

# 압전작동기를 이용한 레이저 스캐닝 미러의 위치제어 Position Control of Laser Scanning Mirror Using Piezoelectric Actuator

지 학 래 (인하대 대학원)\*, 김 재 환(인하대 기계과), 최 승 복(인하대 기계과)

H. L. Chi(Inha Univ. Graduate School)\*, J. H. Kim(Inha Univ.), S. B. Choi(Inha Univ.)

## ABSTRACT

This paper presents the position tracking control of a laser scanning mirror system in which piezoelectric actuator is incorporated. Using the shear mode of the piezoelectric actuator, angular oscillation of a laser scanning mirror is derived. Torsion bar is then designed and attached to the piezoelectric actuator in order to magnify the amplitude generated by the actuator. Finite element modeling and analysis are essential for designing the piezoelectric actuator. The torsional resonance mode of the piezoelectric actuator is found from the modal analysis of the actuator and the resonance frequency is matched with the driving frequency. Transfer function between the electrical excitation and the mechanical shear deformation at resonance frequency is found from the response of the actuator calculated by the finite element analysis and the governing equation of the system is derived from d'Alembert's principle. Tracking control performance for desired trajectory which is, in fact, sinusoidal curve is presented in order to demonstrate the validity of the proposed system.

**Key Words :** Piezoelectric Actuator(압전작동기), Laser Scanning Mirror(레이저 스캐닝 미러),

Torsion Bar(토오션 바), Tracking Control(추적 제어)

## 1. 서 론

레이저 프린터는 컴퓨터로부터 이미지 데이터(image data)를 받아들여 인쇄할 수 있는 전기 신호로 변환해 주는 컨트롤러와 레이저 빔(laser beam)을 이용하여 인쇄할 이미지를 그려주는 레이저 스캐너 부문(Laser Scanning Unit; LSU) 그리고 레이저로 된 데이터 신호를 받아 이를 종이에 인쇄하는 현상기의 세 부분으로 크게 나눌 수 있다. 이 중 프린터의 인쇄 속도와 해상도를 좌우하는 중요한 부분은 LSU로써 레이저 드라이버(laser driver)와 폴리건 미러(polygon mirror), 원통형 렌즈(cylindrical lens), 스캔 렌즈(scan lens) 등으로 구성되어 있다. 폴리건 미러는 제조상의 오차뿐만 아니라 회전 시 추적오차(tracking error)가 발생될 수 있는 부분이므로 이러한 오차를 보정하기 위해 부수의 장치들이 요구된다. 또한 폴리건 미러의 작동기로는 직류 모터(DC motor)를 사용하므로 고속화의 한계가 따르게 된다. 이처럼 레이저 프린터의 성능을 좌우하는 LSU는 고난도의 기술이 요구되므로 프린터의 핵심 기술로 부각된다.

본 연구에서는 기존의 모터 구동 방식의 폴리건

미러 대신 압전작동기(piezoelectric actuator)를 이용한 새로운 레이저 스캐닝 미러(laser scanning mirror)를 제안한다. 압전재료(piezoelectric material)란 전기장이 부가되면 기계적 변형을 발생시키고, 역으로 기계적 변형을 일으키면 전기적 신호가 발생되는 압전효과(piezoelectric effect)를 가진 재료로서, 응답속도가 매우 빠르며 넓은 주파수 대역과 우수한 제어 성능을 발휘할 수 있다. 이러한 압전재료의 성질을 이용한 작동기는 고속이며 보다 정밀한 성능을 구현할 수 있다. 이로써 기존의 폴리건 미러보다 구조가 간단해지며 고속, 고해상도의 저가(低價) 레이저 스캐닝 미러를 구현할 수 있다.

먼저, 회전모드가 나올 수 있는 압전작동기를 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용해 설계하고 동적해석을 수행한다. 이렇게 설계된 압전작동기는 그 기계적 변형량이 매우 작기 때문에 변위확대기구로써 토오션 바(torsion bar)를 설계하여 바 끝단의 미러에서 큰 각변위를 얻도록 한다. 또한 요구되는 각변위를 추적할 수 있도록 제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 시스템의 타당성을 확인한다.

## 2. 압전작동기 유한요소 및 동적 모델링

기존의 폴리 ян 미러는 직류 모터 끝단에 부착되어 일정한 각속도로 회전하며 레이저 빔을 반사하는 원리로 인쇄하지만, 여기서 제안된 압전작동기는 Fig 1과 같이 전기장이 부가된 압전재료의 전단 변형(shear deformation)을 이용해 단일화된 미러의 회전 왕복 운동(oscillation)을 일으켜 레이저 빔을 반사하는 원리이다.

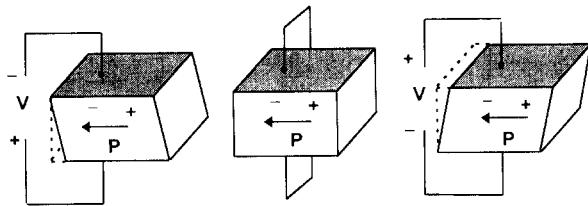


Fig 1. Thickness Shear Deformation of Piezoelectric Material

압전작동기는 링 타입의 압전재료를 6등분한 것으로 폴링 방향(poling direction)은 수직으로 설정하고 전극 방향은 원주 방향으로 설정하였다. 이렇게 제안된 압전작동기의 모드해석(modal analysis)은 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 수행하였다. Fig 2는 압전작동기의 유한요소 형성(finite element model)과 모드 형상을 도시해 놓은 것이며, Fig 3은 300V 전기장을 부가하였을 시의 주파수응답특성을 나타낸 것이다. 전단모드 공진주파수가 5527 Hz인 것을 알 수 있다. 따라서 excitation도 이와 동일한 주파수를 갖도록 설정한다.

압전작동기는 전기장 부가 시 발생하는 기계적 변형량이 매우 작으므로 본 연구에서는 제안된 압전작동기의 전단모드 공진주파수로 가진을 하여 큰 변형량을 얻는다. 공진주파수에서의 작동기는 2차 시스템으로 간주하여 모델링 하였다.

$$G_a(s) = \frac{\text{Output angle(rad)}}{\text{Input Voltage(V)}} = \frac{\Phi(s)}{V(s)} = \frac{\kappa_a \omega_a^2}{s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2} \quad (1)$$

$$\text{where, } \kappa_a = \frac{3.51 \times 10^{-9}}{r_o}$$

여기서  $\omega_a$ 는 5527 Hz이며 감쇠비(damping ratio;  $\zeta_a$ )는 압전재료의 mechanical quality factor를 고려하여 0.62%로 하였다.

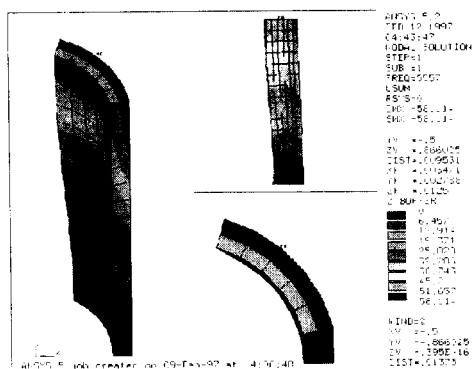


Fig 2. Mode shape of piezoelectric actuator

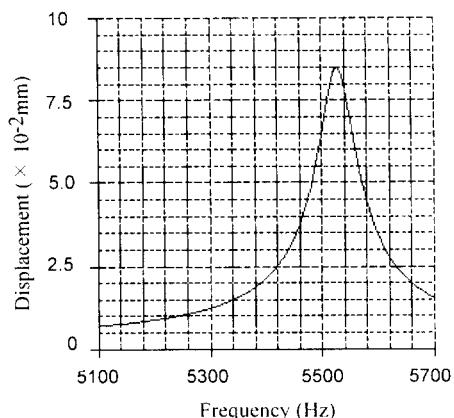


Fig 3. Frequency response (300 V)

## 3. 토오션 바의 동적 모델링 및 설계

압전작동기 자체의 공진을 가진하여 최대변위를 얻더라도 그 변위는 매우 작으므로 큰 변위가 나올 수 있는 변위확대기구가 점부적으로 필요하다. 본 연구에서는 토오션 바를 이용한 변위확대기구를 제안한다.

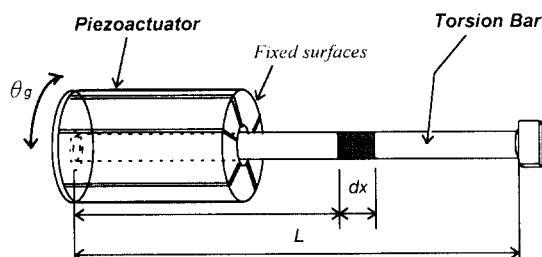


Fig 4. Configuration of the laser scanning mirror using piezoelectric actuator

Fig 4 와 같이 고정된 지지부에서  $\theta_x = g(t)$ 의 가진을 가하는 토오션 바의 지배방정식은 d'Alembert's principle로부터 유도하면 다음과 같다.<sup>(1)</sup>

$$m\ddot{\theta} dx - r(\theta - \theta_x)'' dx = 0 \quad (2)$$

여기서 단위길이당 보의 질량은  $m=pA$ 이고 강성률(rigidity)은  $r=G A$ 이다. 강체지지부의 회전 왕복 운동에 대한 바의 임의 부분의 상태각변위  $\theta^* = \theta - \theta_x$ 를 정의하고 식(2)에 대입해 정리하면 다음과 같다.

$$m\ddot{\theta}^* dx - r(\theta^*)'' dx = -m\ddot{\theta}_x dx = -m\ddot{g}(t) dx \quad (3)$$

편의상 단위길이당 질량으로 나누어 주면 다음 식으로 간략화 할 수 있다.

$$\ddot{\theta}^* dx - b^2 (\theta^*)'' dx = -\ddot{g}(t) dx \quad (4)$$

여기서,  $b^2$ 은  $r/m = G/\rho$ 이다.

제어기 설계 과정에서 편미분 형태의 지배 방정식을 N 개의 유한모드로 가정하고 이산화시키면 각 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\theta(x, t) = \sum_{i=1}^N X_i(x) \cdot \phi_i(t) \quad (5)$$

여기서  $i$ 는 전동 모드 수,  $\phi_i(t)$ 는 일반화좌표(generalized coordinate)이고,  $X_i(x)$ 는 토오션 바의 모드형상(mode shape) 함수를 나타낸다. 그러므로 식(4)에 모드형상  $X_i$ 를 곱한 뒤 보의 전체 길이에 대하여 적분을 하면 시간의 함수만으로 이루어진 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=0}^N \left( \ddot{\phi}_i \int_0^L X_i' X_i dx - b^2 \phi_i \int_0^L X_i'' X_i dx \right) = -\ddot{g}(t) \int_0^L X_i dx \quad (6)$$

직교성(orthogonality) 조건을 적용하여 위 식을 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = -\ddot{g}(t) \int_0^L X_i dx \quad (i = 1, 2, \dots, \infty) \quad (7)$$

전단변형이 일어나는 1 차 모드만을 고려하고 실 힘을 통해 얻을 수 있는 감쇠 항을 추가하면 지지부의 가진에 대한 토오션 바의 상미분 방정식을 구할 수 있다. 이 식에 대하여 Laplace 변환을 적용하고 난 뒤 지지부에서 가진되는 각변위에 대한 토오션 바의 끝단에서 출력되는 각변위의 전달함수를 구하면 다음과 같이 표현한다.

$$G_i(s) = \frac{\text{Output angle(rad)}}{\text{Input angle(rad)}} = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_i(s)} = \frac{\kappa_i s^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_n s + \omega_n^2} \quad (8)$$

여기서  $\kappa_i$ 는 바 끝단에서의 모드 형상을 포함하고 있는 상수이다.

토오션 바의 설계변수는 고유진동수와 전체 길이, 단면의 지름, 토오션 바의 재질 등이 있다. 압전작동기는 공진주파수로 가진 되므로 그 위에 부착하여 사용될 토오션 바 또한 작동기와 같은 고유진동수를 가져야 한다.

외팔보의 자유단 끝의 경계조건을 적용하여 진동수 방정식(frequency equation)을 구하면 다음과 같다.

$$\cos \omega_n \sqrt{(\rho_i/G)} L_i = 0 \quad (9)$$

따라서, 첫번째 고유진동수만을 고려한다면 보의 전체 길이를 구할 수 있게 된다.<sup>(2)</sup>

$$L_i = \frac{\pi}{2\omega_n} \sqrt{\frac{G}{\rho_i}} \quad (10)$$

토오션 바의 길이는 짧아야 되므로 작은 전단탄성계수와 비교적 큰 밀도를 갖는 황동(brass)을 선택하였다. 또한 보의 지름은 탄성과 소성변형에 직접 관련되므로 소성변형이 일어나지 않도록 설정해야 한다.<sup>(3)</sup>

Table 1은 토오션 바와 압전작동기의 물리적, 기하학적 특성치를 나타낸 것이다.

Table 1 Dimensional and mechanical properties of torsion bar and PZT actuators

Torsion bar			
Material	Yellow Brass (65% Cu, 35% Zn)	Density	8470 kg/m <sup>3</sup>
Shear modulus	39 GPa	Shear yield stress	250 Mpa
Length	97 mm	Diameter	3 mm
Piezoelectric Material (BM500)			
Density	7600 kg/m <sup>3</sup>	Mechanical Quality Factor	80
Charge Constant (C/N)	$d_{31} = -160 \times 10^{-12}$ $d_{33} = 365 \times 10^{-12}$ $d_{15} = 575 \times 10^{-12}$	Elastic Modulus ( $\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ )	$s_{11}^E = 15.5$ $s_{33}^E = 19.0$ N/A
Length	25 mm	Outer Dia.	10 mm
Thickness	1 mm	Angle of sector	60°

#### 4. 제어 결과

현재 제어이론의 눈부신 발전에도 불구하고 산업 현장에 이용되고 있는 패희로 제어시스템의 대부분이 PID 제어기이다. 이러한 이유는 양호한 강인

성, 설비의 단순성 그리고 범용의 응용성 등을 들 수 있다. 본 연구에서는 압전작동기를 이용해 토오션 바의 끝단의 부착되어 있는 미러를 요구하는 각변위로 추적하도록 PID 제어 알고리즘을 이용하였다. 먼저 PID 제어기는 다음과 같이 구상할 수 있다.

(4)

$$V(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (11)$$

여기서  $e(t) = \theta_{ref} - \theta$ 는 오차신호이고,  $V(t)$ 는 제어 입력[V]을 나타낸다. 요구하는 각변위를 잘 추적하도록 적절한 이득치를 설정하였고, 포화함수를 사용하여 압전작동기에 과도한 전기장이 입력되지 못하도록 하였다. 이렇게 제안된 제어 시스템의 블럭선도는 Fig 5와 같다.

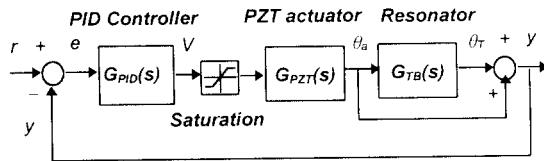


Fig5. Block diagram of the PID control system

요구 각변위 함수는 다음과 같은 주기함수로 설정하였다.

$$\theta_{ref} = 0.1745 \sin(\omega_n t) \text{ [rad]}$$

스트레이인 게이저로 토오션 바 끝단의 각변위를 측정한 뒤 요구 각변위 비교하여 되먹임 하드로박 추적제어를 수행할 수 있다. Fig 6은 요구 각변위에 대한 주적제어 시뮬레이션 결과이며 매우 우수하게 추적제어가 수행되고 있는 것을 확인할 수 있다. 이 때 공급된 전압을 초기에는 뱅뱅형태로 향상되다가 추적 후에는 간소비례 형태로 공급되는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 압전작동기를 이용한 레이저 스캐닝 미러를 설계하였다. 먼저 전단 모드를 이용한 압전작동기를 설계하였으며, 토오션 바의 공진을 이용하여 변위확대를 하였다. 이러한 시스템에 PID 제어기를 설계하여 요구 주적제어의 시뮬레이션을 수행하여 그 성능을 확인하였다. 본 연구에서 제안한 단일 레이저 스캐닝 미러는 기존의 직류 모터로 구동하는 폴리건 미러보다 구조가 간단하는 장점이 있으며, 높은 진동수에서 작동하므로 고속의 인쇄 속도를 가지고 또한 압전작동기 자체의 제어성능이

뛰어나므로 보다 정밀한 출력을 얻을 수 있다.

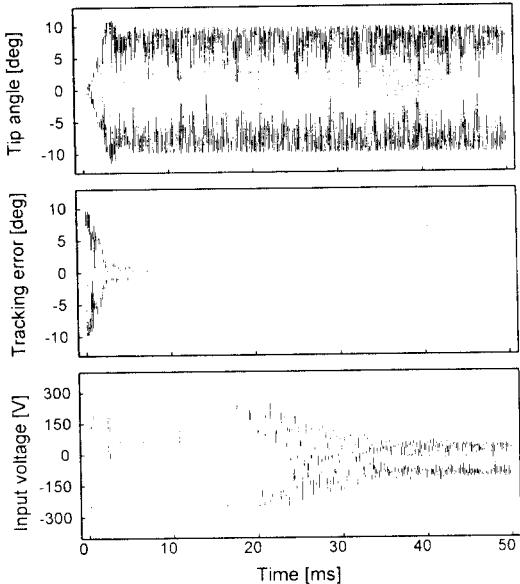


Fig 6. Sinusoidal trajectory tracking control

## 6. 참고문헌

1. W. Weaver, S. P. Timoshenko and D.H. Young, "Vibration Problems in Engineering", John Wiley & Sons, 1990.
2. Leonard Meirovitch, "Analytical Methods in Vibrations", The Macmillan company, 1967.
3. C. T. F. Ross, "Advanced Applied Stress Analysis", John Wiley & Sons, 1987
4. B. Shahian, M. Hassul, "Control System Design Using Matlab", Prentice-Hall International Inc., 1993