

복합기하곡면의 효율적인 공구경로 생성

(Efficient Tool Path Generation of
Compound Geometric Surface)

한 충 규*, 이 동 주**

* 충남대학교 기계공학과 대학원

** 충남대학교 기계공학과

Abstract

Compound solid is maded for specially fixed object. A number of compound soild are devided as a unit geometric solid. The special case of rotation about an arbitrary axis makes according selection model for transformation. View plane and View region are established for back face removal. After back-face removal each edge is checked for point of intersection. The designing of offset surface is maded and tool - path generated on the part surface. Intersection point is checked among the offset surfaces. The paper used an efficient algorithm for generating tool paths to apply a notion view volume. Through machining experiments with a 3-axis machining centre, the adequacy of the analysis was confirmed.

Keywords : Compound Geometric Surface, Back Face Removal, Intersection

1. 서 론

기계부품을 포함한 주위의 많은 부품들이 복합기하곡면이나 그의 변형된 형태를 지니고 있다. 본 연구는 이러한 많은 형상들의 NC가공에 있어서 효율적인 CL데이터 추출을 위하여 오프셋 곡면 형성하여 간섭을 체크함으로써 얻어진 추출된 공구경로는 모니터상에서 확인 검증되었으며 예제를 통해서 포스트프로세싱과정을 거쳐 결과에 대해서 검증을 하였다.

2. CL데이터 추출을 위한 모델링

2.1. 기하모델의 정의 및 변형

형상 설계에서 기하학적 면으로 구성된 복합기하모델은 삼각뿔 사각뿔 오각뿔등 각뿔형과 기둥형 그리고 타원뿔뿔 타원기둥 구둥의 단위 솔리드들의 단위 객체로 나눌수 있으며 이들의 합성 또는 변형을 통하여 복합기하모델이 구성된다. Table 1에 단위 기하 모델의 정의 방법이 나타나 있다.

n각뿔의 정의는 n+1의 점과 n+1의 평면으로 이루어져 있고 n각 기둥은 n*2의 점과 n+2의 평면으로 이루어져

있으며 정의모델 형태에 따른 변환과정은 점단위로 임의의 축에 대한 회전으로 이루어지는데식 2-1의 행렬로 표시된다¹⁾

$$[M] = [T][R_x][R_y][R_z][R_x]^{-1}[R_x]^{-1}[T]^{-1} \quad (2-1,a)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1,b)$$

$$[R_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1,c)$$

$$[R_y] = \begin{bmatrix} \cos(-\beta) & 0 & -\sin(-\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(-\beta) & 0 & \cos(-\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1,d)$$

$$[R_z] = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1,e)$$

Table. 2-1 Definition of unit object solid

cone	Center Point and Start Point of the line of apsides of Base plane Center Point and Start Point of the minor axis line of the base plane Point Data of a Vertex
Cylinder	Center Point and Start Point of the line of apsides of Base plane Center Point and Start Point of the minor axis of Base plane Center Point and Start Point of the line of apsides of Upper plane Center Point and Start Point of the minor axis of Upper plane
Sphere	Center Point of Sphere Size of Radius

2.2. 가공 영역의 설정

xy평면과 평행한 z축상에 정해지는 관측평면은 시계체 적의 기준면으로서 물체 좌표계(world coordinate)상에서 최대 꼭지점의 최대값+ α 이다. 시계영역을 위한 클리핑 과정은 Cohen-Sutherland Algorithm을 사용한다.²⁾ 영역은 X_L, X_R, Y_B, Y_T 4개의 직선으로 둘러싸이게 되며 시계 영역의 경계로 모서리 끝점의 위치를 확인하는데 영역 코드(region code)를 사용한다. X Y Z의 모서리 데이터의 끝점에서 오른쪽에서 왼쪽으로 Table 2-2의 영역코드(region code)로서 비트 위치를 할당한다.

Table 2 - 2 Assign the bit position in the region code

bit 1=1	end point of the segment is above the window
bit 2=1	endpoint of the segment is below the window
bit 3=1	endpoint of the segment is to the right of the window
bit 4=1	endpoint of the segment is to the left of the window

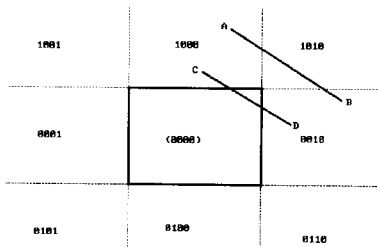


Figure 2 - 1 Codes for line endpoint regions.

양끝점이 같은 비트로서 1 또는 true로 세트되면 그 선분세그먼트는 영역외이다. Figure 2-2에서 (1000) (0010)의 끝점을 가지는 선분 AB와 CD의 경우 AB는 보이지 않고 CD는 부분적으로 가시적인데 bitwise logical AND는 (0000)으로서 가시성을 결정할수 없으며 교차 테스트를 실시 하게 된다. bitwise logical AND 연산은 Table 2-3과 같다.

Table 2-3 Calculation of Bitwise logical AND

Endpoint 1	and	Endpoint 2		Bitwise logical AND
0	and	0	F	0
0	and	1	F	0
1	and	0	F	0
1	and	1	T	1

Bitwise logical AND연산이 (0000)이 아니면 비가시적이다. 반면에 Bitwisecode는 (0000)이면서 각 끝점이 (0000)의 코드를 가지지 않는다면 Table 2-4에 의한 간섭체크를 한다.

Table 2-4 The window boundary where the intersection.

For bit 1 = 1	⇒	intersection with $y=y_T$
For bit 2 = 1	⇒	intersection with $y=y_B$
For bit 3 = 1	⇒	intersection with $x=x_R$
For bit 4 = 1	⇒	intersection with $x=x_L$

$$x = x_1 + t(x_2 - x_1) \quad (2-2,a)$$

$$y = y_1 + t(y_2 - y_1) \quad (2-2,b)$$

단 $0 \leq t \leq 1$

식 2-2의 식에 Table 2-4의 경계값을 대입함으로써 교차점을 구할수 있다.

2.3. 배면 소거

파트 표면 획득은 배면 제거의 작업을 거친다.³⁾ 관측은 XY시계 평면에서 이루어지므로 객체 모델의 법선벡터와 시계 평면과 교차점을 관측점으로 하고 평면의 가시성을 판단한다.

다각형 평면의 경우 배면 소거는 다음에 의한다. 구성된 평면이 n개의 꼭지점으로 이루어져있고 각각의 꼭지점의 좌표를 $v_i(x_i, y_i, z_i)$ 라 할때 평면의 방정식을 $ax+by+cz=h$ 라고 하면 계수 a b c h는 식 2-3에 의해 구할수 있다.

$$a = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i+1})(z_i + z_{i+1}) \quad (2-3,a)$$

$$b = \sum_{i=1}^n (z_i - z_{i+1})(x_i + x_{i+1}) \quad (2-3,b)$$

$$c = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i+1})(y_i + y_{i+1}) \quad (2-3,c)$$

(단 n=1이면 i+1=1)

각 꼭지점의 평균값을 취한 좌표를 [xav, yav, zav]라 하면 h의 값은 식 2-4와 같다.

$$h = xav + yav + zav \quad (2-4)$$

여기서 각꼭지점의 좌표가 시각 좌표계상의 좌표일 경우 이 평면은 h>0 이면 관측점서 보이고 h≤0이면 관측점서 보이지 않게 되는데 여기서 관측점은 관측 평면상에 위치하는 점들이다.

단위 객체 솔리드의 배면을 제거후 관측면에 투영시키면 다각형들로 나타나게 된다. 이 다각형은 2차원적인 기하학적 다각형이 되는데 볼록 다각형의 경우 삼각 또는 사각 분할로서 오목다각형화 한다.

2.4. 오프셋 곡면의 형성 및 교차 체크

식 2-3의 결과로 산출되는 다각형의 단위 법선벡터 [a,b,c] 공구 반경값을 곱하여 파트 곡면에 더한 값들은 오프셋 곡면이 된다.

오프셋 곡면사이의 교차선분은 모서리의 방정식을 이용하여 구할수 있다.

파라미터 t의 다항식으로 표현되는 공간상의 3차식 곡선은⁴⁾

$$P_1(t) = c_{11}t^3 + c_{12}t^2 + c_{13}t + c_{14} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (2-5,a)$$

$$P_2(u) = c_{21}u^3 + c_{22}u^2 + c_{23}u + c_{24} \quad (0 \leq u \leq 1) \quad (2-5,b)$$

$$c_{11k}t^3 + c_{12k}t^2 + c_{13k}t + c_{14k} - (c_{21k}u^3 + c_{22k}u^2 + c_{23k}u + c_{24k}) = 0 \quad (2-6)$$

k=1,2,3에 대하여 2개의 미지수 t와 u를 연립방정식에 관한 Newton-Raphson법에 의하여 구한다.

곡선과 평면이 교차문제는 평면의 방정식의 표현 ax+by+cz+d=0에서 곡선 P(t)=[x(t) y(t) z(t)]는 위의 식을 만족하므로

$$ax(t)+by(t)+cz(t)+d=0 \quad (2-7)$$

위의 식을 만족하는 근을 Newton-Raphson법으로 구할수 있다.

관측면에 투영된 2차원적인 직선의 교차점은 관측면상 양 꼭지점(v111,v112), (v121,v122)을 가진 선분 L1과 꼭지점 (v211,v212), (v221,v222)을 가진 선분 L2의 두직선은 식 2-8로 표현 할수 있다.

$$L1=(v111,v112)+u(v121-v111,v122-v112) \quad (2-8,a)$$

$$L2=(v211,v212)+v(v221-v211,v222-v212) \quad (2-8,b)$$

$$D=(v111-v221)(v112-v122)-(v111-v121)(v212-v222) \quad (2-9)$$

$$v111+u(v121-v111)=v211+t(v221-v211) \quad (2-10,a)$$

$$v112+u(v122-v112)=v212+t(v222-v212) \quad (2-10,b)$$

여기서

$$u=[(v221-v221)(v112-v212)-(v111-v211)(v212-v222)]/D \quad (2-11,a)$$

$$v=[(v111-v121)(v112-v212)-(v111-v211)(v112-v122)]/D \quad (2-11,b)$$

D의 값이 0이 아니라면 기울기가 다른 경우로 이 선분의 교차점은 식 2-11에 의해 구해진 파라미터 u, v의 점에서 두 직선의 교차점을 이루게 된다.

Figure 2-2의 구와 평면의 교차는 구의 원점과 원점에서 관측면과 평행한 평면으로 원을 그리면 파라미터의 변화에 의해 호의 테이타가 나오므로 그 호의 테이타를 교차평면의 법선벡터의 방향과 같을때까지 회전 시킨다면 2차 원호를 생성할수 있으며 2차 원호의 단위 접선 벡터가 평면의 단위 법선 벡터와 같아지는 점이 구와 평면의 교차 곡선이 된다. 호에 접하는 접선의 방정식은 다음으로 표시 된다.

g(x,y)=0로 표현된 곡선상의 한점 p(x,y)에서 곡선에 접하는 직선의 방정식은

$$g_x(x_1,y_1)(x-x_1)+g_y(x_1,y_1)(y-y_1)=0 \quad (2-12)$$

$$\text{단 } g_x = \frac{\partial y}{\partial x}, g_y = \frac{\partial y}{\partial y}$$

또한 법선의 방정식은 식 2-13으로 표현된다.

$$g_y(x_1,y_1)(x-x_1)-g_x(x_1,y_1)(y-y_1)=0 \quad (2-13)$$

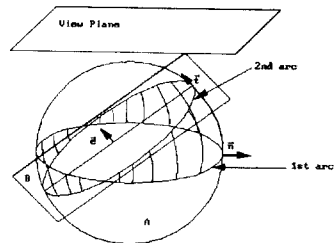


FIGURE 2 - 2 Intersection of sphere and plane

2.5. 공구간섭 문제

CL데이터를 위하여 오프셋 곡면을 구성할 경우⁵⁾ 루프 제거의 문제가 발생하게 된다. 이 논문에서는 시계평면상에서 평면의 법선 방향으로 공구 반경만큼 오프셋된 곡면이 정의되어 그 오프셋 평면들상에서 교차점을 체크하므로 공구의 역진행 과정의 루프발생이 생기지 않으며 따라서 루프에 의한 공구 잠식 구간은 나타나지 않는다. 또한 블록 기하면상에서 법선방향의 오프셋 곡면구성시 중간 공구 삽입이 필요한데 이 방법의 경우 그러한 작업을 따로 할 필요성이 없다.

2.6. 시계 체적상의 경로 데이터 구성

가공시간이나 가공면의 거칠기등의 조건에 따라 알맞은 경로간격을 선택해야 하는데 단면이 4각이나 3각으로 구성될 경우 나선형 방식의 공구 경로를 산출 할수 있어 상향절삭 또는 하향절삭을 일정하게 유지할수 있고 안정된 절삭상태를 유지할 수 있다. 삼각분할의 경우 하나의 삼각형이 남을때 까지 주어진 다각형의 꼭지점을 따라가면서 볼록(convex) 꼭지점의 대각선의 길이 중에서 가장 짧은 값을 가지는 삼각형을 잘라낸후 꼭지점의 침자를 변경시키는 과정을 반복한다. 사각 분할의 경우 볼록 꼭지점이 존재할경우 그 볼록 꼭지점에 접하는 하나의 직선에서 다음 직선라인이 교차할 경우까지 직선을 그리면 된다. 가공 평면의 분할후 그 분할된 곡면의 모서리는 식 2-14의 파라미터 t 에 의한 분할된다.

$$t = \text{point interval} / \text{edge length} \quad (2-14)$$

parameter t에 의해 모서리 별로 분할 되어 노드값을 구할수 있다. 관측면에 투영된 모서리들의 노드 값도 같이 분할 하며 관측면 모서리의 노드에서 분할된 오프셋 곡면의 노드를 연결하는 선분을 구할수 있고 그 선분을 최소 선분 기준으로 경로 간격에 의해 분할을 시도하면 2차 노드를 구할수 있는데 그 2차 노드의 갯수는 같게 되며 2차 노드의 i제 노드를 연결하면 균등 분할된 공구 경로를 획득할수 있다. 원이나 타원 형상의 오프셋 곡면의 경우도 원호의 데이터가 균등히 배분되고 Z관측면에 투영된 모서리상의 노드를 구할수 있으므로 2차 노드의 값을 구할수 있으며 변수 t의 크기의 변화에 따라 원하는 점 데이터의 수를 조절할수 있다.

3. 사례 및 고찰

여기서 사용된 다음 모델의 시계체적상에 구현된 경로 데이터의 구성은 다음과 같다.

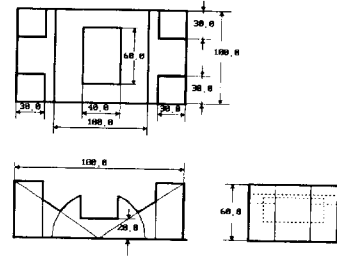


Figure 3 - 1 Design on of Unit Object Solid

각 과정의 경로 데이터 산출후 각 모델별로 컴퓨터 상에서 가공 순서상의 오류를 체크하는 경로 검색을 하였다.

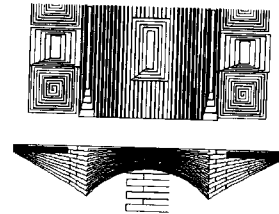


Figure 3 - 2 3D Plot of tool path of on View Volume of Top Plane and Front

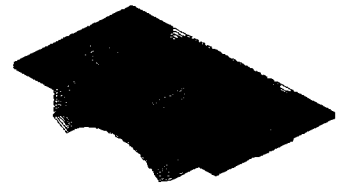


Figure 3 - 3 3D Plot of tool path of eye position (1,1,1) on View Volume

Figure 3-4는 최종 가공 결과이다. 사용된 NC장치는 1/1000 mm의 정밀도로 수행 되었으며 원하는 형상을 얻을수 있었다.



Figure 3 - 4 A Finished Product.

4. 결론

기하 곡면 형태 구성 제품의 가공을 위해 모델링 하고 가공을 함으로서 원하는 형상을 얻을수 있었으며 다음과 같은 결론을 얻을수 있다.

1) 공구 경로 데이터에 생성에 있어서 재질 및 시간에 따라 일차원 파라미터의 조절로서 Z 높이 및 x y의 데이터 배열이 쉽게 수정 가능한 데이터들이 균등 배치 됨으로서 효과적인 경로를 산출 할수 있었다.

2) 단위 기하모듈별로 관측면상에서 경로 데이터를 추출해 나감으로서 기하 곡면의 가공시의 가공 경로를 u 경로 간격을 v로 하는 parametric 가공에서의 가공이 곤란한 Z 높이에 따른 급경사 부분을 효율적으로 가공할수 있다.

3) 높은 가공 정밀도를 요하는 부분이 있을 경우 단위 모듈 별로 좀 더 미세하게 가공이 가능하다.

4) 공구 간섭문제의 경우 오프셋 곡면상에서 교차문제를 체크함으로서 기존의 파트표면상에서 오프셋 곡면을 구해 따로 간섭 루프를 제거하거나 불룩한 곡면의 교차 경우 중간 공구 위치를 삼입해야 하는 작업을 따로 할 필요성이 없다.

위 결론은 하나의 예제를 통하여 가공을 함으로서 1/1000 mm 정밀도로 주어진 모델의 원하는 형상의 제품을 얻을수 있었다.

Reference

1. David F. Rogers & J.Alan Adams "Mathematical Elements for Computer Graphics",McGRAW-HILL,1990,pp.121-128.
2. Vera B. Anand "Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers", John Wiley & Sons,Inc. 1993
3. Donald Hearn /M.Pauline Baker,"Computer Graphics",PRINICE HALL,1986
4. Fujio Yamaguchi "Curves and Surfaces in Computer Aided Geometric Design", Springer-Verlag 1988.
5. Yong Seok Suk and Kunwoo Lee ' NC milling tool path generate for arbitrary pockets defined by sculptured surfaces' Comput-Aided Des. Vol 22 (1990) 273-284