

슬라이딩 모드를 이용한 HYBRID PID형 퍼지제어기

문준호*, 조종훈*, 오광현*, 김태언*, 남문현*

* 전국 대학교 전기공학과

HYBRID PID FLC using sliding Mode

jun-ho Moon, jong-hoon Cho, kwang-hyun Oh, tae-un Kim, -moon-hyen Nam

Abstract - FLC has a good performance for complication system or unknown model by using human linguistic method but many part control design are based on expert knowledge or trial-error method and it is difficult to prove stability and robustness of controller. In this paper we improve this problem by setting fuzzy rules by dividing phase plane of error and rate of error change by switching surface. We can guarantee the stability in nonlinear system, and also in fuzzy PID type controller the complexity of controller design is increased by increasing the number of input variables and defining more range of operation if we want performance of more specific rules. thus we need to fine the method to decrease the number of control rules used in FLC design. In this paper the algorithm is validated by simulation using conventional FLC and proposed method.

I. 서론

기존의 대부분의 제어기는 시스템의 특성을 수학적으로 모델링하고 수치적 계산을 통해 시스템을 제어해 왔다. 하지만 시스템 모델링의 불확실성이 제어 성능에 영향을 주게 된다.

자데(Lofti Zadeh)가 제안한 퍼지 집합[4]을 바탕으로 만다니(Mandani)가 제시한 퍼지제어기[5]는 인간의 언어적인 기법을 이용 기존 제어기로 해결이 어려운 정보가 미흡한 시스템, 비선형시스템, 제어할 파라미터가 많은 시스템, 제어 대상의 모델을 모르는 시스템 등에도 적용이 가능하다[6].

그러나 단점으로는 퍼지 제어기 설계 방법이 체계적으로 정립되지 않아 제어기 설계의 상당히 많은 부분을 전문가의 지식이나 여러 번의 시행착오에 근거하게 된다. 그리고 제어기와 플랜트의 안정성과 강인성 등을 수학적으로 입증하기 어렵다[9]. 또한 일반적으로 쓰이는 PID 형 퍼지제어기는 많은 제어 문제에 효과적이나 PID 형 퍼지제어기보다는 우수하지 못하다. 그러나 퍼지제어기는 입력 변수간의 기초된 관계를 써서 구성하기 때문에 PID 형 퍼지제어기 같은 경우 입력 변수의 수가 증가하고 변수의 동작 범위가 더 정의됨으로써 규칙이 증가하여 실제 제어기 구성이 어려워진다[2]. 따라서 좀 더 체계적으로 제어기를 설계하고 안정성과 강인성을 보장할 수 있고 규칙을 줄일 수 있는 PID 형 퍼지제어기 설계 방법의 제시가 필요하다.

오차와 오차의 변화율을 이용한 위상 평면에서 퍼지제어기를 설계하여 좀 더 체계적인 퍼지제어기 설계가[7] 이루어진다.

위상 평면을 둘로 나누는 직선을 구성하고 이에 따른 퍼지 범위를 정하면, 이것은 일반적으로 가변 구조 제어 방식과 유사하게 된다[8]. 가변 구조 제어(variable structure control)는 비선형 시스템에 대해서도 안정성을 보장할 수 있고 계통의 파라미터 변화나 외란과 잡음에 대해서도 매우 강인한 특성을 보인다. 우리는 가변 구조 제어의 이러한 특징을 이용하고 퍼지 슬라이딩 구조의 가변 구조 제어를 퍼지 PID 형 HYBRID에 이용하여 PID 형과 PD 형 퍼지제어기의 장점을 이용할 수 있었다.

위상 평면에서 슬라이딩 모드의 경계층에 도달할 때까지는 PD 형 퍼지제어기로 속용성을 중시하고 그 이후는 PID 형 퍼지제어기로 정상 상태 오차와 chattering 현상을 줄여 주는 것을 제안하였다. 그리고 이 방법의 타당성을 모의 실험으로 구현하여 본다.

2. 본론

2.1 퍼지 제어기

자데(Lofti Zadeh)가 제안한 퍼지 집합[4]을 바탕으로 만다니(Mandani)가 퍼지제어기 설계를 제시하였다[5]. 전형적인 퍼지논리제어기(Fuzzy logic controller ; FLC)를 그림 1.에 제시하였다.

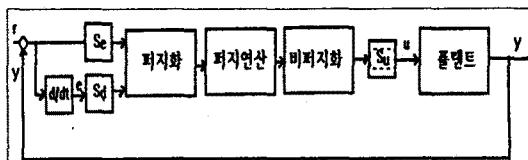


그림 1. 전형적인 퍼지제어기의 예

FLC의 설계는 다음의 세개의 과정을 갖는다.

(1) 입력의 퍼지화(Fuzzifier)-외부로부터 입력된 이산적이고 Crisp한 값을 퍼지제어기가 계산할 수 있는 퍼지값으로 변환하는 과정

(2) 규칙 근간이나 inference engine-퍼지값을 이용해서 실제로 원하는 값으로 계산하는 과정

(3) 비퍼지화 (Defuzzifier)-계산된 결과 값을 실제로 이용할 수 있는 Crisp한 값으로 변환하는 과정

* 퍼지규칙 (Rule Base)-퍼지화, 추론, 비퍼지화 등을 수행하는데 기본이 되는 규칙들이 저장되어 있는 부분

퍼지 제어기의 장점은 인간의 언어적인 기법을 사용하여 기존의 제어기로 해결이 어려운 복잡하거나 제어 대상 모델을 모를 경우에도 적용 가능하다는 것이고 단점은 퍼지 제어기 설계의 상당히 많은 부분을 전문가의 지식이나 여러 번의 시행착오에 근거하게 되고 PID 형의 퍼지제어기 경우 규칙의 수가 너무 많다는 것이다. 또한 제어기와 플랜트의 안정성과 강인성을 수학적으로 입증하기 어렵다. 퍼지제어기를 실제 적용할 때 처음 문제가 되는 것은 제어기의 설계, 즉 퍼지제어 규칙이 어떻게 만드나 하는 점이다. 제어 규칙을 조건부 변수로서 출력 오차 E 와 1 샘플링 시간 동안 E 의 변화분 ΔE , 그리고 결론부의 변수로써 조작량 U 의 변화분 ΔU 를 사용하기로 하면 여기서 변화분은

$$\Delta E = E_n - E_{n-1}$$

$$\Delta U = U_n - U_{n-1} \quad \text{---(1)}$$

로 정의된다. 따라서 퍼지제어기의 입출력 관계는 다음 같이된다.

$$E, \Delta E \rightarrow \Delta U \quad \text{---(2)}$$

이와 같이 출력으로 조작량의 변화분을 사용하는 방식을 제어 계산 알고리즘에선 속도형이라고 부른다. U 를 결론부의 변수로 사용할 수도 있으나, 그럴 경우 조건부 변수 E 의 적분치를 사용해야 하는데 계산이 복잡해진다. 이와 같이 E 와 ΔE 로부터 ΔU 를 구하는 구조를 퍼지 PI 제어라고 부르는 것은 이 관계가 PI 제어와 같은 형태이기 때문이다. PI 제어의 경우 입출력 관계는

$$U(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt \quad \text{---(3)}$$

$e(t)$ 를 ΔE 라 표시하면 $E = \int e(t) dt$ 가 되기 때문에

$\Delta U = K_p \Delta E + K_i E$ 라고 표현할 수 있으며 이 관계는 퍼지 제어기의 입력력 방정식처럼 나타낼 수 있다.

우리는 슬라이딩 모드 영역 이전의 입력 변수로써 오차 $e(t)$ 와 오차의 변화율 $\dot{e}(t)$ 을 사용하고 출력 변수로써 제어기 출력 $u(t)$ 을 쓰고 이에 대한 퍼지변수는 NB, NM, NS, ZR, PS, PM, PB의 7개를 쓰고 각각 Negative Big, Negative Medium, Negative Small, Zero, Positive Small, Positive Medium, Positive Big이다. 본 논문에서는 그림 2와같이 소속함수를 할당하였다.

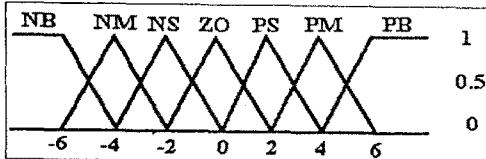


그림 2 소속 함수

그리고 슬라이딩 모드 영역을 잡아 주고 그 영역 안에서는 입력 변수로서 오차 $e(t)$ 과 오차의 변화율 $\dot{e}(t)$ 으로 위상 평면을 만들어 스위칭라인을 설정한 후 이 직선에서의 거리 s 를 퍼지 입력 변수로 잡고 출력 변수로 $\Delta u(t)$ 을 사용하였다. 슬라이딩 모드 내에서의 퍼지 적용의 자세한 설명은 2.3절에 제시하였다.

추론의 합성 규칙은 만다니의 Min-Max 법을 사용하고 제어기 출력은 싱글론(singleton)을 이용한 무게 중심법을 사용하였다.

퍼지 제어기 출력의 예로 다음 두개의 규칙이 주어질 때

$$R_1 : \text{if } x \text{ is } A_1 \text{ and } y \text{ is } B_1 \text{ then } z \text{ is } C_1$$

$$R_2 : \text{if } x \text{ is } A_2 \text{ and } y \text{ is } B_2 \text{ then } z \text{ is } C_2$$

퍼지 제어기의 출력(무게 중심법)

$$u_0 = \frac{w_1 u_1 + w_2 u_2}{w_1 + w_2} \quad (4)$$

N_{ν} 개의 제어 규칙에 대한 퍼지 제어기 출력

$$u_0 = \frac{\sum_{k=1}^n w_k u_k}{\sum_{k=1}^n w_k} \quad (5)$$

2.2 가변 구조 제어(variable structure control)

주로 소련에서 이론 연구가 전개된 가변 구조 제어는 제어 대상의 상태에 따라 제어기 이득을 스위칭 상태 공간에서 설정한 스위칭 평면 근처에 상태를 구속시킴으로 목표값에 도달한다. 상태 측적이 이 평면을 향하도록 제어 입력을 변화시킨다. 이때의 시스템 동작은 스위칭 평면에 구속됨으로 원래의 시스템과 달라지게 된다. 그러므로 파라미터 변동이나 시스템의 비선형성, 그리고 제어 입력의 영역 내로 한정한 외관에 둔감하게 되고 고속 응답이 가능하고 적은 오버슈트를 갖게 된다. 또한 실현이 간단하고 실시간 제어에 유리하게 된다. 그러나 제어입력값의 급격한 변동으로 chattering 문제를 유발시키고 고주파 발생이 된다.

슬라이딩 모드 제어기 설계 위한 과정은

첫째, 원하는 동작 얻기 위한 스위칭 평면 설정
둘째, 시스템 상태 측적이 이 평면상으로 향하게 하고 이 평면상에서 유지되도록 하는 제어 입력 즉 스위칭 이득을 결정한다.

만약 선형 2차 가정

$$X = Ax + Bu \quad (6)$$

슬라이딩 모드를 정의한다.

$$S(x) = Cx, (S = \sum_{i=1}^n C_i X_i, C_i = \text{const} > 0, C_n = 1) \quad (7)$$

위 함수 따라 불연속적 제어 입력을 가해 상태 측적이 스위칭 평면으로 향하게 하고 도착후 이 평면상에 유지시키는 제어 입력은 $S(x)=0$

$$u_i(X), S_i(x) > 0 \quad (8)$$

$i=1, 2, \dots, m$

스위칭 평면상 슬라이딩 모드 존재 조건은

$$S(x) \dot{S}(x) < 0 \quad (9)$$

이상적 스위칭의 슬라이딩 모드내 시스템 방정식은 다음 두식이다.

$$S(x)=0$$

$$\dot{S}(x) = \frac{ds}{dt} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial S}{\partial x_i} dx_i \frac{i}{dt} = cx = 0 \quad (10)$$

2.3 퍼지 슬라이딩 모드

앞에서 설계한 슬라이딩 면에 퍼지를 도입 즉 $s=0$ 이라는 엄격한 슬라이딩 면 대신 s 를 퍼지화 시킨 S 를 생각하고 슬라이딩 곡면을 $S=ZERO$ 라고 표현한다. 이것을 아래 그림에 나타내었다.

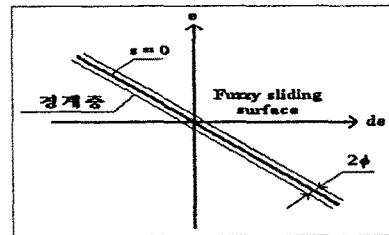


그림 3 위상 평면의 퍼지 슬라이딩 곡면

이것을 기준으로 슬라이딩 모드의 영역 Φ 를 NB, NS, ZR, PS, PB의 다섯 개로 분할한다.

$$S=(NB, NS, ZR, PS, PB) \quad (11)$$

여기서 NB, NS, ZR, PS, PB는 각각 Negative Big, Negative Medium, Negative Small, Zero, Positive Small, Positive Medium, Positive Big을 의미하는 퍼지값이다. 이것은 삼각 퍼지함수를 이용하여 아래 그림에 나타난다.

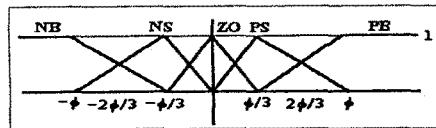


그림 4. s 의 범위에 따른 소속 함수

앞 절의 가변 구조 제어를 근거로 퍼지규칙은 아래와 같이 일종의 hybrid 퍼지규칙으로 정의한다.

$$\text{규칙1 : IF } S \text{ is } NB \text{ THEN } u = \hat{u} + K(x, t) \quad (12)$$

$$\text{규칙2 : IF } S \text{ is } NS \text{ THEN } u = \hat{u} + K(x, t)/2 \quad (13)$$

$$\text{규칙3 : IF } S \text{ is } ZR \text{ THEN } u = \hat{u} \quad (14)$$

$$\text{규칙4 : IF } S \text{ is } PS \text{ THEN } u = \hat{u} - K(x, t)/2 \quad (15)$$

$$\text{규칙5 : IF } S \text{ is } PB \text{ THEN } u = \hat{u} - K(x, t) \quad (16)$$

이와 같은 추론은 Sugeno가 제안한 하이브리드 추론법을 사용하여 추론이 가능하다. 그리고 이러한 퍼지 규칙은 전전부는 퍼지변수를 사용하고 후전부는 퍼지상글론을 사용하는 것으로 생각할 수 있다.

만약 s 가 $-\Phi \leq s \leq -\Phi/3$ 인 구간에 있을 경우를 추론하여 보면 이 구간은 규칙1과 규칙2에 해당된다. 이에 대해 추론을 하면

$$u = f(NB) \cdot (\hat{u} + K(x, t)) + f(NS) \cdot (\hat{u} + K(x, t)/2) / (f(NB) + f(NS)) \quad (17)$$

여기서 $f(NB) = -\frac{3}{2}\Phi(s + \frac{\Phi}{3})$ 이고 $f(NS) = \frac{3}{2}\Phi(s + \frac{2\Phi}{3})$

이다. 여기서 위 식을 사용하면 아래와 같은 추론 값을 얻는다.

$$u = \hat{u} - \frac{3}{4}K(x, t) \cdot (\frac{s}{\Phi}) + \frac{1}{4}K(x, t) : -\Phi \leq s \leq -\Phi/3 \quad (18)$$

마찬가지로 각 구간별로 추론하면 다음의 결과 식들을 얻는다.

$$u = \hat{u} + K(x, t) : s \leq -\Phi$$

$$u = \hat{u} - \frac{3}{4}K(x, t) \cdot (\frac{s}{\Phi}) + \frac{1}{4}K(x, t) : -\Phi \leq s \leq -\Phi/3$$

$$u = \hat{u} - \frac{3}{2}K(x, t) \cdot (\frac{s}{\Phi}) : -\Phi/3 \leq s \leq \Phi/3$$

$$u = \hat{u} - \frac{3}{4}K(x, t) \cdot (\frac{s}{\Phi}) - \frac{1}{4}K(x, t) : -\Phi/3 \leq s \leq \Phi$$

$$u = \hat{u} - K(x, t) : s \geq \Phi \quad (19)$$

위의 결과를 보면 결국 제어 입력을 경계층안에서 연속적으로 극사화 시킨 것이다.

2.4 안정성과 강인성

가변 구조 제어 이론의 도움으로 앞 절서 설계한 퍼지 제어기의 안정성과 강인성을 증명할 수 있다. 먼저 평형점을 일반화한 불변집합으로 정의한다.

정의 1 : 불변집합(invariant set)

집합 G 안의 한 점에서 시작한 시스템의 모든 경로가 계속 집합 G 에 머물러 있으면 이 집합 G 를 동적 시스템의 불변 집합이라고 한다.

정리 1 : $S(t) = \{x : s(x,t)=0\}$ 과 같이 정의되는 슬라이딩 곡면이 슬라이딩 곡면을 만족하면 이 곡면은 불변 집합이다. 또한 $B(t) = \{x : |s(x,t)| \leq \phi\}$ 로 정의되는 경계 중이 슬라이딩 조건을 만족하면 이 집합은 불변 집합이다.

위에서 말한 슬라이딩 조건을 만족하면 슬라이딩 곡면으로부터 거리가 시스템의 모든 경로에 대해 감소함으로 결국 슬라이딩 모드나 경계층안에 머물게 되고 한 번 도달하면 계속 그 안에 머물러 있게 된다.

정리 2 : 균형 조건

경계 층을 도입한 퍼지 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 제어기의 균형 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$K(x, t) = \frac{\Delta \theta}{k} \quad (15)$$

여기서 $k=3/4 : -\phi \leq s \leq -\phi/3, \phi/3 \leq s \leq \phi$

$k=3/2 : -\phi/3 \leq s \leq \phi/3$

정리 1에 의해서 안정성과 강인성을 확인할 수 있었다.

정리 2에 의해서 퍼지 슬라이딩 곡면이 1차 저주파 대역 필터 역할을 해주게 되어 chattering을 방지해 준다.

2.5 HYBRID PID형 퍼지제어기

PI형, PD형 퍼지제어기가 일반적으로 많이 쓰이나 PID형 퍼지제어기가 더 좋은 성능을 보인다. PI형 퍼지제어기는 I 성분을 가지고 있어 정상 상태 오차를 없앨 수 있지만 이 성분에 의해 과도 상태에서 큰오버슈트와 진동을 유발할 수 있다. 그리고 PD형 퍼지제어기는 오버슈트를 낮춰 주지만 정상 상태 오차가 남게 된다. 또한 PID형 퍼지제어기는 많은 규칙이 필요해서 제어 규칙 조정이 어렵다.

따라서 우리는 PI형과 PD형 퍼지제어기의 장점을 취해 PID형 퍼지제어기와 같은 효과를 얻기 위해 HYBRID PID형 퍼지제어기를 다음처럼 구성한다.

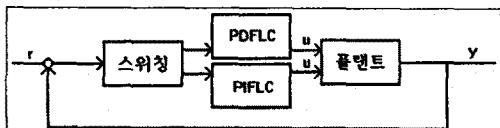


그림 5 퍼지 슬라이딩 HYBRID 제어기

이 결과 우리는 규칙의 수를 줄여 주면서도 PI형과 PD형 퍼지제어기의 장점을 취할 수가 있었다. 여기서 스위칭의 역할을 슬라이딩 모드가 해주게 되면 즉 슬라이딩 모드 내의 일정한 경계 중 밖까지는 PD형 퍼지제어기로 구성하여 주고 슬라이딩 모드 내에서는 PI형 퍼지제어기 형태로 제어해 주어 PD형 퍼지제어기와 PI형 퍼지제어기의 장점을 취하고 가변 구조 제어의 슬라이딩 모드를 이용함으로 강건성과 안정성에 대한 장점을 얻는다. 즉 다음 그림에 표현된 s 의 소속 함수의 영역 $-\phi$ 에서 ϕ 사이에 이전에는 PD형으로 영역 안에서는 PI형으로 작동된다.



그림 6. 거리 s 의 소속 함수

3. 모의 실험

우선 전달 함수가 $G(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)}$ 인 간단한 2차 시스템

에 관하여 PI형 퍼지제어기, PD형 퍼지제어기, HYBRID PID형 퍼지제어기, HYBRID PID형 퍼지제어기, 슬라이딩 곡면을 스위칭으로만 이용한 퍼지제어기, 그리고 본 논문에서 제안한 슬라이딩 모드를 이용한 HYBRID PID형 퍼지제어기에 대하여 같은 퍼지규칙을 사용하여 스텝 응답을 구하여 그림 7에 제시하였다. 이 결과 기존 퍼지제어기보다 HYBRID PID형 퍼지제어기가 좋은 성능을 보임을 알 수 있고 다시 HYBRID PID형 퍼지제어기, 그리고 본 논문에서 제안한 제어기에 대해 슬립응답을 구해서 서로 비교하였고 이에 대한 결과를 그림 8에 나타내었다.

또한 set point 변화에 대한 PI형 퍼지제어기, PD형 퍼지제어기, HYBRID PID형 퍼지제어기에 대하여 구하여 결과를 그림 9에 나타내었고, HYBRID PID형 퍼지제어기와 본 논문이 제시한 제어기를 이용한 결과를 그림 10에 나타내었다.

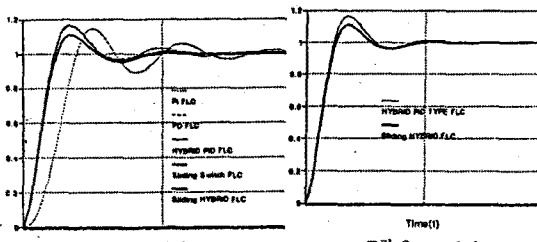


그림 7. step 응답

그림 8. step 응답

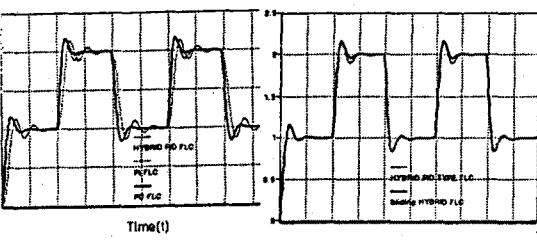


그림 9. set point 변화

그림 10. set point 변화

4. 결론

본 논문은 HYBRID PID형 퍼지제어기를 구성함으로써 PI형과 PD형 퍼지제어기의 장점을 이용할 수 있었다. 여기에 다시 슬라이딩 모드로 스위칭 라인을 결정하고 PI형 퍼지제어기를 스위칭 라인과의 거리를 입력 변수로 잡아 주고 경계 층을 지정해 주어서 가변 구조 제어의 특성을 이용한 제어기를 구성하였다. 위상 평면에서 슬라이딩 모드에 도달할 때까지는 PD형 퍼지제어기로 속응성을 증시하고 슬라이딩 모드에 도달한 이후는 PI형 퍼지제어기로 정상 상태 오차를 줄여 준다. 스위칭 작용과 제어기에 가변 구조 제어의 슬라이딩 모드를 이용함으로 더 좋은 제어 성능을 얻을 수 있었다.

모의실험으로 기존 퍼지제어기와 본 논문에서 제안한 방법을 비교하여 본 알고리즘의 타당성을 확인하였다.

앞으로의 연구 과제로는 실제 시스템에 적용하여 실험함으로 본 알고리즘의 타당성을 실증하고 다른 형태의 퍼지제어기에 대해 가변 구조 제어의 용융을 생각해 볼 것이다.

참고문헌

- [1] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System : Fuzzy Logic Controller, part I, II," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-20, no.2, pp. 404-435, 1990.
- [2] Thomas Brehm, Kuldip Srivastava, "HYBRID FUZZY LOGIC PID CONTROLLER," pp. 1682-1687, 1994.
- [3] H. Ying, W. Siller, J. J. Buckley, "Fuzzy Control Theory : Nonlinear Case," Automatica, vol. 26, no. 3, pp. 513-520, 1990.
- [4] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," Inform. & control 8, pp. 338-353, 1965.
- [5] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamics Plant," Proc. IEEE, vol. 121, pp. 1585-1588, 1974.
- [6] M. Sugeno, Industrial applications of Fuzzy control, North-Holland, 1985.
- [7] S. K. Ying, M. L. Chang, "A Fuzzy Controller Improving a Linear Model Following Controller for Motor Drives," IEEE Trans. FUZZY SYSTEM, vol. 2, no. 3, pp. 194-202, 1994.
- [8] R. Palm, "Sliding Mode Fuzzy Control," IEEE int. conf. on Fuzzy Systems, pp. 519-526, 1992.
- [9] S. W. Kim, J. J. Lee, "Variable Structure System with Fuzzy Sliding surface," KIEE, vol. 42, no. 5, pp. 87-95, 1993.
- [10] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
- [11] Stanislaw H. Zak, Stefan Hui, "On Variable Structure Output Feedback Controllers for Uncertain Dynamic Systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-38, no. 10, pp. 1509-1512, 1993.