

다기준 시뮬레이션 최적화를 위한 알고리즘

이영해, 신현문

한양대학교 산업공학과

ABSTRACT

For many practical optimization problems where the system components are stochastic, the objective functions can not be represented analytically. Furthermore, many of these problems are characterized by the presence of multiple and conflicting objectives. In this research, we introduce a new algorithm through an interactive cutting plane method for solving this multi-criteria simulation optimization problem. Then a turning process is evaluated through the proposed algorithm.

1. 서론

시뮬레이션 모델은 실험과 계산을 목적으로 하는 복잡한 시스템을 수학적으로 대체한다. 대부분의 실제 시스템이 불확실성을 갖고 있기 때문에, 많은 복잡한 문제의 모델링 절차에서 그 시스템을 조사하는데 유용한 분석적인 공식이 없다. 더욱이 분석적 공식이 존재하더라도 그것은 비선형이고 확률적(stochastic)인 요소를 포함한다. 따라서 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 모델링은 그러한 복잡한 시스템을 연구하는 가장 효과적인 수단이다[16].

실제적인 문제에 있어서 반응변수들은 여러 일치하지 않는 기준이 존재하는 경우가 많다. 이 경우 전통적으로 비용, 생산율, 또는 이익 등의 기준(criteria)들을 통합하는 경제적 기준만으로는 최적화에 있어 불충분하다. 특히, 표면 거칠기(surface roughness), 공구 수명(tool life), 소재 제거율(material removal rate)과 같은 물리적 수행기준도 고려되는 경우에 이들은 대부분의 실

제 적용에 있어서 다른 측정단위로 표현될 필요가 있다. 왜냐하면, 이들 목적식들이 동일한 비교 단위만을 사용하는 것이 아니므로 가중치에 의한 방법이 실제적이지 못하기 때문이다.

비용과 이익과 같은 하나의 종합적인 기준이 없는 경우 동시에 각각의 물리적 기준값들을 최적화하기 위한 접근법을 필요로 한다. 이는 대부분의 각 기준이 하나를 개선하는 것이 적어도 다른 하나에서는 희생을 요구한다는 의미에서 서로 상충되기 때문에 특히 어렵다. 따라서, 의사결정자는 상충되는 목적식 중에서 절충해를 도출해야 한다. 다기준 의사결정(Multiple Criteria Decision Making : MCDM)법은 이러한 문제를 해결하는데 그 필요성이 요구된다.

예를들어, 부품 당 공정시간을 최소로 유지하면서 표면거칠기를 좋게 하는데 관심이 있는 선삭공정을 고려해 보자. 이들은 각각 일치하지 않는 2개의 목적식으로 표현된다. 선삭공정에 대한 이들 수행기준은 피드(feed), 절삭깊이(depth of cut), 절삭속도(cutting speed)와 같은 시스템 결

정변수에 의존한다. 이들 요소들 사이의 복잡한 상호작용은 표면거칠기와 공정시간과 같은 수행 기준 계산에서 시뮬레이션 모델을 사용할 수도 있다.

더욱이, 이러한 시스템의 다기준 최적화문제는 결정변수나 다른 수행기준상의 제약식에 의해 복잡하게 된다. 예를들어, 시스템 출력이 정해진 표면거칠기와 같은 명시된 한계상에 있을 것을 요구한다. 이 문제는 표면거칠기에 어떤 한계를 가지면서 부품 당 공정시간을 최소화하는 것으로 문제화될 수 있다. 이러한 시스템에서 2개의 수행기준 (1개의 목적식과 1개의 제약식)은 결정변수에 관한 확률적이고 함축적인 함수들이고, 컴퓨터 시뮬레이션에 의해서 효율적으로 계산될 수 있다.

본 연구에서는 최적화 문제에 대한 제약조건을 고려하면서 반응표면법을 이용하여 결정공간(decision space)에서 반응표면을 추정한 후, 최적화 문제를 연속적인 MCDM문제로 구성한다. 이 과정에서 대화식 기법을 적용하여 모든 목적식들로 이루어진 함수인 의사결정자의 미지의 선호도함수(preference function)를 최대화하는 최상의 절충해를 점진적으로 얻는다. 이를 통해 다목적 문제에 기초한 연속적인 대안(continuous alternative)을 생성한다. 그리고 나서, 선삭공정에 관한 시뮬레이션 모델을 이용하여 선반공정(cutting process)의 확률적 특성과 동적 반응을 고려한 표면윤곽(surface profile)을 발생시켜 선삭공정의 최적 절삭조건을 구하는데 개발된 방법을 적용한다. 이때 반응치들을 동일한 기준으로 나타낼 수 없기 때문에 다반응치를 갖는 시뮬레이션 모델에 적합한 다기준 시뮬레이션 최적화 기법을 적용하게 되는 것이다.

과거 20년 동안 다기준 의사결정분야에 대한 연구에 관심이 증가했다. 그런데, 통계적 다반응 최적화와 관련된 이론상의 어려움 때문에 한정된 주제만이 취급되었다. Pritsker, A. A. B.[15]

는 컴퓨터 시뮬레이션과 수학적 프로그래밍 기법을 결합하는 여러 가지 접근법에 대해 언급했다. 이들 중에는 다기준 최적화를 위한 접근법도 포함된다. Clayton, E. R.과 Weber, E. 그리고 Taylor, B. W.[5]는 최초로 우선순위를 갖는 목표계획문제(goal programming problem)로 취급했다. 목표계획을 기반으로 하는 수정된 pattern search 방법의 주요 단점은 가능해 영역내 모든 점을 계산하지 않기 때문에 global optimal이 보장되지 않고, 한가지 최적해에 도달하는데 최소의 시뮬레이션 실행수를 보장하지 않는다는 것이다. 또한 시뮬레이션 반응치의 확률적 성질은 무시하고, 결정변수에 완전(integrity)제약을 부과하고, 한가지 알려진 목표에 우선순위가 존재한다는 것을 가정한다는 것이다. Rees, L.와 Clayton, E. R. 그리고 Taylor, B. W., III[16]가 제시한 시뮬레이션 모델에 대한 만족스러운 해는 반응표면법을 이용한 내림차순의 중요도로 한번에 가장 선호된 하나의 목표를 최적화하는 lexicographical goal programming 골격을 통해 찾아진다. 주요 제약은 목표들에 대한 우선순위의 가정, 상관 에러의 무시, 시스템 반응치의 크게 침도된 분포로부터 결과된 분산분석의 비효율성이다. Boyle, C. R.과 Shin, W. S.[3]은 다반응 변수를 갖는 통계적 컴퓨터 시뮬레이션을 최적화하는데 필요한 최상의 결정변수 수준을 결정하는 새로운 대화식 다기준법을 제안했다. PCSCP법이라 불리는 이것은 대화식 다목적 수리계획법(Multiple Objective Mathematical Programmin-g : MOMP)의 장점과 반응표면법을 결합한다. PCSCP법의 주요 특징은 다음과 같다.

- 의사결정자의 선호도를 얻기 위해서 그와 점진적으로 대화한다.
- 의사결정자의 부담을 제거하는 동안 결정공간을 정확히 조사하기 위해 좋은 실험계획을 사용한다.
- 결정공간을 줄이기 위해 의사결정자로부터

제공된 선호도 정보와 반응치들 중에서 **sampling error**를 사용한다.

이는 연속공간과 정수 결정변수를 갖는 문제를 위해 개발되었다. 그러나, 일관성에 대한 분석과 여유율(**relaxation**)이 있는 경우에 대한 분석이 부족한 단점이 있다. **Teleb, R.A.**와 **Azadivar, F.**[18]는 다변량 확률분석과 컴퓨터 시뮬레이션 그리고 다목적 최적화 기법을 결합하여 통계적 최적해를 찾는 수정된 통계적 다목적(**다기준 complex search**)를 제안했다. 그 해법은 명시된 수준 α 에서 확률적 절충해에 대한 통계적 다목적 **direct search method**와 관련된다. 이는 제약이 있는 **complex search**법에 기반을 둔다. 이 방법의 특징은 하나의 해가 모든 목적식에 대한 최적값들로 구성되는 이상적인 해로 하나의 절충해를 정의한다. 이는 목적식과 제약식들이 정규분포를 따르는 문제에 적용할 수 있다. 그러나 **complex search**법은 모든 문제에 적합한 것은 아니다. 제약식의 확률적 성질에 따른 **convex** 성질을 보장 못하므로 그 결과를 신뢰할 수 없다. 더욱이, 여기에 쓰인 최적조건 정의가 모든 의사결정자와 효용함수를 만족하지도 않는다. 따라서 제시된 방법은 복잡한 통계적 시스템에서의 다기준 최적화기법 중 일부일 뿐이다. 또 반응치들이 정규분포한다고 가정하는데, 이를 벗어난다는 유의편차(**significance deviation**)의 증거가 있다면 유의수준(**significance level**)은 정확하지 않다는 단점이 있다.

본 연구에서는 시뮬레이션 최적화 기법 중에서, 반응함수들 간의 서로 일치하지 않는 기준이 존재하는 경우에 있어 최적화하는 새로운 기법을 제안하는 것이다. 이 기법은 반응표면법과 대화식 표면절단법을 결합한 다기준 시뮬레이션 최적화라 할 수 있다. 이는 **PCSCP**방법의 비일관성 문제와 **complex** 방법에서 가능해 영역의 **convex** 성질을 개선하는 효율적인 방법이라 기대된다.

2. 수학적 모델링

2.1 가정

본 연구에서 사용되는 가정들은 다음과 같이 설정한다.

- 선호도함수는 각 기준에 대하여 선형 또는 비선형, 비감소함수이다.

- 선호도함수는 **concave**이고, $\underline{x} \in D$ 내 점에서 목적식 공간내 각 변수에 대해 양의 미분계수로 연속미분가능하고 모든 $(f_1(\underline{x}), \dots, f_m(\underline{x}))$ 에 대해 $D, \geq \partial U(\underline{y}) / \partial y_i \geq D_i, > 0$ 인 **positive scalar** Δ_1, Δ_2 가 존재한다.

- D 는 **nonempty, compact subset**이다.

- $f(\underline{x})$ 는 **continuous, concave**이다.

2.2 용어정의

- \underline{R} : 실제 반응벡터(**m-dimension**)

- \underline{x} : 결정변수 벡터(**n-dimension**)

- $D = \{x | g_l(x) \leq 0, l = 1, \dots, q\}$: 결정공간(**known**)

- $g_l(x)$: \underline{x} 에 관한 제약식

- $f_j(x)$: \underline{x} 의 j 번째 반응함수(**unknown**)

($j = 1, \dots, m$)

- A_i : i 번째 대안(y'_1, y'_2, \dots, y'_m)

- y'_j : 기준 j 에서 수행수준(**performance level**)

- $w_i^k = \frac{\partial U(\underline{y}) / \partial y_i}{\partial U(\underline{y}) / \partial y_1}$: **trade-off weight**

- \underline{z} : \underline{x} 에 대한 2차식으로 구성된 $p \times 1$ 벡터

$[\underline{x} = (x_1, x_2)]$ 이면, $\underline{z} = (1, x_1, x_2, x_1^2, x_1x_2, x_2^2)$

- \underline{y} : 관측된 반응벡터(**m-dimension**)

- \underline{B} : 모수행렬(**unknown : $m \times p$**)

- $\underline{\varepsilon}$: **random error** 벡터(**$m \times 1$**)

- x_l, x_u : \underline{x} 의 상, 하한

- U : 의사결정자의 선호도 함수(**unknown**)

2.3 반응함수

시뮬레이션문제는 결정공간(**decision space**)에서 반응공간(**response space**)으로의 **mapping**이라 할

수 있다. 이 관계를 기호로 나타내면 식 (1)과 같다.

$$R = (f_1(x), \dots, f_m(x)) \quad (1)$$

일반적으로, 실험영역은 D 의 일부이다.

일반적으로 반응함수는 알수 없고, 그 반응변수 측정치에는 random error가 포함된다. 따라서, RSM을 사용하여 반응함수를 근사하는 일반적인 다변량 선형모델인 식 (2)에 의해 \underline{x} 에서의 반응함수를 추정한다.

$$\underline{f}(\underline{x}) = \underline{y} = \underline{Bz} + \underline{\varepsilon} \quad (2)$$

각 random error 벡터는 multivariate normal 분포 $N(0, \Sigma)$ 와 독립성임이 가정된다. 여기서 Σ 는 공분산(covariance)행렬 ($m \times m$: unknown)를 나타낸다. 따라서, 반응치 y_i 는 multivariate normal 분포 $N(\underline{Bz}_i, \Sigma)$ 으로 부터의 독립인 표본이다.

2.4 선호도 함수

선호도 함수란 반응벡터 $(f_1(x), \dots, f_m(x))$ 로 구성된 것으로 의사결정자는 자신의 선호도를 최대화하는 최상의 절충해 \underline{x} 를 결정하기 위해 사용한다.

2.5 수리적 모형

다기준 시뮬레이션 최적화의 목적은 최상의 절충해를 찾는 것이다. 따라서, 대상으로 하는 문제를 표현하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \max \quad & U(f_1(\underline{x}), \dots, f_m(\underline{x})) \\ \text{s.t.} \quad & \underline{x} \in D \\ & \underline{x}_L \leq \underline{x} \leq \underline{x}_U \end{aligned} \quad (3)$$

3. 문제유형

반응표면법은 단일 반응치를 갖는 시뮬레이션 모델에 대한 최적화에 이용된다. 따라서, 시뮬레이션에 Uniform Precision and Orthogonal Rotatable Central Composite Design[13]의 적용은 새로운 일이 아니다. 그런데, 그 반응치들이 동일한 기준이 아니라면 다반응치로 시뮬레이션 모델들에 반응표면법을 적용하는데 있어 복잡한 문제가 존재한다. 결국 단일 목적식 (반응치)이 형성되지 않고 반응표면 기법도 직접 적용할 수 없다.

그런데, 실제 세계에서 발생하는 많은 의사결정문제는 다기준 최적화 문제들로서 모델화될 필요가 있다. 왜냐하면 그들이 가능해 영역과 운용상의 제약하에서, 보통 여러 개의 일치하지 않는 목적식들 가운데 하나의 절충해에 도달하는 지를 결정하기 때문이다. 이들 접근법을 3가지 범주로 분류할 수 있다.

첫번째 유형은 의사결정자의 선호도에 대한 어떠한 지식도 사용하지 않는 것이다. 이 유형은 유효한(지배되지 않는) 최적해, 즉 어떤 해도 다른 것들을 나쁘게 하지 않고는 한개의 목적식도 개선할 수 없는 것들을 특징짓는 것이다. 일부 또는 모든 유효해를 계산하는 방법이 소개되지 않은 채 나머지 해들 중에서 선택하는 것이다. 두번째 방법은 목표계획법과 같이, 의사결정자의 선호도 구조를 완전히 명시하는 접근법이다. 의사결정자의 선호도 함수가 명확히 알려지기 때문에, 그 문제는 진정한 다목적 계획이 아니다. 왜냐하면 그것이 단일 최적화 문제로서 해결되기 때문이다. 세번째 접근법은 의사결정자의 선호도에 대한 정보를 부분적, 점진적으로 사용하는 방법이다. 이 접근법은 의사결정자로부터 찾아진 정보의 점진적인 성질 때문에 대화식 방법(interactive method)이라 한다. 일반적으로 이런 유형의 문제는 일련의 부분제를 푼다. 의사결정자는 일부 유효해와 암시적으로 정의된 선호도 함수에 기초한 각 반복에서

자신의 선호도에 대한 양적인 정보를 보장한다. 그리고 이 정보는 다음 반복에 대한 부문제를 생성한다.

4. 대화식 방법

4.1 Trade-Off Weight

Geoggeion과 Dyer 그리고 Feinberg[7]는 최상의 절충해를 결정하기 위해 치환의 한계비율 (marginal rates of substitution)의 개념을 사용하여 GDF절차를 개발했다. 이는 한 점 $x^t \in D$ 가 주어진 경우, i 번째 기준에서 단위변화를 보충하는 1 번째 기준에서 한계변화에 접근함으로써 $y = y^t \equiv (f_1(x^t), \dots, f_m(x^t))$ 에서 계산된 경우, 의사결정자는 식 (4)로 정의된 trade-off weight 추정을 요구한다.

$$w_i^t = \frac{\partial U(y) / \partial y_i}{\partial U(y) / \partial y_1} \quad (4)$$

GDF절차는 이들 추정치들을 실제 편미분값으로 사용하여 최대경사의 가능해 방향을 결정하기 위하여 하나의 부문제를 형성한다. 그 다음 의사결정자가 이 1 차 중앙선을 따라 line search를 주관적으로 행하는 것이다.

4.2 Trade-Off Cut

Musselman, K. 와 Talavage, J.[12]가 개발한 MT절차는 다음과 같이 수행된다. $x^t \in D$ 인 경우, 목적식 공간에서 생성된 각 반복 y^t 에 따라 이 방법은 trade-off cut을 생성한다. 목적식 공간내 어떤 개선해 y 로 탐색하는 것으로 제한하기 위해 $\nabla U(y^t) \cdot (y - y^t) \geq 0$ 를 생성한다. 식 (4)를 trade-off weight에 관하여 쓰면 식 (5)와 같다.

$$\sum_{i=1}^m w_i^t (y_i - y_i^t) \geq 0, y_i \equiv f_i(x), i = 1, \dots, m \quad (5)$$

MT알고리즘은 식 (5)와 그 linear tangential

approximation에 의한 D 내 제약식들을 바꾸기 위해 이들 식의 미분가능성과 함께 $f_i(x)$ 의 concavity와 $g_i(x)$ 의 convexity를 사용한다. 그 다음 이들 선형화 된 함수값들 중 최소치를 최대화하기 위해 찾는다. 이 선형계획문제는 line search가 식 (5)와 최대-최소 개념으로 D 내 제약식들에 한 중심점을 위치시키기 위해 수행되는 방향을 제공한다. 다음으로 의사결정자는 취한 step size에 있어 어떤 한도를 넘거나 미치지 못하는 것을 수정하기 위해 trade-off weight 정보를 보장함으로써 대화할 것을 요구한다. 이 단계 조정은 의사결정자와 여러번의 대화를 요구한다. 일단 정확한 step size가 선택되면 하나의 새로운 반복을 계산하고, 새로운 식 (5)를 생성하기 위해 trade-off 정보를 다시 찾는다. 그 절차는 개선해가 찾아지지 않을 때까지 반복된다. GDF절차에 대한 MT방법의 2가지 기본적인 발전은, 개선해 쪽으로 탐색방향을 설정하기 위해 식 (5)를 사용하고, pairwise indifference trade-offs를 만들어서 가중치 식 (4)을 보장할 것을 요구한다.

이에 우리는 위에 제시한 방법을 기초로 다음 3가지의 특성을 갖는 알고리즘을 개발하고자 한다.

- 부문제에 대한 해가 다음 반복에서 이용되므로 line search를 요구하지 않는다.
- 생성된 각 반복에서 유효해이므로, 앞의 두방법에 대한 어려움을 극복할 수 있다.
- D 에 대한 분명한 수학적 묘사를 요구하지 않는다.

따라서, 의사결정자는 식 (4)를 제공하여 각 반복에서 부문제에 식 (5)를 적용한다.

의사결정자로부터 요구된 식 (4)를 얻기 위하여, 두 벡터의 순서적 비교(A는 B보다 선호된다)은 치환의 한계비율에 대한 점추정치들을 제공하는 것보다 덜 부담스럽다. Dyer[6]는 의사결정자가

$$A = [y_1^k, y_2^k, \dots, y_i^k, y_{i+1}^k, \dots, y_m^k]$$

와

$$B = [y_1^k + \Delta y_1^k, y_2^k, \dots, y_i^k - \Delta y_i^k, y_{i+1}^k, \dots, y_m^k]$$

간의 순서적 선호도를 묻는 대화식 절차를 개발했다. 만약 의사결정자가 A보다 B를 선호한다면, Δy_i^k 는 증가한다. 그렇지 않으면, 의사결정자가 indifferent될 때까지 감소된다. 그 가중치 w_i^k 는 Δy_1^k 와 Δy_i^k 의 비율로서 계산된다.

의사결정자에 의해 제공된 trade-off 정보에서 일관성 결함으로 오류가 발생한다. Oppenheimer[14]가 지적한 것처럼, 일관성 (consistency)을 체크하는 한가지 방법은 k 번째 반복에서 목적식 1과 i 간의 trade-off ratio w_i^k 는 목적식 1과 j 간의 trade-off ratio w_j^k 와 k 번째 반복에 대한 목적식 j 와 i 간의 trade-off ratio w_{ij}^k 의 곱이다($= w_i^k = w_j^k w_{ij}^k$). Saaty[17]는 비일관성 해결하는 유용한 방법을 제안했다. 이는, 모든 $m(m-1)/2$ 쌍의 목적함수에 대해 반복 k 에서 $[\partial U(y^k)/\partial y_i]/[\partial U(y^k)/\partial y_j]$ 에 접근하는 trade-off ratio w_{ij}^k 를 얻는 것이 필요하고, $(m \times m)$ 행렬의 trade-off ratio를 생성한다. 만약 그 정보가 일치한다면, 이 행렬은 요구된 w^k 벡터를 제공하는 (적절한 scaling 후에) 관련된 고유벡터 (eigenvector)와 함께 m 와 동등한 single nonzero eigenvalue를 갖는다. 그렇지 않은 경우, 최고의 계수(modulus)를 갖는 고유값(eigenvalue)에 해당하는 고유벡터를 대신 사용하여 절충할 수 있다고 제안했다. 우리의 경우에 있어 그 행렬이 positive이고 irreducible이므로 양의 실수(real and positive)임이 분명하다.

본 연구에서는 시뮬레이션 모델로 부터 반응 표면법을 이용하여 출력을 구한 다음 trade-off weight와 trade-off cut을 이용하여 가능해 영역을 축소해 나가는 대화식 표면절단(interactive cutting-plane)법으로서, 이는 다기준 상황에서 시뮬레이션 모델로 부터 최상의 절충해를 구하는 알고리즘이다.

5. 다기준 시뮬레이션 최적화 알고리즘

4장에서 설명한 기본 개념을 이용하여 개발한 알고리즘의 개략도는 그림 1과 같고, 이에 대한 상세한 설명은 다음과 같다.

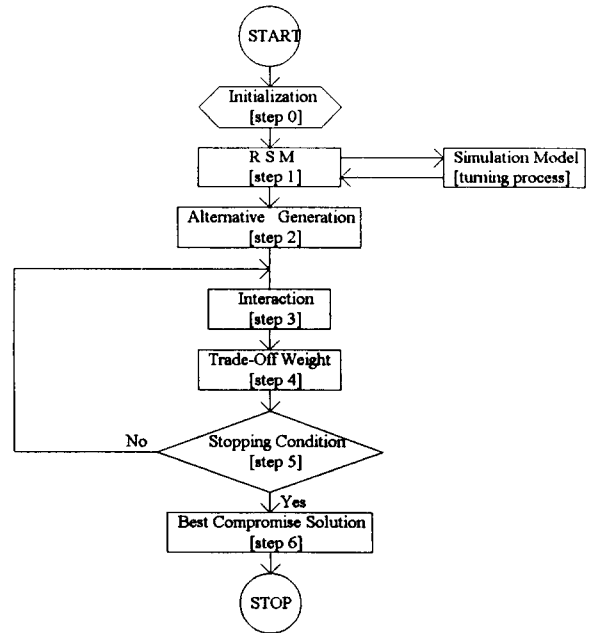


그림 1. 알고리즘 개략도

[단계 0] 임의로 제약조건을 만족하는 시작점 (starting point) $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ 를 선정한다.

concave 성질을 갖는 선호도 함수를 정의한다.

[단계 1] 시작점을 중심으로 중심 합성 계획 (central composite design)을 통한 반응치들 (responses)에 의해 각각 하나의 표면을 적합 (fit) 시킨다.

[단계 2] 대안들 중 선호도 함수를 최대화하는 대안(가장 선호된 대안)을 찾는다. 이 대안을 현재안(current alternative) $A_c = (y_1^c, \dots, y_m^c)$ 라 한다.

[단계 3] 현재안 A_c 의 (x_1^k, \dots, x_n^k) 에서, $k=1$ 이라고 하고, trade-off weight w^k 와 trade-off cut $z \leq \sum_{i=1}^m w_i^k (y_i - y_i^k)$ 를 생성한다.

[단계 4] k 에 대해서 다음의 최적화 문제를 푼

다.

$$\max z$$

$$s.t \quad z \leq \sum_{i=1}^m w_i^k (y_i - y_i^k),$$

$$x^k \in D$$

(z^k, x^k) 를 현 단계에서의 최적해라 하고 이것의 $y^k = (f_1(x^k), \dots, f_m(x^k))$ 를 구한다.

[단계 5] $z^k = 0$ 이라면, [단계 6.1]로 간다.

$z^k < 0$ 이라면, [단계 6.2]로 간다.

$z^k > 0$ 이라면, $(x^{k+1}, y^{k+1}) = (x^k, y^k)$ 라

놓고, [단계 3]으로 간다.

[단계 6] 1) 최상의 절충해는 x^k 이고, 최적값은 y^k 이다.

2) 최상의 절충해는 x^{k-1} 이고, 최적값은 y^{k-1} 이다.

6. 실험평가

개발된 알고리즘을 간단한 수치실험에 적용해 본 다음 그 효율을 평가하기 위해 PCSCP방법[3]을 적용한 결과와 비교한다.

6.1 수치실험

$$\min U(f_1(x), f_2(x))$$

$$s.t \quad 7x_1 + x_2 \geq 4$$

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$0 \leq x_1 \leq 10$$

$$0 \leq x_2 \leq 10$$

$$\varepsilon \sim N(0, 0.1)$$

각각 $f_1(x) = -x_1 + \varepsilon_1$, $f_2(x) = -x_2 + \varepsilon_2$ 이고, 선호도 함수를 $U(y_1, y_2) = -y_1^2 - y_2^2$ 라 정의한 상황에서 PCSCP 방법을 적용한 결과는 표 1과 같다. 개발된 알고리즘을 통해 시작점 (2.000000, 3.000000)에서 구한 결과는 표 2와 같다.

표 1. PCSCP Method

반복	중심점	실험구간 ^(*)	선호점	CUT
1	(5.0, 5.0)	50	(2.00, 2.00)	$-1.78+0.06x_1 + 0.03x_2 \leq 0$
2	(1.4, 1.4)	4	(1.39, 0.58)	$-0.67+0.02x_1 + 0.07x_2 \leq 0$
3	(1.2, 0.4)	1	*(0.97, 0.17)	$-1.06+0.08x_1 + 0.19x_2 \leq 0$
4	(1.0, 0.1)	0.49		

(a) 실험구간 = |maximum radius from center| $\sqrt{\text{decision variable number}}$

* Best Compromise Solution

표 2. Proposed Method

반복	z^k	(x_1^k, x_2^k)
1	2.125502	(0.999670, 0.001045)
2	0.000126	(0.999984, 0.000049)
3	0.000052	(1.000004, -0.000012)
4	0.000047	*(1.000000, 0.000000)
5	-0.065049	

* Best Compromise Solution

그림 2는 두 가지 방법상의 일관성에 대한 비교를 나타내는데, 개발된 방법은 반복이 진행되면서 일관성을 꾸준히 유지한다. 반면, PCSCP방법은 반복 초기에는 최적해에 급속히 접근한다 하더라도 반복이 진행되면서 의사결정자의 일관성을 보장 못하고 수렴성도 갖지 않음을 나타낸다.

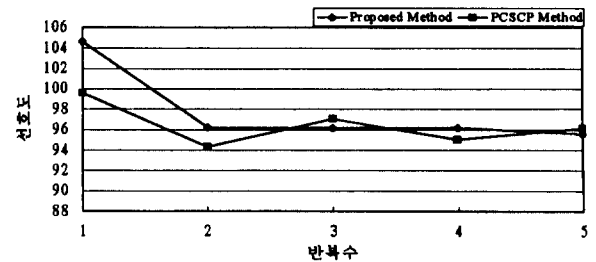


그림 2. 일관성에 대한 그래프 II

6.2 평가

PCSCP방법에 대한 개발된 방법의 효율을 비교하기 위해 수치실험에 다음 4가지 평가기준을 사용하였다.

- 실험수(Number of Experiments : NEXPE) : 결정공간에서의 시뮬레이션 실험 수
- 대화회수(Number of Interactions : NINTE): 의사결정자와의 대화 회수
- 최적값과의 차이(DIF : %): 시뮬레이션으로 찾은 최적해와 이론적 최적해간의 선호도차이다. 이는 식 (6) 과 같다.

$$DIF = \left| \frac{U(\dot{x}_{theory}) - U(\dot{x}^*)}{U(\dot{x}_{theory})} \right| \times 100 \quad (6)$$

\dot{x}_{theory} : 확정적인 경우의 이론적 최적값
 \dot{x}^* : 시뮬레이션으로 찾은 가장 선호된 값

- 거리(DISTANCE): 시뮬레이션을 통해 구한 해와 이론적인 해 사이의 결정공간에서의 거리

위 4가지 평가기준을 종합하여 나타낸 것이 다음 표 3이다. 이는 개발된 방법이 실험 회수를 상당히 감소시키고 최상의 절충해를 제공하므로 효과적인 시뮬레이션 최적화기법임을 증명할 수 있다. 그러나 그에 따른 의사결정자와의 대화 회수는 증가함을 알 수 있다.

표 3. Computational Experiment

평가기준	Proposed Method	PCSCP Method	비교
NEXPE	11	56	- 44
NINTE	5	4	+ 1
DIF(%)	0	0.2485	- 0.2485
DISRANCE	0	0.1726	- 0.1726

7. 적용사례

본 연구에서는 선삭공정에서의 절삭공정과 표면윤곽 생성모델이 개발된다. 시뮬레이션 모델은 최소 공정시간과 좋은 표면을 얻는 수단으로 개발된 알고리즘과 결합된다.

7.1 문제설명

공작물의 회전마다 하나의 이송 홈(feed groove)을 발생시키는 공구구조와 공작물에 대한 상대적인 공구변위에 의해 공작물의 축을 따라 부품으로 형성되는 윤곽을 발생시키는 컴퓨터 시뮬레이션 모델이 이용된다. 그림 2는 표면윤곽을 형성하는 공구 움직임(tool motion)과 공구선단(tool tip)구조를 표현한 블록선도(block diagram)이다.

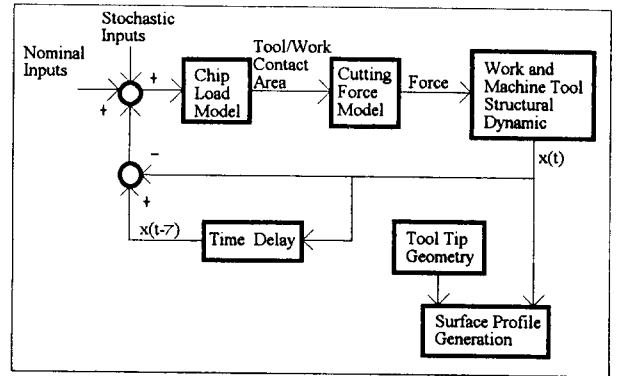


그림 2. 표면 생성 모델에 대한 블록선도

이 모델에서 선삭공정에 대한 시뮬레이션을 위해 선반 동력학(cutting dynamics)의 단순화된 모델이 사용된다. 그림 3은 질량, 스프링, 상쇄기 등으로 구성된 단일 자유도 모델을 나타낸다.

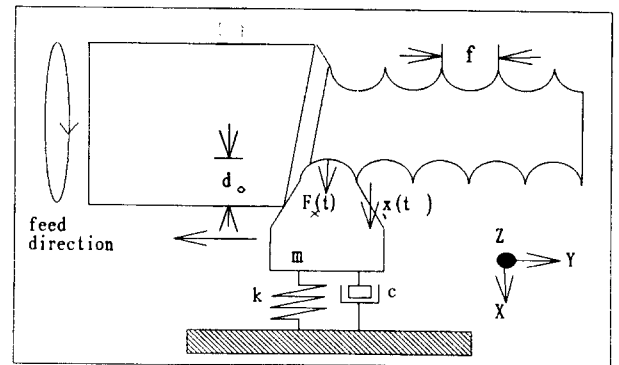


그림 3. 선삭 공정에 대한 물리적 표현

이에 기초한 시스템에 대한 운동 방정식은 식 (7) 과 같다.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_r(t) \quad (7)$$

여기서 $m, k, c, F_r(t)$ 는 질량, 강성(stiffness), 감쇠(damping) 계수 및 방사력(radial force)이다.

방사 절삭력은 부분적으로 chip load와 공구측면 간섭력(interference force)에 대한 함수이다 (Montgomery and Altintas, 1991 and Endres, 1992). 공정 특성상 1회의 공작물 회전 동안에 깎이지 않은 부분이 연속되는 회전 동안에 제거시켜야 할 부분을 증가시킬 것이다. 현재 및 과거 변위된 chip load에 따라 방사력은 식 (8) 과 같이 표현된다.

$$F_r(t) = K_a f [d_0 - x(t) + x(t - \tau)] \quad (8)$$

$x(t)$: 시간 t 에서 방사변위(radial displacement)

$x(t - \tau)$: 시간 $t - \tau$ 에서 방사변위

τ : 공작물이 1회전하는데 필요한 시간

d_0 : 선삭 작업의 근소한(nominal) 절삭 깊이

f : 공작물 1회전시 공구에 의해 제거된 이송

K_a : 절삭력에 의한 chip load와 관계된 계수

식 (8)에서, 방사력 $F_r(t)$ 는 상수가 아니고 확률값이다. 표면의 확률성은 nominal chip load($f d_0$)와 공작물 재료의 uneven hardness distribution을 변화시키는 원래 공작물의 표면거칠기가 된다. 이러한 통계적 특성을 결합하는 한가지 방법은 계수 K_a 를 시간에 대한 확률변수, $K_a(t)$ 로서 보는 것이다. 이 연구에서 $K_a(t)$ 는 정규분포한다고 가정한다. 그리고 위 식에서 상수는 다음과 같이 가정한다 :

$$m = 2 \text{ kg}, \quad c = 1000 \text{ Ns/m}, \quad f = 1 \text{ mm}, \quad d_0 = 2 \text{ mm}, \\ k = 10 \text{ MN/m}, \quad K_a = 1.5 \text{ GN/m}^2 \text{ (} K_a(t) \text{의 평균)}, \\ \tau = 0.2 \text{ s}.$$

7.2 다기준 시뮬레이션 최적화 모델

절삭조건에 대한 적절한 선택은 다기준에 대한 최적화를 달성할 수 있다. 즉, 이 응용 시뮬

레이션 모델에서는 높은 생산율(짧은 공정시간) 뿐만 아니라 공정간 공작물의 좋은 표면특성을 가져다 줄수 있다. 선삭공정의 공정시간을 평가하며 선삭된 부품의 표면특성을 예측하는 모델이 적절한 공정 입력요소를 선택하게 한다. 예를들어, 그림 4와 같은 원통형 공작물을 고려해보자. 그림에서 빗금친 부분이 여러번의 초기 선반작업에 의해 제거되어야 할 부분이다.

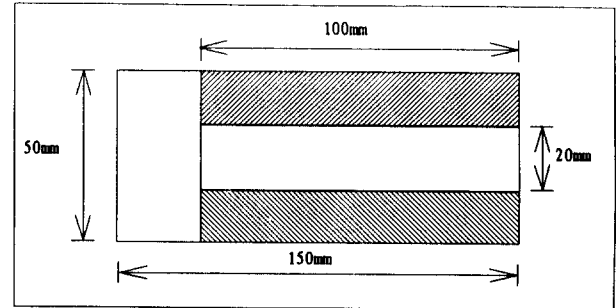


그림 4. 공작물 견본

이러한 선삭공정을 고려해 본다. 먼저 기계 결정변수 최적화 문제가 MCDM문제로 공식화된다. 2개의 일치하지 않는 목적식(공정시간과 표면거칠기의 최소화)은 피드, 절삭깊이(또는 절삭 수)와 같은 결정변수에 관한 함수이다.

\mathbf{x} 는 시스템 결정변수 x_1, \dots, x_n 의 $n \times 1$ 벡터라 가정한다. 이들 변수는 피드, 절삭깊이에 해당한다. $y_1(\mathbf{x})$ 은 tool positioning time을 제외한 추정된 공정시간(sec), $y_2(\mathbf{x})$ 는 표면거칠기의 추정된 root mean square(mm)를 각각 나타낸다. $D = \{\mathbf{x} | g_j(\mathbf{x}) \leq b_j, j = 1, \dots, q, \mathbf{x} \in R^n\}$ 로 정의된 제약식 집합 D 를 고려하자. 그 문제는 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \min \quad & y_1(\mathbf{x}) = E[f_1(\mathbf{x})] \\ \text{s.t.} \quad & y_2(\mathbf{x}) = E[f_2(\mathbf{x})] < u \\ & \mathbf{x} \in D \end{aligned} \quad (9)$$

- $f_1(\mathbf{x})$: 시뮬레이션 모델에서 관측된 공정시간 반응치

- $f_2(x)$: 시뮬레이션 모델에서 관측된 표면거칠기 반응치

식 (9)에서 2가지 구분되는 특성이 있다. 첫째, 랜덤함수 $u(x)$ 는 분석적으로는 알지 못하며 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 평가되어야 한다. 그러므로, 랜덤함수를 평가하는데 있어서의 오차는 최적화 절차를 적용하여 계산해야 한다. 두번째, 선반에서 결정변수 x_1, x_2 는 실수형 변수이다. 이러한 모델에서의 두 가지 특성 때문에 실수형 결정변수를 가지는 확률적 모델을 최적화할 수 있는 해법 절차가 요구된다.

이 문제에 대한 다기준 문제구성은 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \min \quad & U(y_1(x), y_2(x)) & (10) \\ \text{s.t} \quad & 0.1 \leq x_1 \leq 9 \\ & 0.1 \leq x_2 \leq 5 \\ & y_2 \leq u^* \end{aligned}$$

이 문제에 개발된 알고리즘을 적용하기 위해, 목적식은 모든 x 값에 대해 정규분포한다 한다. 이것은 반드시 이 경우에만 적용되는 것은 아니다. 그런데 총 공정시간과 표면거칠기 상의 관측치들이 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻어지고, 각 관측치들이 관측치들에 대한 평균으로 이루어지므로, 정규성 가정을 심하게 어기지는 않는다. 또한 선호도함수 $U(y_1, y_2) = -y_1^2 - (u^* - y_2)^2$ 라 정한다.

이러한 시스템에서 개발된 알고리즘을 적용한 결과는 표 4와 같이 얻어진다. 이 자료를 통해 표면거칠기가 감소함에 따라 공정시간은 증가함을 알 수 있다. 반면 절삭깊이는 공정시간과 표면거칠기에 거의 영향을 미치지 않고 단지 피드의 변화만이 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

표 4. Best Compromise Solution

피드 (mm)	절삭깊이 (mm)	공정시간 (sec)	표면거칠기 (mm)
0.200000	1.875	800.438599	0.0970
0.150000	1.875	1188.98975	0.0750
0.099999	1.875	1664.92871	0.0499
0.050000	1.875	3784.54395	0.0250

이를 실제 실험치와 비교하기 위해 표 5와 같은 조건을 갖는 Monarch 선반을 택하여 피드가 0.2 mm이고 절삭깊이가 1.875 mm인 상황에서 데이터를 얻었다. 단, 개발된 알고리즘에 의한 해와 비교하기 위해 공정시간은 800 sec를 갖도록 설계됐다.

표 5. Condition For The Turning Experiment

Work Material	4140 steel
Original Work Diameter	50 mm
Final Work Diameter	20 mm
Original Work Length	150 mm
Length To Be Cut	100 mm
Carbide Insert Type	SPG 422-CS
Nose Radius	0.80 mm
Spindle Speed	300 RPM
Lead Angle	15°

그 결과, 표면거칠기가 0.097 mm인 경우를 비교해 보면 표 6과 같이 실험치에 근사함을 알 수 있다. 따라서 개발된 알고리즘이 최상의 절충해를 제공한다고 결론지을 수 있다.

표 6. 실험치와 최상의 절충해와의 비교

	피드 (mm)	절삭깊이 (mm)	공정시간 (sec)	표면거칠기 (mm)
실험치	0.200	1.875	800	0.07681~1.0263
최적해	0.200	1.875	800.438599	0.097

8. 결론

본 연구는 의사 결정자와 대화회수에 있어서 적당한 증가를 감수하더라도, 시뮬레이션 실험 회수를 상당히 감소시킴과 동시에 의사결정자로

부터 최소한의 주관적인 정보를 이끌어 내는 대화식 다기준 시뮬레이션 최적화기법을 제시했다. 제시된 알고리즘의 주요 장점은 다음 3가지로 종합될 수 있다. (1) 절차는 line search를 요구하지 않으므로 의사결정자와 어떠한 주관적인 대화도 제거한다. (2) 목적식과 가능해 영역에서의 nonconvexity와 더불어 가능해 영역의 nonanalytical 표현도 취급할 수 있다. (3) accumulation point가 최상의 절충해로 수렴한다. 따라서 의사결정자에 의해 제공된 trade-off 정보에 있어서의 비일관성이 존재하는 경우에 있어서도 알고리즘의 수렴성은 보장된다.

앞으로의 연구과제는 분산이 더욱 큰 경우에 대한 분석과 보다 많은 기준이 존재하는 경우에 대한 분석이 필요하다. 그리고 응용실험에 있어서는 절삭속도와 공구마모를 고려치 않았으므로, 새로운 모델에서는 이를 추가할 과제를 남긴다.

참 고 문 헌

[1] 박성현, 현대실험계획법, 박영사, 1985.

[2] Azadiva, F., and Lee, Y. H., "Optimum number of buffer spaces in flexible manufacturing systems", in : Stecke, K. E. and Suri, R. (eds.), Proceedings of the Second ORSA/TIMS Special Interest Conference on Flexible Manufacturing Systems Operation Research Models and Applications, Ann Arbor, MI, August 12-15, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 181-189, 1986.

[3] Boyle, C. R. and Shin W. S., "An Interactive Multiple-Response Simulation Optimization Method," (Forthcoming), IIE Transactions, 1994.

[4] Chiassi, M., DeVor, R. E., Dessouky, M. I. and Kijowski, B. A., "An Application of Multiple Criteria Decision Making Principles for Planning Machining Operations," IIE Trans, vol. 16, no.2,

pp. 106-114, 1984.

[5] Clayton, E. R., Weber, E., and Taylor, B. W., III, "A goal programming approach to the optimization of multi-response simulation models", IIE Transactions, vol. 14, no. 4, pp. 282-287, 1982.

[6] Dyer, J. S., "A Time Sharing Computer Program for the Solution of the Multiple Criteria Problem," Management Science, vol. 19, pp. 1379-1383, 1973.

[7] Geoffrion, A. M., Dyer, J. S., and Feinberg, A., "An Interactive Approach for Multicriterion Optimization with an Application to the Operation of an Academic Department," Management Science, vol. 19, pp. 357-368, 1972.

[8] Jack, P. C. Kleijnen, Statistical Tools for Simulation Practitioners, Marcel Dekker, Inc., 1987.

[9] Koksalan, M., Karwan, M. H., and S. Zionts, "An improved method for solving multiple criteria problems involving discrete alternatives," IEEE Transactions System Man Cybernetics, vol. 18, no. 3, pp. 262-271, 1986.

[10] Loganathan, G. V. and Sherali, H. D., "A convergent interactive cutting-plane algorithm for multi-objective optimization," Operations Research, vol. 35, pp. 365-377, May-June 1987.

[11] Malakooti, B. and Deviprasad, J., "An Interactive Multiple Criteria Approach for Parameter Selection in Metal Cutting," Operation Research, vol. 37, no. 5, pp 805-818, 1989.

[12] Musselman, K., and Talavage, J., "An Trade-off Cut Approach to Multiple Objective Optimization," Operation Research, vol. 28, pp. 1424-1435, 1980.

[13] Myers, R. H., Response Surface Methodology, Allyn and Bacon, Boston, 1976.

[14] Oppenheimer, K. R., "A Proxy Approach to Multi-Attribute Decision Making," Management

nt Science, vol. 24, pp. 675-689, 1978.

- [15] Pritsker, A. A. B., Introduction to Simulation and SLAM II, 2nd ed., John Wiley, New York, 1986.
- [16] Rees, L., Clayton, E. R. and Taylor, B. W., III, " Solving multiple response simulation models using modified response surface methodology within a lexicographic goal programming framework", IIE Transactions, vol. 17. no. 1, pp. 47-57, 1984
- [17] Saaty, T. L., "A Scaling Method of Priorities in Hierarchical Structures," J. Math. Psychol., vol. 15, pp. 234-281, 1977.
- [18] Teleb, R. A. and Azadivar, F., "A methodology for solving multi-objective simulation optimization problems," European Journal of Operation Research, vol. 72, pp. 135-145, 1994.