벨트의 속도}) \\ (p_f \text{는 시간 } t_f \text{에서의 컨베이어 상의 이송부품의 위치}) \quad (4)$$

3) 힘/토크와 관절속도에 대한 제약조건

$$t(q, \dot{q}) \leq u \leq u(q, \dot{q}), \quad (5)$$

$$r(q) \leq \dot{q} \leq s(q) \quad (6)$$

4) 최소시간문제이므로 성능지수는

$$J = t_f - t_0 \quad (7)$$

컨베이어 주직 로보트 메니퓰레이터의 최소시간 계획계획 문제는, 주어진 경로에 대해 로보트 메니퓰레이터의 운동학 및 동역학 (1), (2) 와 상태조건 (3), (4) 및 제약조건 (5), (6) 을 만족하면서, 성능지수 (7) 을 최소화시키는 제어입력과 궤적을 구하는 것이다.

그런데, 궤적계획시에 복잡한 메니퓰레이터의 동역학과 상태조건 및 제약조건등의 제약에 구애 받음이 없이 최소시간 궤적계획을 수행하기 위해서는 동적계획법 사용이 불가피하다. 동적계획법은 시스템의 상태공간의 차원이 2 가 넘으면 계산량의 과도한 증가로 실제적으로 적용하기 어렵다. 그런데, 경로상에서 한 관절의 위치와 속도가 주어지면 다른 관절의 위치와 속도가 결정될 수 있으므로 한 관절의 가능속도가 주어지면 다른 관절의 가능속도를 계산할 수 있고 또한 동역학으로부터 각 관절의 이러한 가능속도를 낸수 있는 토크를 구할 수 있으므로 경로의 궤적계획문제가 한 관절의 위치와 속도의 2 차원 공간에서의 최적화문제로 변환되어 동적계획법이 적용될 수 있다.

다음에는 이 경우에 동적계획법 적용을 위해 필요한 애비지식을 서술한다[1].

주어진 경로상의 점 k 에 메니퓰레이터의 핸드(end-effector)가 놓여 있을때, 메니퓰레이터 관절의 위치를 $q(k)$ 라 하자. 이는 (1) 의 운동학으로부터 구해질 수 있다. 각 관절의 속도는 (6) 의 속도제약조건에 따르게 되는데, 점 k 에서 관절 i 의 속도 범위를 이산화하여 얻어진, 점 k 에서 관절 i 가 가질수 있는 가능속도의 집합을 $Y_i(k)$ 라 하자. 이 경우 $Y_i(k) = \{ q_i(k) | r_i(q(k)) \leq \dot{q}_i(k) \leq s_i(q(k)) \}$ 로 기술된다(\dot{q}_i, r_i, s_i 는 각각 관절 i 의 속도, 관절 i 의 속도제약의 하한과 상한을 표시함). 만약 관절속도에 아무런 속도제약도 미리 규정되어 있지 않으면, (5) 의 힘/토크 제약조건으로부터 속도제약범위가 구해질 수 있다.

여기서, 모든 관절에 대해 제약조건 (5), (6) 을 만족하는 속도를 허용속도, 만족되는지 아니면 위배되는지를 체크해야만 하는 속도를 가능속도라고 정의한다.

가능속도 $\dot{q}_i(k) \in Y_i(k)$ 와 허용속도 $\dot{q}_i(k+1)$ 에 대해서 점 k 에서 관절 i 의 가속도는

$$\ddot{q}_i(k) = \frac{|\dot{q}_i(k+1)|^2 - |\dot{q}_i(k)|^2}{2|\dot{q}_i(k+1) - \dot{q}_i(k)|} \quad (8)$$

이고 두점사이의 이동시간은

$$\Delta t(k) = \frac{2|q_i(k+1) - q_i(k)|}{|\dot{q}_i(k+1) + \dot{q}_i(k)|} \quad (9)$$

이다. 모든 다른 관절들이 동일한 시간에 그들의 상대적인 거리를 이동해야 하므로 점 k 에서 다른 관절들의 속도는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{q}_j(k) = \frac{2|q_j(k+1) - q_j(k)|}{\Delta t(k)} - \dot{q}_i(k+1) \quad (10)$$

만약 어떤 속도 $\dot{q}_j(k)$, [$i=1,2, \dots, j \neq i$] 가 속도제약조건 (6) 을 만족하지 않는다면 $\dot{q}_i(k)$ 는 허용할 수 없다. 만약 모든

$\dot{q}_i(k)$ 가 속도제약조건을 만족한다면 다음으로 모든 관절속도가 계산되며, 모든 관절변위, 관절속도와 관절가속도로부터 점 k 에서 점 $k+1$ 로 이동하는데 필요한 관절 힘/토크를 계산한다. 만약 계산된 힘/토크가 힘/토크 제약조건 (5) 를 위배한다면 $\dot{q}_i(k)$ 는 다시 허용할 수 없다.

$\theta(\dot{q}_i(k), k)$ 를 점 k 와 점 $k+1$ 사이의 충분성능지수(즉, 두 점사이의 이동시간)라 하고 $J^0(\dot{q}_i(k), k)$ 는 점 k 에서 관절 i 의 속도 $\dot{q}_i(k)$ 인 경우에 이로부터 최종상태까지 도달하기위한 최소성능지수(즉, 최소시간)를 나타낸다고 할때 맨만의 최적원리를 적용하면 다음과 같다.

$$J^0(\dot{q}_i(k), k) = \min_{\dot{q}_i(k+1) \in Z_i(k+1)} \{ \theta(\dot{q}_i(k), k) + J^0(\dot{q}_i(k+1), k+1) \} \quad (11)$$

여기서 $Z_i(k+1)$ 은 점 $k+1$ 에 있어서 허용속도의 집합이다. (11) 식은 점 k 에서 모든 허용속도에 적용되며 점 k 에서 관절 i 의 각 허용속도에 대하여 점 $k+1$ 에서 이 관절의 최적속도(최소시간 궤적계획을 이루는 속도)가 유일하게 구해지고, 또한 다른 모든 모든 관절들의 속도와 점 k 에서의 최적조건과 일치하는 모든 관절들의 힘/토크가 결정된다. 최적화과정은 최종상태에서 시작하여 역방향으로 진행한다. 위의 방법에 기초를 둔 컨베이어 추직을 위한 최소시간 궤적계획을 위한 알고리즘은 다음의 제 3 절에서 기술한다.

3. 동적계획법에 의한 컨베이어 추직

최소시간 궤적계획

이제 컨베이어 추직을 위한 최소시간 궤적계획에 동적계획법을 적용하기 위하여 한 관절의 위치와 속도 공간을 위치축으로 N 개, 속도축으로 S 개의 균등한 격자로 조개서 격자를 만든다. 이때 속도의 최종값은 컨베이어의 속도 V 로 결정되어 진 값이지만, 위치의 최종값은 최종시간(즉, 정상상태 최초 도달시간) t_f 가 결정되어져야 할 값이므로 미리 알 수 없다. 그러나, 충분히 오랜시간 t_f 이 경과하면 정상상태에 도달할 수 있도록 로보트 메니퓰레이터를 제어 할 수 있으므로, 속도축은 충분히 오랜시간 t_f 에 대해 컨베이어의 속도 V 로 잡는다. 그런데, V_k 를 로보트 메니퓰레이터 핸드의 속도라고 하면 $V_k(k+1) = V_k(k) = V = V_f(t_f)$ 인 경우는 이미 정상상태에 도달한 경우이므로 즉, 로보트 메니퓰레이터 핸드의 위치와 속도가 컨베이어의 위치와 속도에 일치한 경우이므로 시간비용(time-cost)은 계산하지 않는다. 즉, 이 구간에서의 충분성능지수인 시간비용은 0 으로 한다. 이는 최소시간 궤적계획문제의 경우, 정상상태에 도달할 때까지 걸리는 시간만을 비용으로 삼기 때문이다.

이상의 분석과 [3] 에 기반하여 컨베이어 추직을 위한 최소시간 궤적계획에 있어서 동적계획법에 의한 최소시간 궤적계획 알고리즘은 아래와 같이 기술할 수 있다.

[S1] 로보트 메니퓰레이터의 핸드가 이동해야 할 Cartesian 경로를 N 개의 세그먼트로 이산화한다(총 $N+1$ 개의 점).

[S2] 역 운동학식(inverse kinematics eq.)을 풀므로써 경로의 각 점에 인지하는 관절변위를 결정한다.

[S3] 경로에 따른 속도제약조건이 주어진 관절을 선택한다. 만약 그와같은 관절이 존재하지 않는다면 알리진 힘/토크 제약조건으로부터 속도의 한계를 결정한다. 이것을 관절 i 라 하자.

- [S4] $\int \dot{q}_i(N), N = 0, k = N-1$ 이라 하자.
- [S5] 점 k 에서 관절 i 의 속도 범위를 가능속도의 집합으로 이산화한다. 가능속도 $\dot{q}_i(k)$ 와 허용속도 $\dot{q}_i(k+1)$ 에 의해서 점 k 에서 다른 관절들의 속도를 (10)식에 의하여 계산한다. 만약 이렇게 계산된 속도들이 그것의 제약조건을 위배한다면 허용속도의 리스트로 부터 $\dot{q}_i(k)$ 를 제거한다. 만약 위배하지 않는다면 필요한 관절 힘/토크를 계산한다. 만약 이와 같은 힘/토크가 제약조건을 위배한다면 다시 허용속도의 리스트로 부터 $\dot{q}_i(k)$ 를 제거한다.
- [S6] 점 k 에서 관절 i 의 각 허용속도에 대해 점 k 와 점 $k+1$ 사이의 증분성능지수($\phi(\dot{q}_i(k), k)$), 즉 Δt 를 식 (9)에 의하여 계산한다.
- [S7] (11)식을 사용하여 $\dot{q}_i(k)$ 에 대해 점 $k+1$ 에서 최적 속도 $\dot{q}_i(k+1)_{opt}$ 를 결정한다. 그리고, $\dot{q}_i(k)$ 에서 $\dot{q}_i(k+1)_{opt}$ 까지 Pointer로 고정한다.
- [S8] k 를 $N-2$ 에서 0로 감소해가면서 단계 [S4]에서 [S7]까지 반복한다. $k = 0$ 일 때, 즉 초기상태에 도달되었을 때 전체 케이스에 대한 최적성능지수가 얻어진다.
- [S9] 관절 i 의 최적속도는 Pointer에 의하여 초기상태로부터 순방향으로 진행하면서 구한다. 그리고, 다른 관절들의 일치하는 속도와 힘/토크를 계산한다.

또한, 본 논문에서는 [3]에서 이미 제안했었던 2 전 탐색방식을 사용하여 이의 알고리즘의 해가 존재하는 경우 인지나 해를 구할 수 있도록 하였다.

4. 시뮬레이션

3 절에서 기술한 알고리즘은 전 케이스에 대하여 역 운동학의 해가 존재하는 한, 많은 자유도를 갖는 로보트 매니퓰레이터에 적용할 수 있다. 그러나 본 논문에서는 효율적인 서술을 위해 단지 2의 자유도를 갖는 로보트 매니퓰레이터에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 컨베이어 추적을 위한 최소시간 케이스에 사용된 경로는 그림 1과 같다.

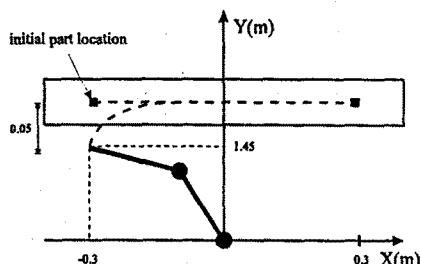


그림 1. 본 논문의 컨베이어 추적경로

시뮬레이션의 편의를 위해 로보트 매니퓰레이터의 첫번째 축의 좌표를 원점으로 컨베이어 벨트의 이동방향을 X 축, 이에 가로지르는 방향을 Y 축으로 잡았다. 또한 충분히 긴 시간 t 은 3 sec로 잡았고, 이 경우 로보트 매니퓰레이터 핸드의 동역학과 어려가지 파라메타의 값은 다음의 표 1과 같다. 그리고 알고리즘상에서의 격자분할은 $N \times S = 50 \times 1000$ 이다.

Conveyor	
reference velocity V	0.2 (m/s)
initial part position	$x=-0.3, y=1.45$ (m)
Robot	
link mass	$m_1=m_2=1$ (Kg)
link length	$l_1=l_2=1$ (m)
initial hand position	$x=-0.3, y=1.45$ (m)
torque constraints	$-3.0 < u_1 < 3.0$ (Nm) $-2.0 < u_2 < 2.0$ (Nm)
velocity constraints	$-1.0 < \dot{q}_1 < 1.0$ (rad/sec)

표 1. 컨베이어 추적시스템의 파라메타

그림 2 과 그림 3는 등속으로 이송되는 컨베이어의 부품을 추적하는 로보트 매니퓰레이터 핸드의 이동거리와 속도의 궤적이다. 정상상태로 진입하는 정직시간은 그림 2에서 보듯이 대략 1.08 sec이다.

정상상태로의 빠른 진입을 위하여 과도상태에서 발생되는 토크량의 크기는 매우 크다. 그러나 그림 4에서 보듯이 생성된 토크는 모두 최대허용범위에 의하여 제한되며, 특히 관절 1의 토크는 최대치에 포화된다.

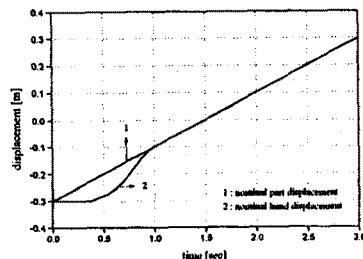


그림 2. x 축 성분에 대한 로보트 핸드의 이동거리

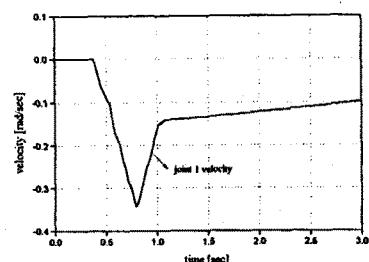


그림 3. 관절 1의 속도

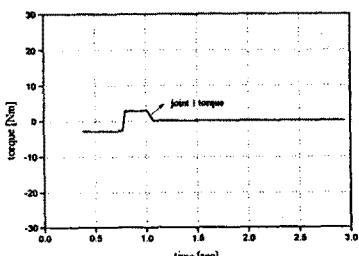


그림 4. 관절 1의 토크

5. 결 론

로보트 메니퓰레이터의 최적궤적계획문제는 최적제어문제로 써 형성되어 진다. 본 논문에서는 로보트 메니퓰레이터의 주어진 경로에서 로보트 메니퓰레이터의 한 관절의 위치와 속도가 주어지면 이때 다른 관절들의 위치와 속도를 결정할수 있다는 사실에 주목하여, 로보트 메니퓰레이터의 경로를 한 관절의 위치와 속도의 2 차원 공간의 최적화문제로 변환하고 이에 따라 2 차원 동적계획법을 적용하여, 칸베이어 추적의 경우에 적신경로가 아닌 임의의 경로에 대해서 최소시간 계획개회을 수행하였다. 또한, 로보트 메니퓰레이터의 물리적인 제약조건이 고려되었으며, 2 차원 탐색방식을 사용하여 최소시간 계획개회의 해가 존재하는 경우, 반드시 해를 찾아낸 수 있게 하였다.

위의 알고리즘은 간단하지만 다양한 현실적인 제약조건들을 수용하기에 충분히 일반적이기 때문에 많은 산업용 로보트의 최소시간 계획개회을 위해 유용하게 사용될 것이다.

6. 참 고 문 헌

- [1] S. Singh, and M. C. Leu, "Optimal Trajectory Generation For Manipulators Using Dynamic Programming," ASME J. Dyn. Sys., Meas., Contr., Vol. 109, pp. 88-96, 1987.
- [2] 박태형, 이병희, 고명삼, "칸베이어 추적을 위한 로보트 메니퓰레이터의 동작계획," Trans. KIEE, Vol. 38, No. 12, pp. 995-1006, 1989.
- [3] 정진화, 유키호, 정신대, "칸베이어 추적을 위한 로보트 메니퓰레이터의 최소시간 계획개회," Proceedings of KITE Summer Conference '94, Vol. 17, No. 1, pp. 913-916, 1994.