

병렬형 매니플레이타의 힘전달 특성에 관하여 (On Force-Moment Transmission of Parallel Manipulator)

안병준*, 홍금식

(부산대 정밀기계공학과 대학원, 부산대 제어기계공학과)

Abstract

This paper presents a method in analyzing the output forces/moments transmission from the applied input forces of the parallel manipulator. Like a serial manipulator the Jacobian matrix introduced in the paper plays role in relating the output forces/moments with the input forces. The force/moment manipulability have been investigated by considering the force transmission and momen transmission independently. Sensitivity analysis has been done and an illustrating example is given.

1. Introduction

병렬형 매니플레이타(Parallel manipulator)는 칩단부(end effector)와 기저계(base frame)가 2개 이상의 병렬 링크에 의해서 연결되어 폐루프 구조를 형성하고 있는 매니플레이타이다. 이러한 구조를 가지고 있고 6 자유도 운동을 구현할 수 있는 매니플레이타는 일명 Stewart platform manipulator라고도 불리운다. Stewart platform manipulator는 직렬형 매니플레이타(serial manipulator)보다 구조적으로 높은 강성도와 정밀도 및 안정성을 지닌다. 따라서 이러한 구조의 매니플레이타는 외부 물체와 큰 상호 작용력이 발생하는 경우, 예를 들면 나사체결, 무거운 물체의 조작 등에 사용되어질 수 있다. 반면 이러한 구조는 직렬형 매니플레이타에 비해서 구조적 측면에서 제한된 작업영역을 가지고 또 제어적인 측면에서 많은 계산량을 가지게 된다는 단점도 있다.

문헌상에 발표된 병렬형 매니플레이타에 관한 연구를 간략히 소개 한다면 다음과 같다 : (Mao, 1991), (Kazuhiro 외, 1993), (변용규 외, 1994), (서정용, 1992), (정규홍 외, 1992), (허훈 외, 1994).

본 연구에서는 이러한 병렬형 매니플레이타의 구동부(기저계와 상판을 연결하는 미끄럼 링크)에서의 입력 힘(input force)이 가해졌을 때 상판(platform)에서 얻어지는 출력 힘과 모우멘트(output force and moment)와의 관계에 대해서 해석한다. 통상 매니플레이타의 입력 및 출력 관계가 Jacobian matrix에 의해서 연구되곤 하는데, 직렬형 매니플레이타의 경우에는 이러한 입출력 관계가 많이 연구되었으나 병렬형 매니플레이타의 경우에는 이러한 입출력 관계에 관련된 연구가 많지 않은 실정이다. 또 이러한 병렬형 매니플레이타의 경우는 구동부가 6개의 선형 작동기(linear actuator)로 구성되어 있고 이 6개의 작동기에 의해서 상판은 6 자유도 운동을 수행하게 되어서 6개 성분의 출력

주 힘(3 성분)과 모우멘트(3 성분)가 발생하게 된다. 병렬형 매니플레이타의 경우 입출력 관계에서 입력은 모두 힘으로서 같은 차원을 가지나 출력은 힘과 모우멘트가되어 출력은 2 개의 차원을 가지게 된다. 그러므로 입력 힘에 대해서 출력 힘과 모우멘트 전체를 다루는 것은 입출력 관계의 특성을 명확하게 해석함에 어려움이 있다. 따라서 작동기의 입력에 대한 출력 힘과, 작동기의 입력에 대한 출력 모우멘트를 서로 따로 분리해서 다루는 것이 합당하다고 하겠다. (Kazuhiro 외, 1993)의 연구에서는 출력 힘과 모우멘트를 따로 분리해서 다루고 있으나 이는 단순히 입력 힘의 크기에 대해서 출력 힘과 모우멘트의 크기만을 다루고 있다. 그러나 본 논문에서는 Jacobian matrix의 특이값 분해(singular value decomposition)를 수행함으로써 입출력의 크기비를 알 수 있을 뿐만 아니라 아울러 어떤 방향으로의 입력이 가장 크게 증폭되어 출력으로 나오고 어떤 방향으로의 입력이 가장 적게 증폭되는가를 알 수 있는 방향성 해석과 또 이러한 경우에 그 전달 특성을 어떻게 수치적으로 정량화할 수 있는가를 보이코자 한다. 또 입력의 변동에 대해서 출력은 어느 정도의 변동이 발생하는가를 해석하여 입력 및 출력의 상대적인 오차의 범위를 결정할 수 있는 민감도 해석도 가능함을 보일 수 있다.

본 논문의 진행은 제2절에서 간략히 매니플레이타에 관련된 변수들을 정의하고, 제3절에서 입력축의 속도와 출력축의 속도와 의 관계 또는 입력 힘과 출력 힘과의 관계를 나타내는 Jacobian을 정의한다. 제4절에서 입력힘에 대한 출력(힘/모우멘트)의 전달 관계식을 유도하고, 제5절에서 힘 조작성능(force manipulability)을 검토한다. 제6절에서 모우멘트 조작성능(moment manipulability)도 동일한 방법으로 해석될 수 있음을 밝히고, 제7절에서 간단한 수치적 예제를 제시하고 마지막으로 결론을 언급한다.

2. Manipulator Configuration

Fig.1은 Stewart platform의 간략한 도식도이다. 하판(base)은 고정되어 있고 상판(platform)은 직선 운동을 수행하는 6개의 작동기에 의해서 움직이게 되어 6자유도 운동을 수행할 수 있다. 6개의 작동기와 하판의 연결부 및 상판의 연결부는 구형 관절(spherical joint)로 연결되어 있다. 하판의 원점 및 상판의 원점을 각각 O_B , O_P 라 할때, $b_i = [b_x \ b_y \ b_z]^T$, $i=1,2,\dots,6$, 는 O_B 에서 하판상의 6개의 관절 B_i 까지의 위치 벡터이다. O_P 에서 상판상의 6개의 관절 P_i 까지의 위치 벡터를 $p_i = [p_x \ p_y \ p_z]^T$, $i=1,2,\dots,6$, 라 하자. 그리고 하판

의 원점 O_B 와 상판의 원점 O_P 를 연결한 벡터를 $T=[T_x T_y T_z]^T$ 로 나타낸다. 하판상의 6개의 관절 B_i 와 상판상의 6개의 관절 P_i 까지의 위치 벡터를 $l_i=[l_{ix} l_{iy} l_{iz}]^T$, $i=1,2,\dots,6$,로 표시한다. 여기서 각 벡터들은 모두 절대 좌표계에서 측정된 값들이다.

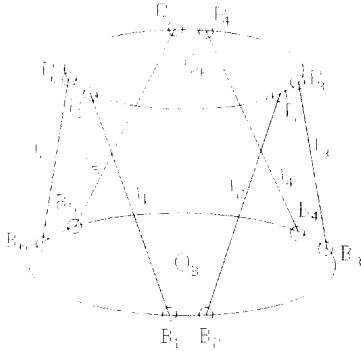


Fig.1 Configuration of the Parallel Manipulator

3. Jacobian Matrix

이 절에서는 병렬형 매니퓰레이터의 경우에 있어서 상판의 선속도 및 각속도와 입력 링크의 선속도와와의 관계를 나타내는 Jacobian을 정의한다. Fig. 1에서 보면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$l_i = T - b_i + p_i, \quad i=1,2, \dots, 6. \quad (1)$$

양변을 각각 자기자신에 대해서 내적(inner product)을 취하여 스칼라 방정식들을 만든다.

$$l_i \cdot l_i = (T - b_i + p_i) \cdot (T - b_i + p_i), \quad (2)$$

$i=1,2, \dots, 6$, 식 (2)의 양변을 시간에 대해서 미분하면

$$\dot{l}_i \cdot l_i = (\dot{T} - \dot{b}_i + \dot{p}_i) \cdot (T - b_i + p_i), \quad (3)$$

$i=1,2, \dots, 6$, 이 된다. b_i 은 하판상에 고정된 벡터이므로 시간에 대한 변화율은 0이다. p_i 의 변화율은 $\dot{p}_i = \omega \times p_i$ 로 쓰여질 수 있다. 여기서 $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 는 상판의 절대각속도 벡터이다. 위 식 (3)을 정리한 후 행렬 형태로 나타내면

$$L\dot{u} = A\omega \quad (4)$$

여기서

$$L = \begin{bmatrix} 1_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1_6 \end{bmatrix}, \quad \dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \vdots \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} (T - b_1 + p_1)^T & (p_1 \times (T - b_1 + p_1))^T \\ \vdots & \vdots \\ (T - b_6 + p_6)^T & (p_6 \times (T - b_6 + p_6))^T \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} \dot{T} \\ \omega \end{bmatrix}$$

가 된다. $1_i, i=1,2,\dots,6$,은 링크의 실제 길이를 나타내므로 따라서 L 의 역행렬이 쉽게 구해짐을 알 수 있다. 이제 식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{u} = L^{-1}A\omega \\ = J\omega$$

여기서 행렬 $J=L^{-1}A$ 를 병렬형 매니퓰레이터의 Jacobian으로 정의한다.

4. Force Moment Transmission

이 절에서는 작동기에서의 입력 힘과 상판으로의 출력 힘/모우멘트의 관계식을 유도한다. 6개의 작동기에서 상판으로 작용되는 힘을 f_1, f_2, \dots, f_6 이라 하고, $f=[f_1 \ f_2 \ \dots \ f_6]^T$ 로 표시한다. 상판의 출력 힘과 모우멘트를 각각 $F=[F_x \ F_y \ F_z]^T$, $M=[M_x \ M_y \ M_z]^T$ 라 하고 $\tau=[F^T \ M^T]^T$ 으로 표시한다. 그리고 상판의 위치와 회전을 결정하는 일반화된 좌표계를 $q=[q_x \ q_y \ q_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ 로 표시한다. 여기서 q_x, q_y, q_z 는 상판의 위치(position)를 나타내고 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 상판의 자세(orientation)를 나타낸다. 제3절의 Jacobian을 이용하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\delta l = J \delta q \quad (5)$$

또 가상일의 원리를 적용하면

$$f^T \delta l = \tau^T \delta q \quad (6)$$

의 관계가 성립한다. 식 (5)를 식 (6)에 대입하면

$$f^T J \delta q = \tau^T \delta q \quad (7)$$

이고

$$(\tau^T - f^T J) \delta q = 0 \quad (8)$$

가 된다. 따라서

$$\tau = J^T f \quad (9)$$

의 관계가 성립한다.

식 (9)는 작동기의 입력 힘과 상판의 출력 힘/모우멘트의 관계를 나타낸다. 식 (9)를 그대로 사용하여 입출력 관계를 유도할 수도 있으나 일반적으로 힘과 모우멘트는 다른 차원을 가지므로 따로 분리해서 다루는 것이 상판의 출력 힘과 출력 모우멘트를 보다 더 명확히 해석할 수 있다. 따라서 식 (9)에서 Jacobian matrix를 다음과 같이 두 부분으로 나누어서 표기한다.

$$\tau = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_F^T \\ J_M^T \end{bmatrix} f \quad (10)$$

여기서 $J_F^T, J_M^T \in R^{3 \times 6}$ 이고 J_F^T 는 작동기의 입력 힘과 상판의 출력 힘과의 관계를 나타내고, J_M^T 는 작동기의 입력 힘과 상판의 출력 모우멘트와의 관계를 나타낸다. 따라서 식 (10)을 다음과 같이 두 식으로 분리하여 생각한다.

$$F = J_F^T f \quad (11)$$

$$M = J_M^T f \quad (12)$$

식 (11)과 식 (12)로부터 병렬형 매니퓰레이터의 입력 힘에 대한

출력 힘/모우멘트의 특성을 manipulability라고 정의하고, force manipulability와 moment manipulability로 나누어서 해석한다. 또 식 (1)과 식 (12)은 각각 입력과 출력의 관계를 기하학적으로 나타내는 ellipsoid를 형성하고 이 ellipsoid를 manipulability ellipsoid라고 정의하였다(Yoshikawa, 1985). 이 ellipsoid에 대해서는 다음 절에 보다 상세히 언급된다. 그리고 식 (11)에 의해서 형성되는 ellipsoid를 force manipulability ellipsoid라고 정의하고 식 (12)에 의해서 형성되는 ellipsoid를 moment manipulability ellipsoid라고 정의한다.

5. Force Manipulability

이 절에서는 작동기에서 가하는 입력 힘에 의해서 상관에서 발생하는 출력 힘과 모우멘트중 모우멘트는 발생되지 않고 순수하게 힘만 발생하는 경우에 대해서 입출력 관계를 조사한다. 단위 힘이 작용하였을 경우에 발생하는 출력이 어떠한 관계를 나타내는지 해석하기 위하여 먼저 작동기의 입력 힘이 다음과 같다고 가정한다.

$$\|f\| \leq 1 \quad (13)$$

또 모우멘트가 발생하지 않는다고 가정하였으므로, 식 (12)에서

$$M = J_M^T f = 0 \quad (14)$$

이다. 따라서 모우멘트가 발생하지 않기 위한 작동기의 힘은 J_M^T 의 영 공간(null space : $\nu(J_M^T)$)상의 벡터가 되어야 한다.

$\text{rank}(J_F^T)$ 와 $\text{rank}(J_M^T)$ 이 모두 3이라고 가정하면 식 (14)의 해는

$$f = N_M x \quad (15)$$

이 된다. 여기서 $N_M = [n_1 \ n_2 \ n_3]$ 이고 n_1, n_2, n_3 는 $\nu(J_M^T)$ 의 기저 벡터(basis vector)를 나타내고 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 는 적절한 계수가 된다. 그런데 이 해는 식 (13)의 가정처럼 그 크기는 1이하이어야 하므로 식 (15)을 식 (13)에 대입하면

$$\|f\|^2 = f^T f = x^T N_M^T N_M x \leq 1 \quad (16)$$

이고 식 (16)는 quadratic form이다. quadratic form은 $x = Py$ 로 선형변환하여 계수가 모두 1이 되는 대각화된 형태인 canonical form으로 변환이 가능하다(Strang, 1988). 여기서 행렬 P는 꼭 직교 행렬일 필요는 없다. 따라서 식 (16)는 다음과 같이 변환되어질 수 있다.

$$\begin{aligned} x^T N_M^T N_M x &= y^T P^T N_M^T N_M P y \\ &= y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 \leq 1 \end{aligned} \quad (17)$$

따라서 $\|y\| \leq 1$ 이된다. $x = Py$ 를 식 (15)에 대입하면

$$f = N_M P y \quad (18)$$

가 된다. 식 (18)을 식 (11)에 대입하면

$$F = J_F^T N_M P y = J_F' y \quad (19)$$

가 되고 여기서 $J_F' = J_F^T N_M P \in R^{3 \times 3}$ 이다. 이 식 (19)을 이용하면 상관의 force manipulability를 해석할 수 있다.

특이값 분해(singular value decomposition)를 이용하여 식 (19)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$F = U \Sigma V^T y \quad (20)$$

여기서 U 는 $J_F' J_F'^T$ 의 고유벡터 행렬이고 V 는 $J_F'^T J_F'$ 의 고유벡터 행렬이며 U와 V는 직교 행렬이다. 또 Σ 는 J_F' 의 특이값 행렬이며 대각선 행렬이다. 따라서 U, V 가 직교 행렬이

므로 U^T 를 양변에 곱하여 식 (20)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$F^* = \Sigma y^* \quad (21)$$

여기서 $F^* = U^T F$, $y^* = V^T y$ 이다. 식 (21)의 의미는 작동기에서 상관에 모우멘트를 발생시키지 않는 $\|f\| = 1$ 인 힘이 작용할 때 최대 출력 힘 F는 최대 특이값에 대응하는 V의 고유벡터와 일치하는 방향으로 입력이 가해질 때이고 그 크기는 최대 특이값과 같다. 또 최소 출력 힘 F는 최소 특이값에 대응하는 V의 고유벡터와 일치하는 방향으로 입력이 가해질 때이고 그 크기는 최소 특이값과 일치한다. 이를 기하학적으로 설명하면 상관의 출력은 3 차원의 ellipsoid를 형성하고 그 축은 $J_F' J_F'^T$ 의 고유벡터들의 방향이고 각 축의 길이는 각 특이값과 같다는 의미를 가진다. 이 ellipsoid를 force manipulability ellipsoid라 하고 입력 힘과 출력 힘과의 관계를 기하학적으로 나타낸다고 할 수 있다. 만일 이 ellipsoid가 구형에 가깝다고 하면, 즉 특이값이 모두 거의 같으면 어떤 방향의 입력이 들어가더라도 거의 같은 크기의 출력이 나오게 되고 입력에 대한 방향성 영향이 작으므로 등방성 특징을 보인다고 할 수 있다. 그러나 이 ellipsoid가 긴 형태의 ellipsoid라면 즉 각 특이값의 차이가 크면 마찬가지로 해석에 의해서 입력의 방향성 영향이 크다고 말할 수 있으며 입력의 방향에 따라서 출력이 큰 변동을 하게 된다. 이 방향성 특징은 manipulator의 Jacobian에 의해서 결정되므로 설계나 작동시 한 고려대상으로 사용되어질 수 있다. 따라서 임의의 방향으로 입력이 주어질때 출력의 크기는 다음과 같이 예측되어질 수 있다. 출력과 입력의 크기비 $\|F^*\| / \|y^*\|$ 는

$$\sigma_3 \leq \frac{\|F^*\|}{\|y^*\|} \leq \sigma_1 \quad (22)$$

이고 여기서 σ_1, σ_3 는 각각 최대 및 최소 특이값이다. 또 U, V는 직교 행렬이므로

$$\begin{aligned} \|y^*\| &= \|y^T V^T V y\| = \|y\| \\ \|F^*\| &= \|F^T U^T U Y\| = \|F\| \end{aligned} \quad (23)$$

이다. 그리고 $\|y\| = 1$ 인 경우는

$$\sigma_3 \leq \|F\| \leq \sigma_1 \quad (24)$$

가 된다.

한편 이 ellipsoid의 체적은 force manipulability의 척도로 사용되어질 수 있다. 일반적으로 m 차원 까지 확장한 ellipsoid의 체적은

$$\frac{\pi^{\frac{m}{2}}}{\Gamma(1 + \frac{m}{2})} \prod_{i=1}^m \sigma_i \quad (25)$$

로 나타나며 여기서 $\Gamma(*)$ 는 Gamma function 이며

$$\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt$$

이다. 이 값을 measure of manipulability 라고 부른다. 또 식 (19)를 기초로 민감도 해석을 수행할 수 있다. 즉 입력의 변동에 대한 출력의 변동을 예측할 수 있다. 만일 입력 힘 f 가 noise를 포함하고 있다면 $f + \Delta f$ 가 될것이고 또한 y 는 $y + \Delta y$ 가 될 것이다. 따라서

$$F + \Delta F = J_F'(y + \Delta y) \quad (26)$$

가 되고

$$\Delta F = J_F' \Delta y \quad (27)$$

가 된다. 이를 다시

$$\sigma_3 \leq \left\| \frac{\Delta F}{\Delta y} \right\| \leq \sigma_1 \quad (28)$$

가 된다. 따라서 민감도 해석을 수행하기 위해서 출력과 입력의 상대 오차를

$$\left\| \frac{\Delta F}{\Delta y} \right\| / \left\| \frac{F}{y} \right\|$$

로 정의한다. 그러면

$$\kappa^{-1} \leq \left\| \frac{\Delta F}{\Delta y} \right\| / \left\| \frac{F}{y} \right\| \leq \kappa \quad (29)$$

가 된다. 여기서 $\kappa = \sigma_1 / \sigma_3$ 로 정의되며 condition number라고 불린다. 식 (29)로 부터 상대적 오차의 크기를 알 수 있다. 따라서 condition number가 크면 작은 신호의 noise나 계산상의 오차가 존재하더라도 출력은 아주 커질수 있다. 그러므로 manipulator의 설계시나 작동시 Jacobian이 이러한 영역에 들어 가지 않도록 고려되어야 할것이다.

6. Moment Manipulability ellipsoid

이 절에서는 상판의 출력이 힘/모우멘트 중에서 힘은 발생되지 않고 모우멘트만 발생하는 경우의 입출력 관계에 대해서 조사한다. force manipulability와 유사하게

$$\|f\| \leq 1 \quad (30)$$

이고 또한 힘이 발생하지 않는다고 가정하였으므로

$$F = J_F^T f = 0 \quad (31)$$

이다. 상판에서 힘이 발생하지 않기 위한 작동기의 힘은 J_F^T 의 영 공간(null space : $\nu(J_F^T)$ 로 표기)상의 벡터가 되어야 한다.

역시 $\text{rank}(J_F^T)$ 와 $\text{rank}(J_M^T)$ 가 3이라고 가정하면 제5절과 마찬가지로 식 (31)의 해는

$$f = N_F x \quad (32)$$

와 같이 표현되어진다. 따라서

$$f = N_F P y \quad (33)$$

로 표현되어지고 식 (33)을 식 (12)에 대입하면

$$M = J_M' y \quad (34)$$

가 되고 여기서 $J_M' = J_M^T N P \in R^{3 \times 3}$ 이다. 식 (34)을 특이값 분해를 이용하여 다시 쓰면

$$M = U \Sigma V^T y \quad (35)$$

가 되어 역시 $\|f\| \leq 1$ 인 입력에 대해서 ellipsoid를 형성한다. 이 ellipsoid를 moment manipulability ellipsoid라고 부른다. 입출력 관계식도

$$\sigma_3 \leq \|F\| \leq \sigma_1 \quad (36)$$

가 된다. 또 상대 오차도

$$\kappa^{-1} \leq \left\| \frac{\Delta M}{\Delta y} \right\| / \left\| \frac{M}{y} \right\| \leq \kappa \quad (37)$$

이 된다. force manipulability ellipsoid와 똑같은 결론을 moment manipulability ellipsoid에 대해서도 내릴 수 있다.

7. Numerical Example

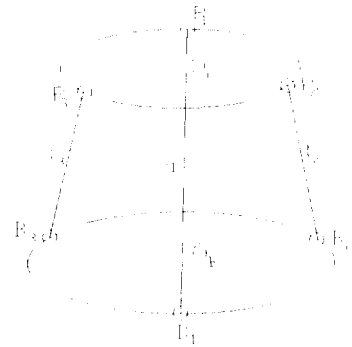


Fig.2 3-DOF Parallel Manipulator

이 절에서는 수치적 예로서 Fig.2 와 같은 3 자유도 병렬형 매니퓰레이터에 대해서 입출력 관계를 유도한다. Fig.2 의 병렬형 매니퓰레이터는 z축 방향으로의 병진운동(heave)과 x, y방향으로의 가운데(roll, pitch)을 수행할 수 있다. 따라서 작동기의 입력 힘 f_1, f_2, f_3 에 대한 상판의 출력은 F_z, M_x, M_y 가 된다.

그리고 각 parameter의 값이 다음과 같은 경우에 입출력 해석을 수행하기로 한다. $b_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$, $b_2 = [-0.5 \ 0.866 \ 0]^T$,

$$b_3 = [-0.5 \ -0.866 \ 0]^T, \quad p_1 = [-0.5 \ 0 \ 0]^T,$$

$$p_2 = [-0.25 \ 0.433 \ 0]^T, \quad p_3 = [-0.25 \ -0.433 \ 0]^T, \quad \text{그리고}$$

$T = [0 \ 0 \ 1]^T$ 이다. 이들 값은 상판의 반경이 0.5이고 하판의 반경이 1인 중립 상태에 해당되는 경우의 각 parameter들의 값이다. 그리고 상판과 하판의 속도 관계식은 $\dot{1} = L^{-1} A \dot{u} = J \dot{u}$ 이고 여기서

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} T_z \ b_{1z} + p_{1z} \ p_{1x}(T_z \ b_{1z} + p_{1z}) \ -p_{1x}(T_z \ b_{1z} + p_{1z}) \\ T_z \ b_{2z} + p_{2z} \ p_{2x}(T_z \ b_{2z} + p_{2z}) \ -p_{2x}(T_z \ b_{2z} + p_{2z}) \\ T_z \ b_{3z} + p_{3z} \ p_{3x}(T_z \ b_{3z} + p_{3z}) \ -p_{3x}(T_z \ b_{3z} + p_{3z}) \end{bmatrix}$$

$$\dot{1} = \begin{bmatrix} \dot{1}_1 \\ \dot{1}_2 \\ \dot{1}_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{T}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \end{bmatrix} \quad \text{이다.}$$

따라서 위의 값들로부터 Jacobian Matrix

$$J = L^{-1} A = \begin{bmatrix} 0.3077 & 0 & 0.1538 \\ 0.5714 & 0.2474 & -0.1429 \\ 0.5714 & -0.2474 & -0.1429 \end{bmatrix} \quad \text{이고}$$

$$J_F^T = [0.3077 \ 0.5714 \ 0.5714],$$

$$J_M^T = \begin{bmatrix} 0 & 0.2474 & -0.2474 \\ 0.1538 & -0.1429 & -0.1429 \end{bmatrix} \text{ 이 된다.}$$

이 경우에 $\text{rank}(J_F^T)$ 는 1이고 $\text{rank}(J_M^T)$ 는 2이다. 먼저 상판에 모우멘트가 발생하지 않기 위한 작동기의 힘

$$f = [1.8571 \ 1 \ 1]^T x_1 \text{ 이고 변환 행렬 } P = [0.4184 \ 1] \text{ 가 되어서}$$

$$f = N_M P y = \begin{bmatrix} 1.8571 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [0.4284 \ y_1] \text{ 이 된다. 따라서 상판의}$$

출력 $F_z = J_F^T N_M P y_1$ 로 쓸 수 있다. 이를 특이값 분해하면

$$F_z^* = [0.7344 \ y_1]^* \text{ 이 된다. 이는 작동기에서 크기가 1인 힘이 들}$$

어났을 때 상판의 출력 힘은 0.7344가 됨을 보여준다.

또 상판에 모멘트만 발생하기 위한 힘 y_2 는

$$f = N_F x = \begin{bmatrix} 1.8570 & 1.8570 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ 이다. 변환행렬은}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.2516 \\ -0.7071 & 0.2516 \end{bmatrix} \text{ 이 되어서.}$$

$$f = \begin{bmatrix} 1.8570 & 1.8570 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.2516 \\ -0.7071 & 0.2516 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \text{ 가 된다.}$$

따라서 상판의 출력 모멘트는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \end{bmatrix} = J_M^T N_F P \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

이 식을 특이값 분해하면

$$\begin{bmatrix} M_x^* \\ M_y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3499 & 0 \\ 0 & 0.2157 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \end{bmatrix} \text{ 이 된다.}$$

이 식의 의미는 크기가 1인 작동기의 힘이 작용할 때 상판의 출력 모멘트는 입력 방향에 따라서 0.2517에서 0.3499까지 변화할 수 있음을 보여준다. 따라서 장축의 크기가 0.3499이고 단축의 크기가 0.2157인 ellipsoid을 형성함을 알 수 있다. condition number는 1.622가 되어서 비교적 등방성에 가까운 특성을 나타낸다고 할 수 있으며 상대적인 오차의 크기도 쉽게 구해진다.

8. Conclusion

이상에서 병렬형 매니퓰레이터의 입력 힘과 출력 힘 그리고 입력 힘과 출력 모우멘트와의 관계를 유도하였다. 작동기의 입력 힘이 $\|f\| \leq 1$ 일 때 출력 힘과 모우멘트는 ellipsoid을 형성하였고 이를 토대로 출력의 크기를 예측할 수 있었고 아울러 방향성 해석도 가능함을 보였다. 또한 이 ellipsoid의 체적을 manipulability의 척도로 사용할 수 있었다. 또 한편 condition number에 의해서 입력의 변동에 대한 출력의 변동 즉 민감도 해석도 수행할 수 있었다. 위 결과들은 모두 Jacobian matrix가 특이 행렬이 아니라는 가정하에서 유도된 결과이다. 만일 Jacobian matrix가 특이 행렬이라면 상판은 모우멘트의 발생없이 힘만을 발생시킬 수 없고 또 힘의 발생없이 모우멘트만을 발생시킬 수 없다. 즉 이 경우 상판은 회전운동없이 병진운동만을 수행할 수 없으며 또 병진운동없이 회전운동만을 수행할 수 없다.

이러한 사실들을 manipulator의 설계나 작동시 고려한다면 한

계방향이나 작동범위의 설정에 한가지 지침으로 사용되어질 수 있음을 밝혀둔다.

Reference

Mao, O. , and Angeles, J. , (1991). Architecture Singularity of Platform Manipulators, *Proc. IEEE Int. conf. Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 1542-1547.

Kazuhiro, K. , Minoru, O. , Hiroyuki, K. , and Toshio, F. , (1993). Input/Output Force Analysis of Parallel Link Manipulators, *Proc. IEEE Int. conf. Robotics and Automation*, Vol. 1, pp.714-719.

Shabana, A. , A. , (1994). *Computational Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc. , New York.

Strang, G. , (1988). *Linear algebra and its applications*, 3rd edition, Harcourt Brace Jovanovich Colledge Publishers, Orlando.

Yoshihiko, N. , (1991). *Advanced Robotics: Redundancy and Optimization*, Addison-Wesley, New York.

Yoshikawa, T. , (1985). Manipulability of Robotic Mechanisms, *International Journal of Robotics Research*, MIT press. Vol. 4, No. 2, pp. 3-9.

변용규, 조형식, 김동윤, (1994). 6-자유도 위치/자세 및 힘/모멘트 추정장치가 일체화된 스튜어트-플랫폼 구조의 로봇 손목기구에 관한 연구, 94 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 457-461.

서정용, (1992). 유압 서보 실린더로 구동되는 6 자유도 운동 재현기에 관한 연구, 서울대학교 공학 박사 학위 논문.

정규홍, 박철규, 이교익, (1992). 스튜어트 플랫폼방식 운동재현기의 나뭇수 건설제어에 관한 연구, 92 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 736-741.

허훈, 상완식, 김재명, (1994). Robot End Effector 용 Force-Torque 센서 개발에 관한 연구, 94 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 1149-1154.