

# 와이불 분포에 대한 최대 시험 스트레스를 최소화하기 위한 최적가속수명시험 설계

배 석주, 강 창욱

한양대학교 산업공학과 대학원, 교수

## 요 지

가속수명시험은 매우 신뢰성이 높은 제품의 수명분포에 대한 정보를 빨리 얻기 위해 사용된다. 이때, 빠른 시간안에 정보를 얻기 위해 제품의 사용조건보다 높은 스트레스 즉 온도, 압력, 전압, 진동등을 사용하여 시험을 하게 되는데 최대 시험 스트레스는 미리 실험자에 의해 선택되게 된다. 그러나 주어진 최대 시험 스트레스가 스트레스의 한계범위를 벗어나는 경우에는 사용조건과 다른 고장구조가 발생할 수 있고, 이로 인하여 편의가 큰 신뢰수명의 추정치를 얻을 수 있다.

기존의 논문에서는 실험자의 경험 또는 사전시험을 통해 미리 설정된 최대 시험 스트레스하에서 제품수명의 표준편차를 최소화하기 위한 최적가속수명시험 설계방법을 제시하였다.

그러나 본 논문에서는 와이불 분포에서 (1) 사용조건에서의 수명추정치  $\leq k$  (2) 스트레스의 범위를 벗어나지 않는 최대 시험 스트레스의 최소값을 구하는 설계방법을 제시하고, 또한 구한 스트레스에서의 수명 및 최소 시험 스트레스에서 시험되어야 할 제품의 수를 추정한다.

이때, 사용전압에서의 수명을 계산하기 위하여 Inverse Power Law 모형을 도입하였으며, Type I Censoring 방법을 사용하여 수명 데이터들은 모든 제품이 고장나기 전에 분석될 수 있도록 하였다.

## 1. 서론

일반적인 사용조건하에 신뢰성이 높은 제품을 시험하는 것은 제품수명에 비

해 상대적으로 짧은 시험시간동안 고장날 가능성이 없으며, 비록 고장이 난다하더라도 시험시간동안 발생한 고장은 단지 고장분포의 초기고장에 대한 정보만 주기때문에 별로 좋은 시험방법이 아니다. 따라서 제품수명분포에 대한 빠른 정보를 얻기위해 가속수명시험을 실시하게 된다.

가속수명시험이란 제품의 일반적인 사용조건하의 스트레스(온도, 전압, 압력, 진동등)보다 더 높은 스트레스에서 수명시험하여 짧은 시간에 고장 데이터를 얻고, 여기서 얻어진 데이터를 이용하여 제품의 사용조건에서의 수명분포를 추론하는 시험방법으로서 이렇게 함으로써 시간과 비용을 절감할 수 있다. 또한 모든 시험제품이 고장나기전에 데이터를 분석함으로써 비용을 더욱 절감할 수 있다. 미리 시험시간을 정하고 그때까지의 고장데이터를 분석하는 방법을 type I censoring이라 하며, 미리 설정한 고장갯수에 도달할때까지 시험을 계속하는 방법을 type II censoring이라고 한다.

가속수명시험은 두가지의 스트레스(최소, 최대 스트레스)조건하에서 실시하게 되는데, 최소 스트레스에서 보다 많은 제품을 시험해야만 사용조건에서의 제품수명을 보다 잘 추정할 수 있고, 최대 스트레스는 높으면 높을수록 사용조건에서의 제품수명의 추정치의 표준편차를 줄일 수 있다. 기존의 연구에서 최대 스트레스는 미리 실험자에 의해 설정되며, 그 스트레스하에서 제품수명의 표준편차를 최소화하기 위한 최적가속수명시험 설계방법을 제시하였다. 그러나 최대 스트레스가 너무 높다면 가속조건으로부터 사용조건으로의 외삽모형은 사용조건과는 다른 고장구조가 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 위험을 최소화하는 최대 시험 스트레스의 최소값을 구하는 방법을 제시하며, 그때의 평균수명 및 최소 시험 스트레스에서 시험되어야 하는 제품수의 추정치를 구하는 방법을 보인다.

## 2. 본론

### 2.1 일반적 모형

일반적 모형에 대한 가정은 다음과 같다.

- i) 어떠한 스트레스에서, 제품의 수명은 와이불 분포를 따른다. 와이불 누적분포함수(cdf)는 다음과 같다.

$$G(t) = 1 - \exp[-(t/\alpha)^\beta], \quad t \geq 0$$

$\alpha$ ,  $\beta$ 는 와이불 분포의 척도모수 및 형상모수이다.

- ii)  $\beta$ 는 일정하다. 즉 스트레스에 독립이다.
- iii)  $\alpha$ 는 스트레스  $S$ 의 inverse power function로서

$$\alpha(S) = \exp(\gamma_0) / S^{\gamma_1}$$

을 만족한다. 이때  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$ 는 데이터로부터 추정되어야만 한다.

iv) 시험되는 제품의 수명은 서로 독립이다.

v) 추정방법은 최우추정 (MLE) 방법을 사용한다.

만약 제품의 수명 T가 와이불 분포를 따른다면,  $Y = \ln(T)$ 는 극단값 분포를 따른다. 극단값 분포의 cdf는 다음과 같다.

$$F(y) = 1 - \{\exp[-\exp[(y - \mu) / \sigma]]\}, \quad -\infty < y < \infty$$

이때  $\mu = \ln(\alpha)$ ,  $\sigma = 1/\beta$ 이며 iii)은  $\mu(x) = \gamma_0 + \gamma_1 x$ 로서  $x = \ln(1/S)$ 이다.

본 연구에서는  $\mu$ 의 추정치의 분산에 대한 상한한계에 제약되는  $x_H$ 의 값을 최소화하는  $x_L$ 과  $x_L$ 에서 시험되는 제품의 비율  $\pi$ 에 대한 값을 구하고 싶다.

이를 나타내면 다음과 같다.

$$\text{minimize } \{x_H\}$$

$$\text{subject to : Var}\{\hat{\mu}_D\} \leq k$$

$$LCB\{\hat{\mu}_D\} = \hat{\mu}_D - c_1 \text{StdDev}\{\hat{\mu}_D\} > \mu_{\text{req}} \quad (1)$$

이때  $\mu_{\text{req}}$ 는 제품에 요구되는  $\mu$ 이고,  $c_1$ 은 유의수준이다.

이에 대한 가설검정은

$$H_0 : \mu_D < \mu_{\text{req}} \text{ vs } H_1 : \mu_D \geq \mu_{\text{req}}$$

이 된다.

그리고 모형이 적합하다면 사전추정치  $\mu'_D$ 는 다음과 같은 신뢰구간을 가진다.

$$[\mu'_D - c_2 \text{StdDev}\{\hat{\mu}_D\}, \infty] \quad (2)$$

(1), (2)에 의해 귀무가설을 기각하기 위해서는

$$\mu'_D - (c_1 + c_2) \text{StdDev}\{\hat{\mu}_D\} > \mu_{\text{req}} \quad (3)$$

이때 (1), (2), (3)에 의해

$$k = ((\mu'_D - \mu_{\text{req}}) / (c_1 + c_2))^2$$

이 된다.  $k$ 는  $c_1, c_2$ 에 대한 분산요소 조정값이며,  $x_H$ 에서의 위치모수  $\mu_H = \gamma_0 + \gamma_1 x_H$ 일때, 표준화된 중도절단시간은

$$a = (\eta - \mu'_H) / \sigma \quad (4)$$

이때, 표준화된 기울기

$$b = \gamma_1 (x'_D - x'_H) / \sigma = (\mu'_D - \mu'_H) / \sigma \quad (5)$$

이 된다.

이때  $a$ 와  $b$ 는 선형관계가 있으며 (4), (5)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$b(a) = a + (\mu'_D - \eta) / \sigma$$

또한 표본크기가  $n$ 일때의 최적설제에 대한  $\hat{\mu}_D$ 의 분산은

$$\text{Var}\{\hat{\mu}_D\} = \sigma^2 V / n$$

이때  $V$ 는 분산요소  $k$ 에 대하여 다음과 같다.

$$V^* \text{lim} = nk / \sigma^2$$

위의 결과를 종합하면, 최적 최대스트레스에서의 제품수명은

$$x^* H = (\eta - \sigma^* a^* - \gamma_0) / \gamma_1$$

이 된다. 이때  $a^*, b^*$ 에 해당하는 값에 따라 표를 이용하여  $\pi^*$ 를 구할 수 있다.

### 3. 결론

위에서 부적절한 고장구조를 선택할 수 있는 위험을 최소화할 수 있는 최대 시험 스트레스의 추정방법을 제시하였다. 이러한 방법은 또한 스트레스에 둔감한 또 다른 고장구조를 발견하는데 도움을 줄수 있다. 즉 사용조건에서 스트레스에 거의 영향을 받지 않는 모형을 감지할수 있다는 것이다. 앞으로 이런 최적화 전략에 대한 많은 연구가 이루어지리라 본다. 본 연구에서는 단일 고장원인에 대해서만 이루어 졌지만, 추후에 여러가지 고장원인에 대하여 위의 방법을 적용시키는 방법에 대한 고찰이 이루어져야 할 것이다. 또한 두가지 이상의 스트레스에 의한 비선형 수명-스트레스관계도 회귀분석및 여러가지 추정방법을 이용하여 위의 방법을 적용할 수 있을 것이다.

### 4. 참고문헌

- [1] Barton, R. R. (1991), "Optimal Accelerated Life-Time Plans that Minimize the Maximum Test-Stress," *IEEE Trans. on Reliability*, 40, pp.166-172.
- [2] Nelson, W. B. and Meeker, W. Q. (1978), "Theory for Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Distributions," *Technometrics*, 20, pp.171-177.
- [3] Meeker, W. Q. and Nelson, W. B. (1975), "Optimum Accelerated Life-Tests for the Weibull and Extreme Value Distributions," *IEEE Trans. on Reliability*, 24, pp. 321-332.
- [4] Nelson, W. B. and Kielpinski, T. J. (1978), "Theory for Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions," *Technometrics*, 18, pp. 105-114.