

개수로 완난류 마찰흐름

유동훈*

이종원**

YOO, DONG HOON LEE, JONG WON

1. 서 론

유체의 흐름에 있어서, 주어진 단면에 대해 유량 또는 유속을 결정하는 요소는 마찰 계수이기 때문에 많은 연구자들이 마찰계수 산정식개발에 힘써왔다. 유체의 흐름은 자유수면의 존재여부에 따라 개수로 흐름과 관수로 흐름으로 구분된다. 개수로에서의 흐름은 원형관수로의 그것과 유사하면서도 상당히 다른 특징을 갖고 있다. 원형관수로에서의 흐름은 관의 대칭성으로 인하여 2차류가 존재하지 않아 이론적인 접근이 가능하지만, 개수로에서의 흐름은 자유수면의 존재에 기인한 2차류로 인해 이론적인 접근에 상당한 어려움이 있다.

최근의 실험결과 분석에 의하면 완난류 흐름에서는 개수로 마찰계수의 분포도 원형관로 마찰계수의 분포와 매우 유사한 것을 확인할 수 있으며, 단지 조고가 커짐에 따라 마찰계수 분포선이 평행이동하여 상향조정됨을 알 수 있다. Tracy와 Laster(1961)는 이를 이용하여 수로벽이 매끄러운 상태의 완난류 흐름에 대하여 절점을 조정한 상관계수 A와 B를 구하였다. 또한 유동훈(1995)은 W_f 수를 도입하여 거칠은 개수로에서의 마찰계수를 경사와 절점을 조정하여 상관계수 A와 B를 재산정하였으며, Nikuradse의 등가조고를 사용함으로써 조고의 정량화를 꾀하였다.

본 연구에서는 거칠은 개수로에서 완난류 흐름상태의 마찰계수를 기존의 Bazin자료들과 기울기, 조고, 유량 등을 변화시킨 실험을 통하여 얻었으며, 이러한 관측치들에 대하여 유동훈(1995)의 경사절점조정법과 기존의 Ganguiet-Kutter(1869), Manning(1889, 1895), Bazin(1897)의 산정식을 평균유속에 대해 비교하였다.

2. 기존 산정식

Chezy는 1775년에 개수로내 등류의 바닥면 마찰력과 중력의 흐름방향성분이 같음을 이용하여 식(1)과 같은 평균유속공식을 유도하였다.

$$V = C_h \sqrt{HS} \quad (\text{m/sec}) \quad (1)$$

여기서, V 는 평균유속, C_h 는 Chezy계수, H 는 단면의 동수반경, S 는 수로경사이다. C_h 는 Darcy-Weisbach의 f 또는 C_f 와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$C_h = \sqrt{\frac{8g}{f}} = \sqrt{\frac{g}{C_f}}, \quad C_f = \frac{g}{C_h^2} \quad (2)$$

또한, f 는 Reynolds수와 조도의 함수이므로, 결국 $C_h=f(R_h, k_s)$ 가 된다. 이러한 내용을 기초

* 정회원, 아주대학교 공과대학 토목공학과 부교수

** 아주대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

로 실험자료를 분석하여 Ganguilet-Kutter, Manning, Bazin 등의 연구자들이 마찰계수 또는 평균유속 산정식을 제안하였다.

스위스 기술자인 Ganguilet와 Kutter는 Bazin, Darcy 등 여러 기술자들의 유량측정 자료를 해석하여 1869년에 SI단위계로 다음의 Chezy계수산정식을 제안하였다.

$$C_k = \left[\frac{\frac{1}{n} + X}{1 + \frac{n}{\sqrt{H}} X} \right], \quad C_f = g \left[\frac{\frac{1}{n} + X}{1 + \frac{n}{\sqrt{H}} X} \right]^{-2} \quad (3)$$

$$X = 23 + \frac{0.0015}{S}$$

식(3)의 n치는 수로바닥의 조도의 영향을 나타내는 경험계수로서 경사가 0.0001보다 크고 동수반경이 0.3-9m 범위에서는 후술할 Manning의 n치와 동일한 것으로 알려져 있다. 실제로 Manning의 n치는 Kutter의 n으로부터 취하였다.

Manning식은 좌변과 우변의 단위가 일치하지 않음에도 불구하고 수식의 단순성과 다루어진 관측자료의 포괄성 등으로 가장 많이 이용되는 경험식이다. Manning(1889)은 1890년 대 이전에 발표된 거의 모든 관측자료와 경험식들을 정리하고 평가한 후, 다음과 같이 단순한 형태의 평균유속 산정식을 발표하였다.

$$V = \frac{1}{n} S^{\frac{1}{2}} H^x \quad (4)$$

Manning은 Hagen(1882)이 조도에 따라 변하는 지수 x를 실험적으로 2/3을 선택했음을 밝혔다. 지수 x를 2/3로 할 때,

$$V = \frac{1}{n} S^{\frac{1}{2}} H^{\frac{2}{3}}, \quad C_f = \frac{gn^2}{H^{1/3}} \quad (5)$$

여기서 S는 수로 경사이고, H는 동수반경이며, n은 Ganguilet-Kutter식의 n으로부터 도입된 경험계수로서 최근에는 Manning의 조도계수라고 하고 주로 수로의 벽면상태에 따라 결정되는 값이다. 또한, Bazin은 C_k 를 동수반경 H와 조도의 함수로 생각되는 경험계수를 이용하여 다음 식을 제안하였다.

$$C_k = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{H}}}, \quad C_f = 0.0013 \left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{H}}\right)^2 \quad (6)$$

이고, γ 는 Bazin 조도계수이다.

이상에서 살펴본 마찰계수 산정식들은 양변의 단위가 일치하지 않고, 마찰계수가 조고만의 함수로 표시되어 흐름의 상태를 전난류로 인식하게 하며, 조도의 정량화가 이루어지지 않아 관측, 실험범위를 벗어났을 때의 이용에 일반성이 부족하다고 판단된다.

3. 경사절점 조정법 산정식

원형관수로에서 완난류 흐름에 대한 마찰계수 산정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{1}{k} \left(\ln \frac{r}{z_0} - 1.5 \right) \quad (7)$$

z_0 는 영점 높이로 완난류에서 $e^{-5.5k} \nu / u_*$ 이며, $r=2H$ 를 대입, 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{1}{k} (\ln R_n \sqrt{C_f} + 1.393) \quad (8)$$

이는 상관계수 A, B와 α , β 를 이용하여 식(9), (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = A \ln R_n \sqrt{C_f} + B \quad (9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{\alpha}{k} (\ln \frac{H}{z_o} + \beta) \quad (10)$$

식(9), (10)로부터 $A = \alpha/k$, $B = (2.2 + \beta)\alpha/k$ 의 관계가 있음을 알 수 있다.

유동훈(1995)은 상기 관계식에서 경사 A를 관수로 수치 2.5 또는 $\alpha = 1$ 로 고정하고 절점 B 또는 β 의 수치만 조고와 조고비의 함수로 취하여 사각형 개수로 마찰계수 산정식 즉, 절점 조정법 산정식을 개발하여 상당히 만족할 만한 결과를 얻었다. 그러나, 절점 조정법 산정식은 수식이 복잡할 뿐만 아니라 이형 개수로에 대한 일반성이 결여된 것으로 판된다. 따라서 절점 B 또는 β 뿐 아니라 기울기 A 또는 α 도 수리조건에 따라 조정하는 산정식 개발에 본 연구의 주요 목표로 두고 이에 따라 개발된 마찰계수 산정식을 경사절점 조정법 산정식이라 칭한다.

Bazin의 관측자료를 식(9)를 이용하여 $1/\sqrt{C_f} - \ln R_n \sqrt{C_f}$ 그래프를 그리고 각 자료로부터 A와 B를 1차원 회기분석을 통하여 얻을 수 있었으며, 표 1에 제시하였다. 표 1에 나타난 바와 같이 A는 1.3213와 2.3097, B는 -8.236와 6.964 사이에 있다. 여기서 A값의 변위가 크지 않다는 것을 알 수 있는데 이는 하나의 A값으로 정리될 수 있음을 시사한다. 기울기 A의 평균값을 새로운 $A' = 1.775$ 로 수정하고 각 그래프에 대해 절점 B를 조정하여 새로운 절점 B'를 구했으며, 이렇게 구한 A'와 B'를 α , β 로 환산하여 표 1에 함께 정리하였다.

표 1 사각형 수로의 상관계수

구 분	ks(mm)	A	B	A'	B'	α	β	$\ln W_f$
Bazin 2(2)	0.12	1.7257	6.964		6.6		1.519	-3.132
Bazin 4()	5.5	1.7791	-3.36		-3.35		-4.093	0.693
Bazin 6(4)	0.5	1.6857	4.029		3.2		-0.397	-1.705
Bazin 7(5)	0.5	2.2857	-2.675		2.1		-1.017	-1.705
Bazin 8(6)	0.5	2.3097	-2.061		2.9		-0.566	-1.705
Bazin 9(7)	0.85	1.6139	2.869		1.4		-1.411	-1.174
Bazin 17()	25.0	1.3213	-2.881	1.775	-7.4	0.71	-6.369	2.207
Kirschmer	3.5	1.4776	0.971		-2.2		-3.439	0.241
Ajou 1	1.68	1.8097	-1.036		-0.7		-2.594	-0.493
Ajou 2	3.4	1.7451	-1.816		-2.05		-3.355	0.212
Ajou 3	14.8	1.7566	-5.381		-5.5		-5.299	1.683
Ajou 4	22.2	1.8818	-7.063		-6.2		-5.693	2.088
Ajou 5	34.2	1.7236	-8.236		-8.65		-7.074	2.521

주기:()는 Manning의 일련번호

Bazin과 Kirschmer의 자료에는 조고가 표시되어 있지 않아 정확한 k_s 를 알 수 없었다. 그러나 아주대 자료중 1번, 2번의 입경은 각각 #8-#16체와 #4-#8체의 평균입경이고, 모두 니스를 사용하여 부착하였으므로 Nikuradse의 등가조고와 실험조건이 거의 동일하므로 이를 기준조고로 삼고 Bazin과 Kirschmer 자료의 조고를 역산하였다. 이중 1번은 가름체의 폭이 넓은 관계로 평균입경에 1.2배수를, 2번은 평균입경을 등가조고로 삼는 것이 타당하다고 판단했다. 다른 3-5번의 자료는 쇠석을 사용하고, 시멘트풀을 사용하여 부착시켰으며, 조밀하지 않은 관계로 입경의 2배수를 등가조고로 추정하였다. β 는 아주대 자료를 기준으로 계산하였으며, 이로부터 산정된 Bazin 자료의 조고는 유(1995)가 추정한 k_s 보다 상당히 작다.

표 1에 나타난 W_F 수는 유동훈(1995)이 제안한 무차원수로, 개수로 흐름에 가장 연관이 있는 Weber 수를 Froude 수로 나눈 값의 길이 차원을 k_s 로 환산한 값이며 아래와 같이 구할 수 있다.

$$W_F = \frac{W}{F} = \frac{\sqrt{gl}}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho l}}} = l \times \sqrt{\frac{\rho g}{\sigma}}$$

여기서 길이 차원인 l 을 조고로 생각하고 W_F 수를 표현하면

$$W_F = k \times \sqrt{\frac{1000 \times 9.806 \times 100}{7.36}} = 365k_s(m) = 0.365k_s(mm)$$

이 된다.

표 1에서 조정된 A'와 B'로 $1/\sqrt{C_f} - \ln R_k \sqrt{C_f}$ 관계를 그래프로 나타내면 그림 1, $\beta - \ln W_F$ 를 그래프로 표현하면 그림 2와 같다.

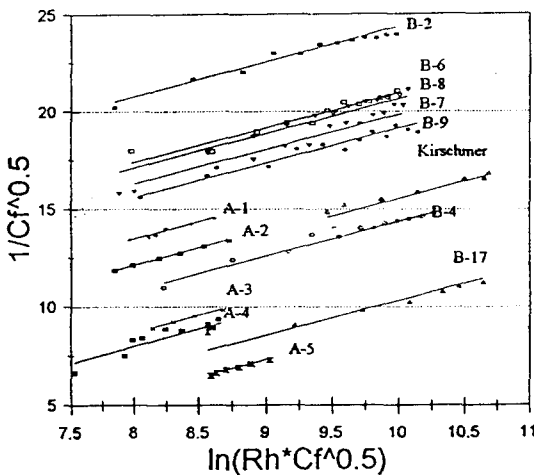


그림 1. 구형수로 회귀분석 그래프

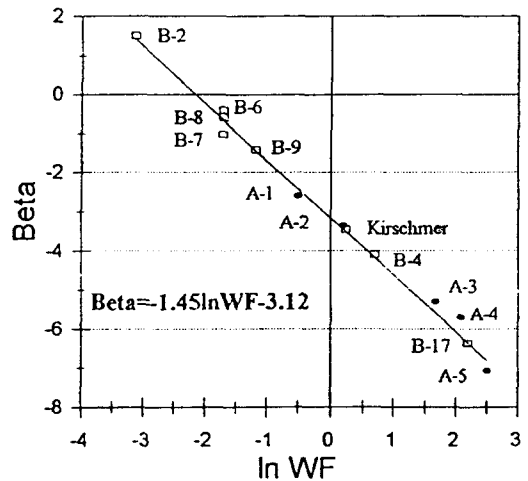


그림 2. 조고에 따른 β 값 분포 그래프

상기그림에서 B로 표기된 자료는 Bazin의 자료이며, A로 표기된 자료는 아주대 실험 관측자료이고, Kirschmer 자료가 포함되어있다. 그러나 본 연구에서는 표 1에 제시된 바와 같이 Bazin의 자료중 B-2, B-4, B-8, B-9만 집중적으로 산정식의 검증에 이용되었으며, 나머지는 추후 검토할 예정이다. 그림 2로부터 구한 β 의 기울기는 -1.45이나, 이를 사용이 편리한 수치인 -1.5를 썼을때에도 별 오차가 없는 것으로 나타났다. 이를 적용하면 식(11)이 된다.

$$\beta = -1.5 \ln W_F - 3.12 \quad (11)$$

이렇게 구한 β 를 식(10)에 대입하면

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = \frac{\alpha}{k} \left(\ln \frac{H}{z_o} + \ln W_F^{-1.5} - 3.12 \right) \quad (12)$$

완란류 흐름에 대한 $z_o = e^{-5.5k} \nu / u_*$ 를 대입하여, 정리하면

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{C_f}} &= \frac{\alpha}{k} \left(\ln \frac{1}{e^{-5.5k}} \frac{u_* H}{\nu} + \ln W_F^{-1.5} + \ln e^{-3.12} \right) \\
&= \frac{\alpha}{k} \left(\ln e^{5.5k-3.12} W_F^{-1.5} \frac{VH}{\nu} \sqrt{C_f} \right) \\
&= 1.775 \left(\ln 0.4 W_F^{-1.5} \frac{H}{\nu} \sqrt{\frac{gHS}{C_f}} \sqrt{C_f} \right) \\
&= 1.775 \left(\ln 0.4 W_F^{-1.5} \frac{\sqrt{gH^3}}{\nu} \sqrt{S} \right) \\
&= 1.775 \left(\ln 0.4 W_F^{-1.5} R_F \sqrt{S} \right) \tag{13}
\end{aligned}$$

이상의 과정을 통해 최종적으로 식(13)이 구해진다. 여기서 R_F 는 Reynolds수를 Froude수로 나눈 무차원값으로 $R_F = \sqrt{gH^3} / \nu$ 이다.

4. 비교 고찰

Bazin의 실험자료중 사각형 개수로에서 관측된 자료에 기존식들과 경사절점 조정법 산정식을 적용하여 평균유속을 비교하여 표 2에 정리하였다. 각 산정식에 사용된 조도계수는 각 수식 개발자들이 제안한 값을 사용하였으며, 본 연구에서 개발된 산정식에는 표.1에 제시되어있는 등가조고를 사용하였다.

표 2 Bazin 자료의 유속비교 결과

Series No. = 2 Slope = 0.00506						Series No. = 7 Slope = 0.00489					
H. Rad. (mm)	Obs.	G-K	Man	Baz	Yoo2	H. Rad. (mm)	Obs.	G-K	Man	Baz	Yoo2
51.100	1.018	0.915	1.191	1.071	1.039	57.100	0.826	0.803	1.044	0.843	0.895
76.700	1.338	1.240	1.459	1.365	1.340	82.900	1.127	1.066	1.258	1.091	1.141
98.000	1.537	1.482	1.650	1.575	1.560	104.300	1.325	1.264	1.411	1.272	1.323
114.200	1.731	1.653	1.781	1.720	1.715	122.500	1.479	1.421	1.530	1.415	1.467
131.000	1.853	1.821	1.907	1.861	1.866	138.400	1.612	1.552	1.626	1.533	1.585
144.400	1.984	1.949	2.002	1.967	1.981	153.700	1.711	1.673	1.713	1.641	1.695
157.600	2.081	2.071	2.092	2.067	2.090	166.500	1.808	1.770	1.783	1.727	1.783
169.700	2.171	2.179	2.171	2.155	2.187	178.900	1.898	1.862	1.848	1.808	1.866
181.500	2.258	2.282	2.245	2.239	2.279	191.000	1.967	1.949	1.910	1.885	1.945
192.700	2.326	2.377	2.313	2.315	2.364	201.600	2.045	2.023	1.962	1.951	2.012
202.500	2.397	2.458	2.371	2.380	2.436	212.500	2.102	2.099	2.014	2.016	2.080
212.500	2.460	2.539	2.429	2.445	2.509	221.800	2.179	2.161	2.058	2.071	2.137
Abs. Error of Vel.	0.032	0.037	0.013	0.011		Abs. Error of Vel.	0.025	0.058	0.041	0.018	

Series No. = 8 Slope = 0.00816						Series No. = 9 Slope = 0.00502					
H. Rad. (mm)	Obs.	G-K	Man	Baz	Yoo2	H. Rad. (mm)	Obs.	G-K	Man	Baz	Yoo2
44.500	1.074	0.856	1.191	0.913	1.009	58.600	0.839	0.764	0.981	0.871	0.848
70.200	1.348	1.217	1.496	1.258	1.358	86.400	1.117	1.028	1.191	1.137	1.058
88.200	1.594	1.445	1.677	1.469	1.573	111.600	1.274	1.245	1.353	1.349	1.298
104.300	1.776	1.636	1.824	1.644	1.751	128.900	1.440	1.383	1.454	1.484	1.426
119.700	1.902	1.808	1.954	1.801	1.912	146.700	1.555	1.519	1.551	1.614	1.550
131.000	2.053	1.930	2.044	1.911	2.025	164.800	1.626	1.652	1.644	1.739	1.671
142.100	2.186	2.046	2.129	2.015	2.132	177.200	1.731	1.739	1.705	1.822	1.751
154.400	2.268	2.170	2.219	2.126	2.247	189.200	1.831	1.822	1.762	1.900	1.826
164.800	2.357	2.273	2.292	2.217	2.341	203.400	1.874	1.917	1.827	1.989	1.912
174.700	2.447	2.368	2.360	2.301	2.429	212.500	1.973	1.976	1.867	2.044	1.967
184.000	2.518	2.456	2.422	2.379	2.509	225.600	2.012	2.060	1.924	2.122	2.043
191.800	2.612	2.528	2.473	2.442	2.576	237.200	2.047	2.133	1.973	2.190	2.109
Abs. Error of Vel.	0.068	0.044	0.073	0.015		Abs. Error of Vel.	0.031	0.044	0.047	0.014	

표 1에서 오차는 관측치와 계산치의 차를 절대값으로 하여 관측치와의 비를 나타내었다. 각 series에서의 오차를 평균하면, Ganguiet-Kutter식이 3.9%, Manning식이 4.6%,

Bazin식이 4.5%의 오차를 보였으며, 경사절점 조정법이 1.4%로 기존의 산정식보다 우수한 것으로 나타났다. 산정식중 수로의 기울기를 고려한 Ganguilet-Kutter식은 다른 조건은 동일하고 기울기만 다른 수로인 series 5, 6번에서도 그다지 우수하게 나타나지 않았다.

5. 결 론

기존의 산정식들이 마찰계수를 조고만의 함수로 표현한 전난류 상태의 흐름으로 산정한 것에 비해 본고에서 개발된 경사절점 조정법은 완난류 상태의 흐름으로 마찰계수를 산정하였다. 또한, 기존의 산정식이 조고의 영향을 정량적으로 표현할 수 없는 각기 다른 계수를 사용한 반면, 경사절점 조정법에서는 Nikuradse의 등가조고 개념을 도입함으로써 조고의 정량화를 시도하였다. 등가조고 개념을 도입하기에는 실험자료의 부족으로 본고에서 개발된 산정식의 제계수들을 확신할 수는 없지만 충분한 실험자료를 분석한다면 제계수들의 수치를 조정하는 것으로 경사절점 조정법의 일반성을 확보할 수 있을 것으로 판단된다.

사 사

본 연구는 1994년도 교육부 학술진흥재단의 자유공모과제 (01-E-0849) 학술연구 조성비에 의해서 연구된 것으로 동 재단에 감사드립니다.

참고 문헌

- 유동훈, 완난류 개수로 마찰계수, 제35회 수공학연구발표회논문집, pp.49-56, 1993a.
유동훈, 균일조도 원형관 마찰계수, 대한토목학회 논문집, 13(5), pp.165-172, 1993b.
유동훈, 사각형 개수로 마찰계수, 한국수문학회지, 1995(출판예정).
Ganguilet.E. and Kutter.W.R., An investigation to establish a new general formula for uniform flow of water in canals and rivers, Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines, Vo.21, No.1, pp.6-25; No.2-3, pp.46-59, 1869.
Bazin, H.E., Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts, Memoire presentes par divers savants al Academie des Sciences, Paris, Vol.19, 1865.
Manning, R., On the flow of water in open channels and pipes, Trans. Inst. Civil Eng. Ireland, 20, pp.161-195, 1889.