

## 사출성형의 충전과 충전후 과정의 통합해석에 관한 연구

이 상찬\*, 양동열\*, 윤 재륜\*\*

\* : 한국과학기술원

\*\* : 서울대학교

### 1. 서론

사출성형(Injection Molding)은 생산성이 좋으며 마무리 가공을 거의 필요로 하지 않는 정형 형태(net shape)로 제조가 가능하고 복잡한 형상을 만들 수 있어 고분자 재료의 대부분이 사출성형법에 의해 성형되고 있다. 최근 들어 가볍고 강도가 매우 높은 고분자 재료의 개발로 전기전자 제품은 물론 자동차, 항공기 등의 생산에 이르기까지 사출성형의 중요성은 더욱 가속화되고 있다. 사출성형품의 결함을 줄이기 위해서 과거에는 많은 실험착오에 의해 얻어진 경험과 직관에 의존하여 왔다. 그러나 오늘날 요구되고 있는 사출성형품의 품질과 치수 정밀도를 향상시키기 위해서는 수축과 변형을 야기하는 성형품내의 압력과 온도분포를 정확히 예측하고 해석할 수 있는 정확한 수학적 모델링 및 해석기법이 필요하게 된다. 결국 그러한 수치해석을 통해서 사출성형 공정변수들의 복잡한 상관관계를 이해하여 금형제작 이전에 최적의 금형설계 및 성형조건을 결정할 수 있는 자료를 제공할 수 있다. 본 연구에서는 복잡한 형상과 여러 형상의 캐비티를 갖는 경우에는 동시에 충전이 완료되기가 어렵다. 따라서, 다른 캐비티가 충전되고 있는 동안에 먼저 충진이 된 캐비티에서 고분자 수지는 압축을 받고 있기 때문에 사출성형품의 치수정밀도를 향상시키기 위한 좀더 정확한 압력과 온도분포를 예측하기 위하여 기존의 충전과정과 충전후과정(보압, 냉각과정)을 분리하여 해석[1-6]하는 것이 아니라 충전과정과 충전후과정을 동시에 해석할 수 있는 프로그램(program)을 만들었다.

### 2. 수학적 모델링

금형은 사출성형품의 형상인 임의의 평면인 캐비티와 용융된 고분자수지를 캐비티로 이송하는 스푸루와 런너로 구성되어 있다. 런너와 같은 이송시스템(delivery system)의 단면은 일차원 원통모양이고, 캐비티는 이차원 평면형상으로 표현할 수 있다.

임의의 평면형상인 캐비티에서의 유동은 GHS 유동[7]으로 가정하여 다음과 같은 지배방정식으로 표현할 수 있다.

질량보존 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

운동방정식

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial u}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial v}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial y}$$

에너지 방정식

$$\rho C_p(T) \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (3)$$

위 운동방정식 (2)를 z 방향으로 적분하고 경계조건을 적용하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -A_x z ; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = -A_y z \quad (4)$$

여기서,  $A_x \equiv -\frac{\partial P}{\partial x}$ ,  $A_y \equiv -\frac{\partial P}{\partial y}$  이다.

다시한번 z축에 대해 적분하고 경계조건을 고려하면 다음과 같은 속도성분을 구할 수 있다.

$$u = A_x \Phi_{rect.} ; \quad v = A_y \Phi_{rect.} \quad (5)$$

여기서,  $\Phi_{rect.} = \int_z^h \frac{z}{\eta} dz$  이다.

x,y 방향에서 단위 길이당 질량유량(mass flow rate)은 아래와 같이 나타낸다.

$$\dot{m}_x = 2 \int_0^h \rho u dz \equiv 2 S_{rect.} A_x \quad (6)$$

$$\dot{m}_y = 2 \int_0^h \rho v dz \equiv 2 S_{rect.} A_y$$

여기서,  $S_{rect.}$ 는 유동계수(fluidity factor)로서 다음과 같이 정의되며 비압축성 유동이므로 밀도가 일정하지 않다.

$$S_{rect.} \equiv \int_0^h \rho \Phi_{rect.} dz \quad (7)$$

식(1)을 두께방향으로 적분하고 식(6)을 대입하면 질량보존 방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( S_{rect.} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( S_{rect.} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \rho dz \quad (8)$$

식(8)의 오른쪽의 압축항(compressibility term)은 수치적인 안정화를 위하여 다음과 같이 나누는 것이 좋다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \rho dz = G_{rect.} \frac{\partial P}{\partial t} + F_{rect.} \quad (9)$$

$$\text{여기서, } G_{\text{mct}} = \int_0^x \left( \frac{\partial \rho_l}{\partial P} \right)_T dx + \int_x^s \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial P} \right)_T dx \quad (10)$$

$$F_{\text{mct}} = \int_0^x \left( \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} dx + \int_x^s \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} dx + (\rho_l - \rho_s)_{x=s} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (11)$$

여기서  $\chi$ 는 고분자 재료의 고체와 액체상태의 경계까지의 거리이고, 아래첨자 l과 s는 각각 재료의 액상(liquid phase)과 고상(solid phase)을 나타낸다.

식(9)를 (8)에 대입하면 최종적인 압력에 관한 지배방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_{\text{mct}} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( S_{\text{mct}} \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( S_{\text{mct}} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = -F_{\text{mct}} \quad (12)$$

위와 유사한 방법으로 응용된 고분자 수지의 런너에서의 유동은 축대칭인 일차원 유동이 발생하므로 원통좌표계를 이용하여 아래와 같은 지배방정식이 얻어진다.

$$G_{\text{cyl}} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( S_{\text{cyl}} \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -F_{\text{cyl}} \quad (13)$$

$$\text{여기서, } G_{\text{cyl}} = \int_0^r \left( \frac{\partial \rho_l}{\partial P} \right)_T r dr + \int_r^R \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial P} \right)_T r dr$$

$$F_{\text{cyl}} = \int_0^r \left( \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} r dr + \int_r^R \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} r dr + (\rho_l - \rho_s)_{r=R} r \frac{\partial r}{\partial t} \quad (14)$$

여기서,

$$S_{\text{cyl}} \equiv \int_0^R \rho \Phi_{\text{cyl}} r dr$$

$$\Phi_{\text{cyl}} = \frac{1}{2} \int_r^R \frac{r}{\eta} dr \text{ 이다.}$$

고분자 수지의 전단점성( $\eta$ )은 전단변형율이 증가하면 감소하는 성질(shear-thinning)이 있고, 온도와 압력에 많은 영향을 받는다. 아래와 같은 수정된 Cross 점성모델은 많은 고분자재료의 점성거동을 잘 나타낸다.

$$\eta(\dot{\gamma}, T, P) = \frac{\eta_0(T, P)}{1 + \left[ \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau^*} \right]^{1-n}} \quad (15)$$

여기서,  $n$ 은 power-law 지수(일반적으로  $0.1 \leq n \leq 0.4$ )이고  $\eta_0$ 는 zero-shear rate 점성을 나타내며  $\tau^*$ 는 뉴턴한계와  $\eta_0$  사이의 응력수준(stress level)이다. 전단점성( $\eta$ )에 온도와 압력이 미치는 영향은  $\eta_0(T, P)$ 의 항에 포함되는데, 비결정질 재료에서는 다음과 같은 Arrhenius 형태의 함수로 표현된다.

$$\eta_0(T, P) = B \exp \left[ \frac{T_b}{T} \right] \exp(\beta P) \quad T > T_g \quad (16)$$

$$\eta_0(T, P) = \infty \quad T < T_g \quad (17)$$

$T_g$ 는 고분자 수지의 유리전이온도(glass transition temperature)이고,  $T_b$ 는  $\eta_0$ 의 온도 민감도(temperature sensitivity),  $\beta$ 는 압력계수이고  $B$ 는 매개변수이다.

고분자 수지의 밀도 변화는 액상과 고상의 두 영역을 묘사할 수 있는 아래와 같은 Tait의 실험식[8]을 이용하였다.

$$v(T, P) = v_0(T) \left\{ 1 - C \ln \left( 1 + \frac{P}{B(T)} \right) \right\} + v_t(T, P) \quad (18)$$

여기서  $C$  0.0894 이고, 이 상태방정식은 다음과 같이  $v_0(T)$ 와  $B(T)$ 항의 상수들을 변화시킴으로써 두 영역을 나타낼 수 있다.

$$v_0(T) = \begin{cases} b_{1,l} + b_{2,l} \bar{T} & \text{if } T > T_g \\ b_{1,s} + b_{2,s} \bar{T} & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (19)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,l} \exp(-b_{4,l} \bar{T}) & \text{if } T > T_g \\ b_{3,s} \exp(-b_{4,s} \bar{T}) & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (20)$$

$$v_t(T, P) = \begin{cases} 0 & \text{if } T > T_g \\ b_7 \exp(b_8 \bar{T} - b_9 P) & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (21)$$

여기서  $\bar{T} \equiv T - b_5$  이다.

식(18)에서  $v_t(T, P)$ 항은 비결정질 재료에서 전이 영역(transition region)을 나타낸 것이며, 비결정질 재료인 경우에는 사라진다. 그림 1은 폴리스티렌(polystyrene)의 P-v-T 거동을 Spencer-Gilmore 상태방정식과 Tait 상태방정식을 각각 묘사한것인데, Tait 상태방정식이 실험값과 잘 일치함을 알 수 있다.

식(10)과 (11)에서  $\left( \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_T$ 와  $\left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_P$  항은 다음과 같이 된다.

$$\left( \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_T = \frac{C v_0 \rho^2}{B + P} \quad (22)$$

$$\left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_T = \rho^2 \left[ \frac{C v_0}{B + P} + b_3 v_t \right]$$

$$\left( \frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_P = \frac{C v_0 P \rho^2 b_{4,l}}{B + P} - b_{2,l} \frac{\rho}{v_0} \quad (23)$$

$$\left( \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_P = \rho^2 \left[ \frac{C v_0 P b_{4,s}}{B + P} - b_{2,s} \frac{v_0 - v_t}{v_0} - b_8 v_t \right]$$

### 3. 수치적 기법

얇은 평판의 삼차원 해석을 위하여, 그림 2와 같이 표면은 유한요소로 나타내고 두께방향과 시간의 증분은 유한차분 기법을 사용하여 수식화 하였다. 즉, 압력분포는 유한차분법으로 구해지는 온도장에 관련되어 선형 삼각형요소를 이용하여 유한요소법으로 구해진다.

#### 3-1. 온도장의 유한 차분법 수식화

온도장은 금형이 차가기 때문에 자연적으로 비정상(unsteady)상태이고, 고분자 재료의 점성이 온도에 따라 매우 민감하게 변하기 때문에 정확한 온도분포의 계산은 수치모사의 정확성에 많은 역할을 한다. 이 논문에서는 에너지 방정식의 대류항(convection term)과 점성열항(viscous heating term)에서의 속도들은 전 시간에서 계산되어진다. 그러므로 새로 증분된 시간에서는 먼저 온도분포가 구해진다. 온도분포를 얻기위하여 각 절점에서 에너지 방정식을 푼다. 그러나 에너지 방정식의 각 항들이 요소경계에서 연속적이지 않기때문에 평균화기법(averaging scheme)이 필요하다.

전이 항(transient term)의 분할은 아래와 같이 된다.

$$\left( \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{j,N} = \rho_{j,N} C_p \left( \frac{T_{j,N} - T_{j,N}^{(j)}}{\Delta t} \right) \quad (24)$$

여기서, 아래첨자  $j, N$ 는 절점 N의 j번째 층(layer)을 의미하고, 위첨자 (j)은 전시간에서 구해진 값을 나타낸다.

절점 N의 j층에서 전도항(conduction term)은 다음과 같이 정리된다.

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right]_{i,N} = \frac{1}{V_{i,N}^{(j)}} \sum_j V_{i,N}^{(j)} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right]_{i,N}^{(j)} \quad (25)$$

여기서,  $l$ 은 절점  $N$ 을 공유하고 있는 모든 요소들을 의미하고  $V_{i,N}^{(j)}$ 은 절점  $N$ 에서 요소  $l$ 의  $j$ 번째 층에서 기여하는 부체적을 나타낸다. 식(25)는 요소  $l$ 의  $j$ 번째 층에서의 전도항은 중심에서 계산되어지고, 부체적 비율에 의하여 가중되어 절점  $N$ 의  $j$ 번째 층에서의 전도항이 됨을 의미한다. 삼각형 요소  $l$ 의 중심에서 전도항의 유한차분 분할은 아래와 같이 주어진다.

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right]_{i,N}^{(j)} = \frac{1}{(\Delta z^{(j)})^2} [ k T_{i+1}^{(j)} - (2k) T_i^{(j)} + k T_{i-1}^{(j)} ] \quad (26)$$

각 삼각형요소 중심의  $j$ 번째 층에서의 온도는 다음과 같이 절점에서의 온도를 평균하여 구한다.

$$T_j^{(i)} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 T_{i,i}^{(j)} \quad (27)$$

각 절점에서 대류항과 점성열항은 특정한 절점을 공유한 요소들로부터의 유동에 의한 열전달을 의미한다. 따라서 이들 요소들로부터 계산된 대류항과 점성열항은 실제적으로 공유하는 절점으로의 유동에 의한 열전달이 이루어지고 있는가를 평가하는 아래와 같은 upwind 기법[9]을 도입하였다. 이 기법은 그림 3-3에 설명되어 있고 아래와 같이 정의한다.

$$V_{i,N}^{(i)} = \begin{cases} V_{i,N}^{(i)} & \text{if node } N \text{ lies downwind of element } l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

대류항과 점성열항은  $V_{i,N}^{(i)}$  대신에  $V_{i,n}^{(i)}$ 을 사용하는 것을 제외하곤 식(25)와 같이 계산된다. 삼각형 요소의 중심에서 대류항의 유한차분은 다음과 같이 된다.

$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,N}^{(i)} = \frac{\phi_{i,N}^{(i)}}{2A^{(i)}} \sum_{i=1}^3 [ A_{i1}^{(i)} b_{2i}^{(i)} + A_{i2}^{(i)} b_{1i}^{(i)} ] T_{i,i}^{(i)} \quad (29)$$

여기서,  $A^{(i)}$ 은 삼각형 요소의 면적이고,  $b_{ki}^{(i)}$ 은 다음 절에서 설명된다.

### 3-2. 압력장의 유한 요소법 수식화

계산영역에서 온도장을 구하면 유동장과 압력분포는 전장에서 수학적 모델링한 지배방정식으로부터 결정할 수 있다. 이절에서는 압력장을 구하는데 사용한 유한요소 수식화를 간단하게 설명했다.

식(12)에 아래와 같이 가중잔여법(weighted residual method)을 적용하였다.

$$\int_{\Omega} \bar{w}_N \nabla \cdot (\bar{S} \nabla P) d\Omega = \int_{\Omega} \left( G \frac{\partial P}{\partial t} + F \right) \bar{w}_N d\Omega \quad (30)$$

여기서,  $\bar{w}_N$ 은 절점  $N$ 의 가중함수이고  $\Omega$ 는 유한요소의 영역이다.  $\bar{S}$ ,  $G$ 와  $F$ 는 요소의 중심에서 계산되고 요소내부에서 일정하다. 식(30)을 부분적분하고 경계 조건(natural boundary condition)인  $\partial P / \partial n = 0$  을 적용하면, 다음과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$G^{(i)} \int_{\Omega} \bar{w}_N \frac{\partial P}{\partial t} d\Omega + S^{(i)} \int_{\Omega} (\nabla \bar{w}_N \nabla P) d\Omega = -F^{(i)} \int_{\Omega} \bar{w}_N d\Omega \quad (31)$$

여기서,  $S^{(i)}$ ,  $G^{(i)}$ 과  $F^{(i)}$ 은 요소  $l$ 의 중심에서의 값이다. 요소의 각변이 직선이고 꼭지점에서 절점을 갖는

삼각형 요소를 사용하기때문에, 각요소에서 압력장을 아래와 같이 절점압력(nodal pressure)과 삼각함수에 의하여 근사화 할 수 있다.

$$P^{(i)}(x, y) = \sum_{i=1}^3 \bar{w}_i^{(i)}(x, y) P_i^{(i)} \quad (32)$$

여기서,  $\bar{w}_i^{(i)}(x, y)$ 는 요소  $l$ 의  $i$ 절점에 대한 선형 삼각함수이고  $P_i^{(i)}$ 은 주어진 순간에서 요소의 절점압력이다. 삼각형 요소의 선형 삼각함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{w}_i^{(i)}(x, y) = L_i^{(i)}(x, y) \quad i=1, 2, 3 \quad (33)$$

여기서,  $L_i^{(i)}(x, y)$ 는 선형 면적좌표 함수(area coordinate function)이다.

$$L_i^{(i)}(x, y) = \frac{1}{2A^{(i)}} [ b_i^{(i)} + b_{2i}^{(i)} x + b_{3i}^{(i)} y ] \quad i=1, 2, 3 \quad (34)$$

다음과 같은 최종적인 지배방정식을 얻는다.

$$\frac{A^{(i)}}{3} G^{(i)} \sum_{i=1}^3 E_{i,N} \frac{P_i - P_i^{(i)}}{\Delta t} + S^{(i)} \sum_{i=1}^3 D_{i,N} P_i = -\frac{A^{(i)}}{3} F^{(i)} \quad (35)$$

유사한 방법으로 런너에서의 유동해석을 위한 축대칭 일차원 유동에 대한 유한요소 수식을 구해보면 다음과 같다.

$$\frac{L^{(i)}}{2} G^{(i)} \sum_{i=1}^2 E_{i,N} \frac{P_i - P_i^{(i)}}{\Delta t} + S^{(i)} \sum_{i=1}^2 \bar{n}_{i,N} P_i = -\frac{L^{(i)}}{2} F^{(i)} \quad (36)$$

$L^{(i)}$ 은 두 절점사이의 거리이다.

각 절점을 포함하는 모든 요소들을 전체영역의 행렬의 형태로 조합한 후에 절점의 압력을 계산하기 위하여 본 연구에서는 substitution method를 사용하였다.

### 3-3. 해석 알고리즘

유동해석을 위한 프로그램의 전체적인 해석절차는 그림 3의 흐름도(flow chart)에 잘 나타나 있다. 충전과정 해석은 유동이 계속적으로 진행되는 상황에서의 수치해석이므로, 충전과정의 진행에 따라 충전의 시작을 기준으로 한 시간의 변화를 계산해야 함은 물론 그와 동시에 시간의 변화에 따른 유동선단 진행(advancement of melt front)이 함께 수치모사 되어야 한다.

이 연구에서는 검사체적을 이용한 FAN 방법으로 유동선단 진행을 수치모사 하였다. 유동선단의 진행 동안 충전시간 간격(time step)은 하나의 유동선단 절점이 완전히 충전되기까지 걸리는 시간이며, 그 부근의 비충진 절점은 새로운 유동선단 절점이 된다. 계산은 초기에 완전히 충전된 입구절점에서부터 시작되어 유동선단 절점이 전파되어 캐비티가 완전히 충전될때까지 진행한다.

충진후 과정동안에는 계산영역이 고정되어 있지만, 보압과 냉각단계에서 특성 시간(characteristic time)이 다르기 때문에 시간간격( $\Delta t$ )을 구하는데 어렵다. 충전후에 시간간격은 초기에는 매우 작게 충분하고 나중에는 지수함수적으로 증가시킨다. 그리고 시간간격이 전체 보압시간의 1/40의 값에 도달한 특정 한 값( $\Delta t^*$ )을 나머지 계산에서는 그 시간간격으로 일정하게 하여 계산한다.

## 4. 실험 및 해석결과

### 4-1. 실험장치

충진과정과 충진후과정을 동시에 해석할 수 있는 본 프로그램의 유동해석 결과를 검증하기 위하여 다음과 같은 실험장치를 만들었다. 본 실험에 사용된 사출기(Jaco III-II-3)는 왕복운동하는 스크루형이고 체결력 50 ton, 사출용량 3.5 oz이고 최대 사출압력이 170 MPa 이다. 런너와 캐비티내의 압력과 금형의 온도는 압력센서(Kisler piezo sensor 6157A)와 온도센서(J type thermocouple)에 의하여 측정되어지고, 증폭기(charge amplifier Kisler 5039A)와 A/D 변환기를 통하여 얻어진다. 그림 4에 전체적인 실험장치가 나타나 있다. 금형은 그림 5에서 보듯이 재질 SM55C로 가공하였으며, 여러형상에 대한 수축을 해석하기 위하여 사각형, L자, D자 형상을 가진 4개의 캐비티로 구성되어 있다. 두개의 동일한 모양의 사각형 캐비티는 게이트 위치가 사출성형중의 유동에 미치는 영향을 알아보기 위하여 만들었다.

### 4-2. 결과 및 고찰

4개의 캐비티의 치수는 그림 6에 나타나 있고 모든 캐비티의 두께는 0.2 mm로 일정하고 런너의 반지름은 0.3 mm이다. 그림 6은 실험에 사용된 금형에서의 유동해석을 하기 위하여 604개의 절점과 944개의 일차원 요소로 이차원 요소로 4개의 캐비티와 런너를 분할한 것이다. 가만점은 금형에서 압력센서의 위치와 동일하다. 편의상 그림 6에 표시한 것처럼 중심에 게이트가 있는 사각형 캐비티를 캐비티 1, 끝에 게이트가 있는 사각형 캐비티를 캐비티 2, D자 캐비티는 캐비티 3, L자 형상의 캐비티를 캐비티 4로 명칭한다. 그림 7은 충진 완료전까지 매순간 진행되는 유동선단의 모양을 관찰하기 위하여 short-shots 실험을 수행한 결과이다. 충진시간은 약 1초이며, 여기서 4개의 캐비티는 동시에 충진이 일어나지 않을 수 있고 동일한 체적을 가진 캐비티 1과 캐비티 2 이지만 중심에 게이트가 있는 캐비티 1이 가장 먼저 충진이 완료되고 캐비티 4가 가장 나중에 충진되고 있음을 관찰할 수 있다.

유동해석에 사용한 고분자 수지는 폴리스티렌(polystyrene)이며 물성치와 성형조건은 표 1과 같다. 그림 8은 본 프로그램에서 충진과정 동안에는 이전의 많은 연구자들이 수행한 비압축성 유동으로 가정하기 위하여 충진과정 동안에 고분자 재료의 압축성을 제거하고 해석한 결과로서 매시간에서의 유동선단을 나타낸 것이다. 해석결과도 실험과 마찬가지로 캐비티 1이 먼저 충진이 되고 캐비티 4가 끝에 충진이 되는데, 이것은 게이트에서 멀어지면 압력강하가 많이 발생하기 때문이다. 동일한 체적을 가진 캐비티 1과 캐비티 2는 게이트의 위치에 의하여 게이트에서 캐비티의 끝변면이 짧은 캐비티 1이 먼저 충진이 됨을 알 수 있다. 그러나, 해석결과로 구한 충진시간은 0.79 초로 실험보다 낮게 예측이 되었다. 충진이 완료되는 순간에서의 압력분포는 먼저 충진이 끝난 캐비티 1, 캐비티 2, 캐비티 3의 전 영역에서 압력분포가 7.22 MPa로 동일하게 됨을 볼 수 있었다. 이것은 실제현상과 정성적으로 틀리며, 이러한 결과는 충진과정에서의 유동을 비압축성 유동으로 가정하였기 때문이다. 이론상 고분자 재료의 유동속도는 압력구배에 비례하는데, 비압축성 유동으로 가정하면 먼저 충진이 된 캐비티에서 고분자 재료는 그림 9의 속도를 벡터(vector)로 표시하여 나타낸 것처럼 유동할수가

없어 정지하므로 압력구배가 존재하지 않고 동일한 하나의 압력으로 나타나게 되는 것이다.

위의 해석과는 달리 충진과정에서도 압축성 유동으로 하여 충진후 과정도 같이 계산할 수 있는 본 프로그램으로 매시간에서의 유동선단을 해석한 결과가 그림 10에 나타나 있다. 실험과 동일한 순서로 캐비티가 충진이 되며, 예측된 충진시간도 0.94 초로 실험과 비슷하다. 그림 11은 충진이 완료되는 순간에서의 압력분포를 표시한 것인데, 그림 12에서 속도벡터를 보듯이 먼저 충진이 된 캐비티에서도 압축성 유동이 때문에 고분자 재료는 유동을 하여 그림에서는 잘 표현이 안되지만 게이트에서 가장 큰 압력인 7.50 MPa 에서 6.90 MPa 까지의 분포를 보인다. 비압축성 유동의 결과보다 최대압력이 약 3 MPa 정도 높게 나타나는데, 이는 고분자 수지가 압축이 되어 밀도가 증가가 되기 때문이다. 이와같이 밀도가 충진과정동안에는 일정하다고 가정하는 비압축성 유동해석과는 달리 압축성 유동은 밀도가 증가하므로 그림 13에서와 같이 온도구배가 비압축성 유동일때 보다 작다. 그림 14(a), (b), (c), (d)는 각 캐비티와 런너에서 실험에 의하여 압력이 측정되어질 절점에서의 시간에 따른 압력의 변화를 비압축성 유동의 결과와 비교한 것이다. 앞에서 언급하였듯이 비압축성인 경우에는 각 캐비티가 충진이 되는 순간부터 모든 절점에서의 압력이 같아짐을 다시 확인할 수 있다.

위의 해석결과에서 동시에 충진이 완료되지 않는 금형에서는 충진과정에서도 압축성을 고려하여 충진후 과정까지 동시에 해석하는 것이 타당함을 알 수 있다.

## 5. 결론

지금까지의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 실제 금형과 같이 원통형 런너는 축대칭 일차원 유동, 캐비티는 이차원 유동으로 수식화 하였다.
2. 유동방향은 유한요소법으로 두께방향의 에너지 방정식은 유한차분법으로 수식화 하였다.
3. 본 연구에서 사용한 불균일 충진이 발생하는 금형에서는 충진과정에서도 먼저 충진이 된 캐비티에서는 압축성 유동이 타당함을 보였다.
4. 충진과정과 충진후과정을 동시에 해석할 수 있게 수식화를 하였고 유동해석을 하여 타당성을 보였다.

## 참고문헌

1. M. R. Kamal and S. Kenig, "The Injection Molding of Thermoplastics Part I: Theoretical Model", *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 12, pp 294-301 (1972)
2. P. C. Wu, C. F. Huang, and C. G. Gogos, "Simulation of the Mold-Filling Process", *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 14, No. 3, pp 223-230 (1974)
3. D. H. Harry and R. G. Parrott, "Numerical simulation of Injection Mold Filling", *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 10, pp 209-214 (1970)
4. J. L. White, "Fluid Mechanical Analysis of Injection Mold Filling", *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 15, pp 44-50 (1975)
5. M. E. Ryan and T. S. Chung, "Conformal Mapping Analysis of Injection Molding Filling", *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 20, pp 642-651 (1980)

6. M. Vincent, J. F. Agassant, H. Alles, and S. Philipon, "Experimental and Theoretical Study of the Injection Molding of Thermoplastic Materials". *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 28, No. 7, pp 460-468 (1988)
7. S. Richardson, "Hele Shaw Flow with a Free Boundary produced by the Injection of Fluid into a Narrow Channel". *J. of Fluid Mech.*, Vol. 56, pp 609-618 (1972)
8. K. K. Wang, et al., "Computer-Aided Design and Fabrication of Molding and Computer Control of Injection Molding", Progress Report No. 11, Cornell Univ., Ithaca, New York (1985)
9. A. N. Brooks and T. J. R. Hughes, "Streamline Upwind Petrov Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Computer Methods in Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 32, pp 199-259 (1982)

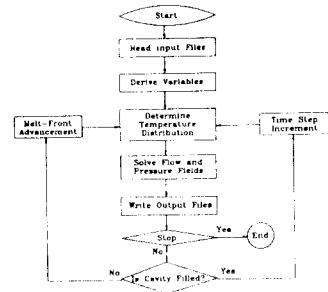


Fig.3 Flow chart of the solution procedure for the simulation

Viscosity model constants			
$n$		0.297	
$\eta^*$ (dyne/cm <sup>2</sup> )		$1.83 \times 10^7$	
$R$ (poise)		$2.86 \times 10^7$	
$T_0$ (K)		324.06	
$\beta$ (cm <sup>2</sup> /dyne)		$3.4 \times 10^{-8}$	
Tait eq constants			
$b_0$ (cm <sup>3</sup> /gm)	1.0	$b_0$ (cm <sup>3</sup> /gm)	0.9818
$b_1$ (cm <sup>3</sup> /gm °C)	$5.716 \times 10^{-2}$	$b_2$ (cm <sup>3</sup> /gm °C)	$2.30 \times 10^{-3}$
$b_3$ (dyne/cm <sup>2</sup> )	$2.395 \times 10^7$	$b_4$ (dyne/cm <sup>2</sup> )	$2.905 \times 10^7$
$b_5$ (°C)	$4.112 \times 10^{-2}$	$b_6$ (°C)	$2.816 \times 10^{-2}$
$b_7$ (°C)	150		

Table 1. Material properties of PS

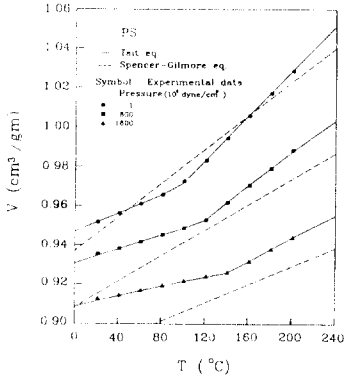


Fig.1 Comparison of  $\nu$  v T diagram between Spencer Gilmore eq. and Tait eq.

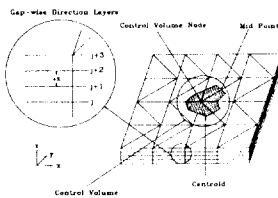


Fig.2 Schematic diagram of finite element mesh and finite difference grid

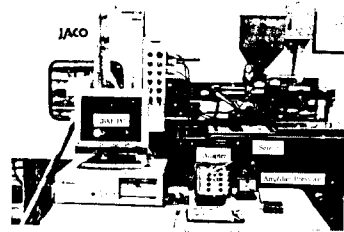


Fig.4 Schematic diagram of experimental setup

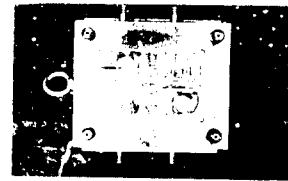


Fig.5 Schematic diagram of 4 cavity mold

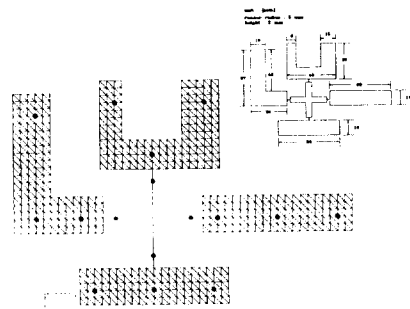


Fig.6 Mesh generation for numerical simulation and dimensions of 4 cavity



Fig.7 Results of the experimental short shots

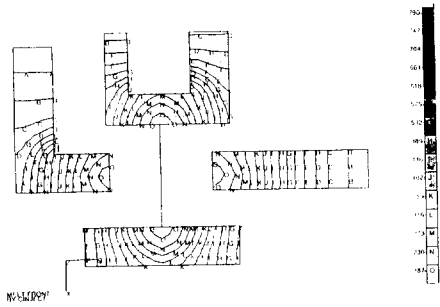


Fig.8 Predicted melt fronts with incompressible flow

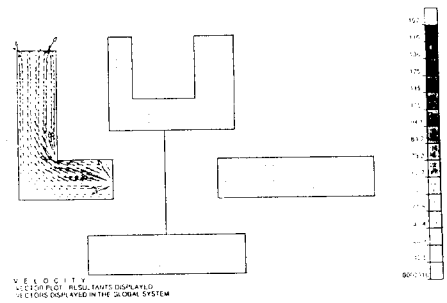


Fig.12 Predicted velocity vectors at the end of filling with compressible flow

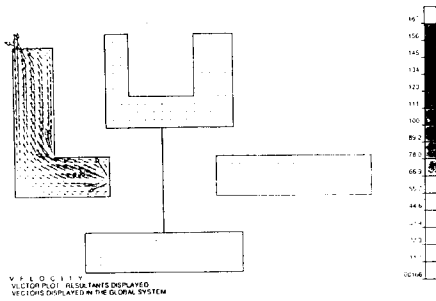


Fig.9 Predicted velocity vectors at the end of filling with incompressible flow

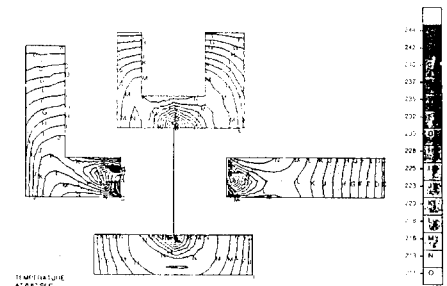


Fig.13 Predicted constant average temperature contours with compressible flow

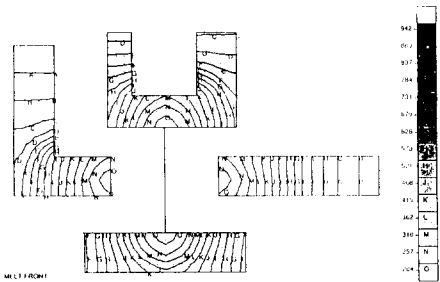


Fig.10 Predicted melt fronts with compressible flow

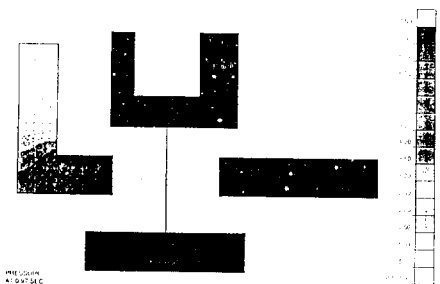


Fig.11 Predicted isobars with compressible flow

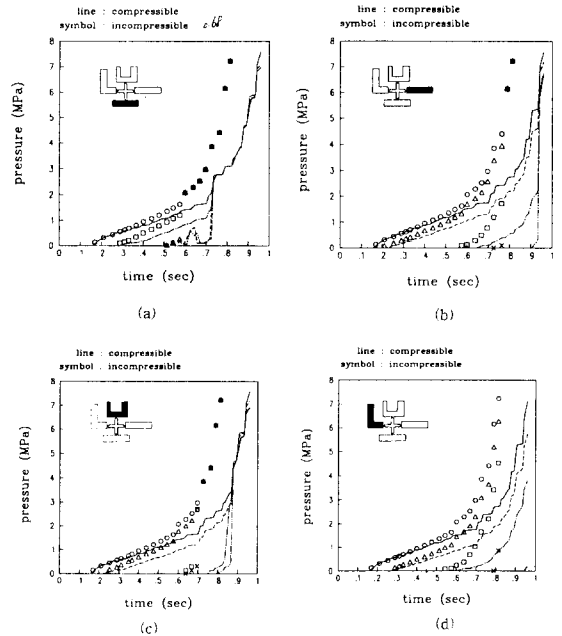


Fig.14 Comparison of pressures at specific locations with incompressible flow and compressible flow (a) cavity 1 (b) cavity 2 (c) cavity 3 (d) cavity 4