

# 예측·신경망 제어기를 이용한 유연 기계 시스템의 운동제어

## Motion Control of Flexible Mechanical Systems Using Predictive & Neural Controller

김 정 석\* (부산대 대학원), 이 시 복 (부산대 기계공학부)  
Jeong-Seok, Kim (Graduate School), Shi-Bok, Lee (Pusan National Univ.)

### ABSTRACT

Joint flexibilities and frictional uncertainties are known to be a major cause of performance degradation in motion control systems. This paper investigates the modeling and compensation of these undesired effects. A hybrid controller, which consists of a predictive controller and a neural network controller, is designed to overcome these undesired effects. Also learning scheme for friction uncertainties, which don't interfere with feedback controller dynamics, is discussed. Through simulation works with two inertia-torsional spring system having Coulomb friction, the effectiveness of the proposed hybrid controller was tested. The proposed predictive & neural network hybrid controller shows better performance over one when only predictive controller used.

**Key Words :** predictive control(예측 제어), neural network control(신경망 제어), torsional flexibility (축탄성), friction uncertainty (마찰 불확실성)

### 1. 서론

현존하는 대부분의 기계 시스템은 구동기와 종동질 사이에 기계 임피던스를 맞추고 변속 및 원거리 전동을 위해 동력 전달부를 가지고 있다. 동력 전달부가 가지는 관성, 탄성, 마찰, 백래쉬 등의 영향이 경우에 따라서 전 시스템의 운동 정확성과 안정성을 저하한다. 이러한 이유로 운동 제어기는 과거의 구동기 중심의 연구에서 벗어나 동력 전달부의 과정의 탄성 동역학과 불확실성을 고려하여 진동 저감과 고정밀도를 목적으로 기존의 PI제어기 대신 FSLQG(Frequency Shaped LQG)[4], 기술함수[5] 등을 이용한 제어기 설계가 이루어지고 있다.

본 연구에서는 운동 제어 시스템내에 존재하는 탄성과 마찰힘을 보상하기 위해 일반화된 예측제어기 (Generalized Predictive Control)[1,2] 및 신경망 제어기의 복합제어기를 설계하였다.

예측제어기의 예측을 통한 최적의 제어 입력을 이용하여 축 탄성에 의한 시간 뒤집 현상을 극복하고 진동을 줄였으며, 또한 신경망 제어기의 비선형 사상(mapping)능력으로 마찰힘을 학습하고 시스템에

직용하여 마찰힘을 보상하였다.

### 2. 시스템 모델링

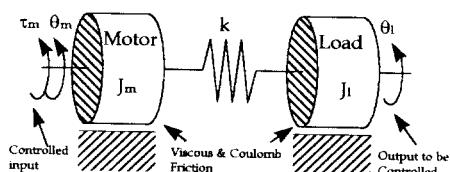


Fig.1 Two-inertia system model

탄성을 고려한 운동제어 시스템은 그림1과 같이 2-관성 비틀림 스프링계로 모델링되어질 수 있다.

$$J_m \ddot{\theta}_m + b_1 \dot{\theta}_m + k(\theta_m - \theta_l) = \tau(t) - c_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_m) \quad (1)$$
$$J_l \ddot{\theta}_l + b_2 \dot{\theta}_l + k(\theta_l - \theta_m) = -c_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) \quad (2)$$

상태공간식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p \tau(t) + N_p(t) \quad (3)$$

$$y(t) = C_p x_p(t)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{J_m} & \frac{k}{J_m} & -\frac{b_m}{J_m} & 0 \\ \frac{k}{J_l} & -\frac{k}{J_l} & 0 & -\frac{b_l}{J_l} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J_m} & 0 \end{bmatrix}^T, C_p = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

$$N_p(t) = [0 \ 0 \ -c_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_m) \ -c_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l)]^T$$

$$x_p(t) = [\theta_m \ \theta_l \ \dot{\theta}_m \ \dot{\theta}_l]^T$$

마찰항을 무시하고 입력  $r(t)$ 에 대한 부하의 각변위  $\theta(t)$ 의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p \quad (4)$$

그리고 식(4)를 영차 훌더법을 이용하여 이산 시간 함수로 변환하고 예측 제어기 설계를 위한 CARIMA (Controlled Auto-Regressive and Moving-Average)로 구성하면 다음과 같다.

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t-1) + \frac{1}{A(q^{-1})\Delta} \xi(t) \quad (5)$$

위의 제어 시스템은 반한정계 시스템이고 제어력과 제어대상이 일치하지 않는 비병치 제어문제가 된다.

### 3. 예측 제어기 설계

#### 2.1 예측기 설계

$j$ -단계 예측기를 설계하기 위해 다음과 같은 Diophantine 항등식으로부터  $E_j$ 와  $F_j$ 를 구한다.

$$1 = E_j(q^{-1})A\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (6)$$

여기서  $E_j$ 와  $E_j(q^{-1})$ 는 주어진  $A$ 다항식과 예측 구간  $j$ 에 의해서 유일하게 정의되어지는 다항식이다. 식(5)에  $E_j(q^{-1})$ 를 양변에 곱하면 다음과 같다.

$$E_j A \Delta y(t+j) = E_j B \Delta u(t+j-1) + E_j \xi(t+j) \quad (7)$$

식(6)에서  $E_j A \Delta$ 를 대입하면 다음식을 얻는다.

$$y(t+j) = E_j B \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + E_j \xi(t+j) \quad (8)$$

$G_j = E_j B$ 라고 정의하면 미래의 출력은 식(9)와 같다.

$$y(t+j) = G_j \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + E_j \xi(t+j) \quad (9)$$

$f(t+j)$ 를 시간  $t$ 에서 알 수 있는 신호들로 구성된  $y(t+j)$ 의 부분들이라 정의하면 다음과 같다.

$$f(t+1) = [G_1 - g_{10}] \Delta u(t) + F_1 y(t)$$

$$f(t+2) = [G_2 - q^{-1}g_{21} - g_{20}] \Delta u(t) + F_2 y(t)$$

⋮

$$\begin{aligned} f(t+H_p) = & q^{H_p-1} [G_{H_p} - q^{-(H_p-1)} g_{H_p, H_p-1} \cdots \\ & - g_{H_p, 0}] \Delta u(t) + F_{H_p} y(t) \end{aligned}$$

#### 2.2 예측 제어 법칙

예측 제어를 위해 다음과 같은 가격 함수와 구속 방정식을 고려한다.

$$\begin{aligned} J(H_m, H_p, H_c) = & \sum_{j=H_m}^{H_p} [y(t+j) - w(t+j)]^2 \quad (10) \\ & + \sum_{j=1}^{H_c} \rho [\Delta u(t+j-1)]^2 \end{aligned}$$

$$\Delta u(t+j-1) = 0, \quad j > H_c \quad (11)$$

여기서  $H_m$ ,  $H_p$ ,  $H_c$ ,  $\rho$ 는 최소 예측 영역, 최대 예측 영역, 최대 제어 영역, 제어 가중치를 각각 나타낸다.

앞선 식을 벡터 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+H_p)]^T$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+H_c-1)]^T$$

$$\mathbf{f} = [f(t+1), f(t+2), \dots, f(t+H_p)]^T$$

행렬  $\mathbf{G}$ 는 차원이  $H_p \times H_c$ 인 하삼각행렬이다.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & g_0 \\ g_{H_p-1} & g_{H_p-2} & \cdots & g_{H_p-H_c} \end{bmatrix} \quad (13)$$

그리고  $\mathbf{w}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{w} = [w(t+1), w(t+2), \dots, w(t+H_c)]^T$$

식(10)의 기대값은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} J_1 &= E\{J(H_m, H_p, H_c)\} \quad (14) \\ &= E\{(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \rho \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}\} \end{aligned}$$

$J_1$ 에 대한 최저값은 제어-증감 벡터의 형태로 구해진다.

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (15)$$

$\tilde{\mathbf{u}}$ 의 첫 번째 행이 현재의 제어 입력이 된다.

$$u(t) = u(t-1) + \tilde{\mathbf{g}}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (16)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{g}}^T$ 는  $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$ 의 첫 번째 행이다.

### 4. 신경망 제어기

마찰 불확실성을 극복하기 위해 많은 다른 보상 기법들이 제시되어 왔다. 그것들 중 간단한 방법은 높은 피드백 이득을 사용하는 것이다. 그러나 이러한

한 접근 방법은 전체 시스템의 대역폭은 증가시키지만 잡음에 대해서 민감하게 되며 심지어 불안정성을 초래하게 된다. 가장 많이 사용되고 있는 제어기는 모델에 기반을 둔 마찰 보상기이다. 마찰 힘에 적당한 정밀도를 가지고 예측 가능하다면 그것과 같은 크기를 가지는 반대방향의 힘을 시스템에 적용함으로써 보상하는 방법을 취하고 있다. 여기서 마찰 힘의 예측을 위해 측정된 속도나 추정된 속도를 사용하면 이차적인 피드백 회로를 구성하게 된다. 쿨롱 마찰 모델은 불연속이고 급격한 변화를 보이기 때문에 측정된 속도나 추종된 속도의 사용은 안정성 문제를 일으킨다[3]. 기준 입력을 사용하게 되면 시스템에 적용되는 힘은 피드포워드 회로를 구성하게 되고 안정성 측면에서 덜 민감함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 정확한 마찰 모델의 예측을 위해 기준 속도 신호를 입력으로 하는 신경망을 사용하였다. 신경망의 함수 사상 능력을 이용하여 비선형 함수인 마찰 힘을 오차-역전파 알고리즘에 의해 추정하였다. 본 연구에서 적용하는 신경망 제어기는 피드포워드 제어기의 역할을 하게 되며 시스템내의 쿨롱 마찰을 상쇄하기 위한 제어 입력을 발생시키기 위해 다음과 같은 구조로 학습되어진다.

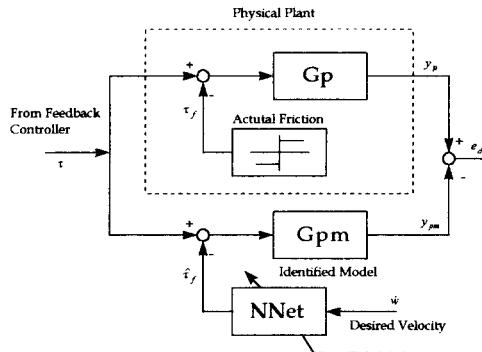


Fig. 2 Scheme for the friction learning

출력  $y_f$ ,  $y_{pm}$ 은 다음과 같다.

$$y_f = G_p[\tau - \tau_f] = G_p\tau - G_p\tau_f \quad (17)$$

$$y_{pm} = G_{pm}[\tau - \hat{\tau}_f] = G_{pm}\tau - G_{pm}\hat{\tau}_f \quad (18)$$

여기서  $G_p$ ,  $G_{pm}$ 은 실제 시스템의 전달 함수와 최소 제곱법 등 기존의 시스템 규명에 의해 찾아진 규명 모델(Identified model)을 각각 나타낸다.  $\hat{\tau}_f$ 는

신경망 제어기의 출력력을  $\tau_f$ 는 시스템내에 존재하는 쿨롱 마찰을 나타낸다.

만약  $G_p = G_{pm}$ 이면 다음과 같다.

$$e_d = y_f - y_{pm} = G_p[\tau_f - \hat{\tau}_f] \quad (19)$$

이것은  $e_d \rightarrow 0$  일 때,  $\hat{\tau}_f \rightarrow \tau_f$ 을 의미한다. 따라서  $y_p$ 와  $y_{pm}$ 의 오차에 의해 학습되어진 신경망은 시스템의 마찰 힘을 학습함을 알 수 있다. 그리고 이것은 마찰 항들 뿐만 아니라 시스템내에 존재하는 불확실성도 같이 학습할 수 있음을 의미한다. 학습되어진 신경망 제어기는 일종의 외란 관측기와 같은 역할을 수행하는 피드포워드 제어기로서 피드백 제어기인 예측제어기와 함께 그림 3과 같이 쓰이게 된다.

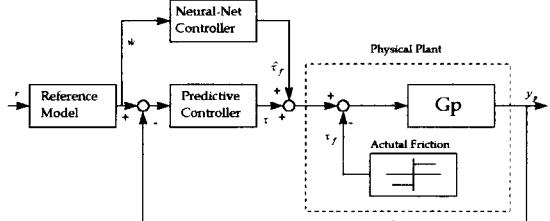


Fig. 3 Predictive & Neural hybrid Control

위의 학습 방법은 기존의 선형 제어기의 동역학 구조에 영향을 주지 않고 선형 제어기 설계에서 고려하지 못한 비선형 항들과 모델링 되지 않은 항들만을 보상하는 장점을 가지고 있다.

## 5. 수치 실험 및 고찰

제안된 복합 제어기의 성능을 확인하기 위한 수치 실험을 위해서 시스템 매개변수는  $k = 0.05 \text{ Nm/rad}$ ,  $J_m = J_l = 0.0004 \text{ Nms}^2/\text{rad}$ ,  $b_l = b_m = 0.0015 \text{ Nms/rad}$ ,  $c_m = c_l = 0.05$ 로 하고 샘플링 시간은 0.005 sec로 하였다.

우선 예측제어 이론을 적용하여 진동을 저감시키고 추종 성능을 향상시켰다. 예측제어기는 많은 설계 변수를 가지고 있고 적절한 설계변수의 설정이 중요한 문제이다. 우선 제어영역  $H_c$ 는 일반적으로 B다항식의 차수보다 높게 설정된다. 이는 피드백 제어시 모든 시스템 상태가 피드백됨을 의미한다.[2] 가장 문제가 되는 것은 최대 예측 영역  $H_p$ 의 설정이다.  $H_p$ 의 계속적인 증가가 항상 좋은 결과를 가져오지는 않기 때문이다. 그림4,5에서와 같이  $H_p = 4$  일 때 보다  $H_p = 10$  일 때 오버슈트가 감소함을 알 수 있지만 약간의 시간 차짐을 보이고 있다.

그러나 마찰을 고려하였을 때 예측제어기만의 제어에서는 그림6과 같이 마찰항에 의해서 정상 상태오차를 가져온다. 마찰항을 보상하기 위해 신경망 제어기를 그림2와 같은 구조로 학습시켰고 복합제어

기능 다음과 같은 그림7과 같이 궤적을 추종하였고 운동 시스템의 진동과 마찰을 보상함을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 기계시스템의 동력전달부의 축-탄성과 비선형 마찰 불확실성을 고려하여 피드백 제어기로서 예측 제어기를 피드포워드 제어기로서 신경망 제어기를 사용한 복합 제어기를 설계하였고, 이를 2-관성 시스템에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다. (1) 예측제어기를 적용하여, 진동 저감을 얻을 수 있었다. (2) 신경망 제어기를 사용하여 마찰힘을 학습하였고 피드포워드 제어기로서의 역할을 수행하면서 피드백 제어기의 동역학적 구조를 간섭하지 않는 학습 구조를 제시하였다. (3) 제안된 신경망/예측 복합 제어기는 예측 제어기만을 사용한 운동제어에 비해 보다 우수한 명령 추종 성능을 보였다.

## 참고문헌

1. D. W. Clarke and C. Mohtadi, "Generalized Predictive Control, Part I,II", Automatica, Vol.23, No.2, pp137-160, 1987
2. R. Soeterboek, "Predictive Control, A Unified Approach", Prentice Hall, 1992
3. Armstrong-Hélouvry, B., "Control of Machines with Friction", Kluwer Academic Press, 1991
4. Li Yi and M. Tomizuka, "Robust Motion Control of Mechanical Systems with Compliance", Proceedings of CDC, pp2462-2467, 1996
5. J. H. Taylor and Jin Lu, "Robust Nonlinear Control System Synthesis Method for Electro-Mechanical Pointing Systems with Flexible Modes", Proceedings of ACC, pp 536-540, 1993

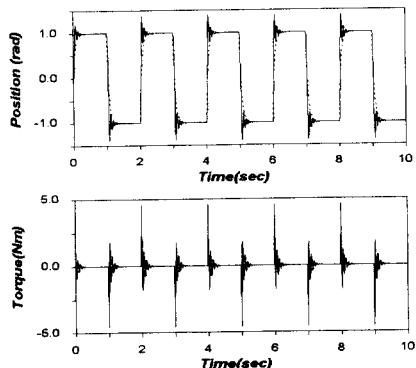


Fig. 4 Performance of the predictive control without friction( $H_c=4$ ,  $H_p=4$ ,  $\rho=0.1$ )

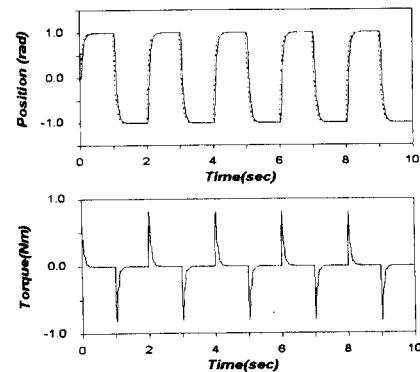


Fig. 5 Performance of the predictive control without friction( $H_c=4$ ,  $H_p=10$ ,  $\rho=0.1$ )

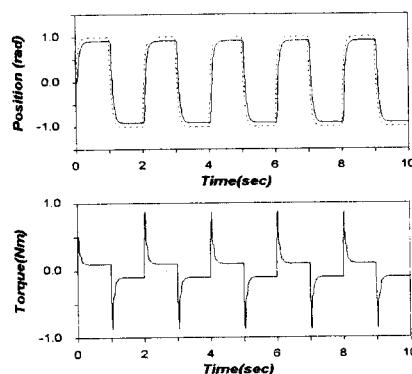


Fig. 6 Performance of predictive control with friction( $H_c=4$ ,  $H_p=10$ ,  $\rho=0.1$ )

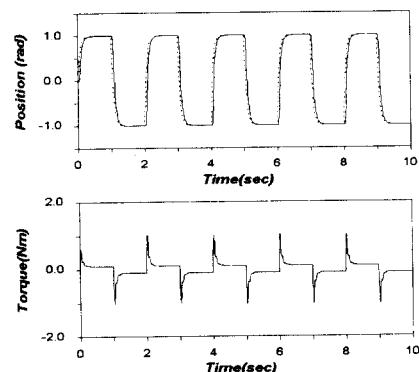


Fig. 7 Performance of predictive+NN Control with friction( $H_c=4$ ,  $H_p=10$ ,  $\rho=0.1$ )