

# 유압 회로 해석 모듈을 이용한 주파수 응답 해석에 관한 연구

## A Study on Analysis of Frequency Response with Hydraulic Circuit Analysis Module

전봉근(한양대 대학원), 송창섭(한양대), 이용주(한양대 대학원)  
 Bong-Geon Jun, Chang-Seop Song, Yong-Ju Lee

### ABSTRACT

The frequency response of a electro-hydraulic servo(EHS) system is studied. The frequency response characteristics of the EHS system obtained by linearization method, nonlinear simulation method, and experimentation are compared one another. It is found that the frequency response of the EHS is consistent when input signal applied is very small, but that is deviated as input signal becomes large.

**Key Words :** Electro-hydraulic Servo System(전기유압서보시스템), Frequency Response Characteristics (주파수응답특성), Linearization Method(선형화방법), Nonlinear Simulation Method(비선형모의실험방법)

### 1. 서론

본 논문에서는 유압회로의 대표적인 요소인 서보밸브와 유압모터를 적용한 EHS시스템을 사용하였다. EHS시스템의 각요소들을 선형화 모델링을 하여 구한 주파수 응답과 비선형 미분 방정식을 적용하여 시간 영역에서 모의실험을 수행한 결과치로 푸리에 변환(Fourier Transform)을 사용하여 구한 주파수 응답과 실험을 통하여 구한 주파수 응답을 비교 분석한다.[1]

### 2. 선형화를 통한 응답특성 해석

#### 2.1 서보 밸브 (servo valve)의 모델링

Fig. 1에 나타낸 서보 밸브는 전기적인 입력신호에 따라 유량의 흐름을 제어하는 유압요소로서, 입력신호에 따라 스플의 변위를 변화시키는 전기-기계 변환 부분과 기계적인 변위량에 따라 유량을 조절하는 부분으로 구성된다.

스플의 동특성을 결정하는 부분은 전달함수 내의 가장 낮은 이탈 주파수(break frequency) 임을 고려하여 서보밸브의 입력전류  $I$ 와 스플 변위  $x_v$ 와의 관계를 식(2.1)과 같이 간략하게 표시 할 수 있다.[2]

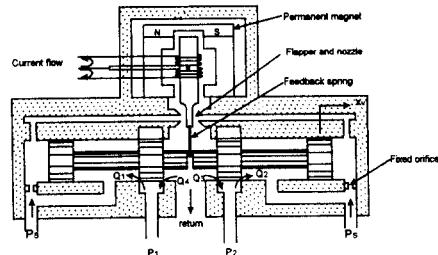


Fig.1 Electro-hydraulic servo valve

$$\frac{x_v(s)}{E_i(s)} = \frac{K_v}{1 + \tau_v s} \quad (2.1)$$

본 논문에서는 오리피스는 쌍대적(matched)이고 대칭적(symmetrical)이라고 가정하였고 또한 밸브는 임계 중립형 밸브(critical center or zero lapped valve)이며, 압축유량은 영(zero)으로 가정하면 부하 유량  $Q_L$ 은 식(2.2)와 같다.[3]

$$Q_L = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_0 \Delta P_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (2.2)$$

## 2.2 유압 모터의 모델링

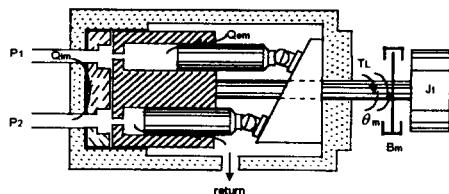


Fig.2 Hydraulic Motor

Fig. 2에 나타낸 유압 모터내의 압력분포는 일정하고 공동형상 (cavitation)은 발생하지 않는 것으로 가정하고, 유압모터의 누설과 유체의 압축성을 고려하여 연속방정식을 세우면 식(2.3)과 같다.[3]

$$Q_L(s) = D_m \theta_m(s) + C_{cm} P_L(s) + \frac{V_t}{4\beta_e} s P_L(s) \quad (2.3)$$

스프링부하가 없을 때의 모터와 부하의 토오크 평형 방정식은 식(2.4)과 같다.[4]

$$T_q(s) = P_L(s) D_m = J_t s Q_m(s) + B_m Q_m(s) + T_L(s) \quad (2.4)$$

식(2.2), 식(2.3), 식(2.4)를 연립하면 식(2.5)와 같다.

$$Q_m(s) = \frac{\frac{K_a}{D_m} x_v(s) - \frac{K_{ce}}{D_m^2} \left(1 + \frac{V_t}{4\beta_e K_{ce}} s\right) T_L}{\frac{V_t J_t}{4\beta_e D_m} s^2 + \left(\frac{B_m V_t}{4\beta_e D_m} + \frac{J_t K_{ce}}{D_m^2}\right) s + \frac{B_m K_{ce}}{D_m^2} + 1} \quad (2.5)$$

## 2.3 전체 시스템의 모델링

앞장의 유압 요소들의 모델링을 사용하여 본 논문에서 선택한 모델인 전기유압서보시스템에서 속도를 피드백(feedback)하는 경우의 블록선도를 그려 보면 Fig. 3 과 같다.

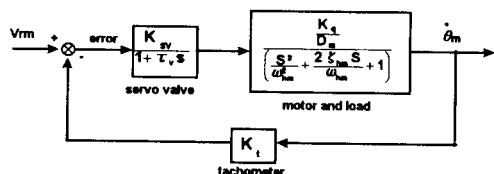


Fig.3 Block Diagram of the electro-hydraulic servo mechanism

## 3. 비선형성을 고려한 응답특성 해석

### 3.1 해석 방법

시스템의 비선형 특성을 그대로 나타내기 위해서 시간영역에서 적분 알고리즘을 사용한 모의실험을 통해 구한 데이터를 이용하여 주파수 영역의 응답특성을 구한다.

시간영역에서 구한 데이터를 푸리에변환(Fourier Transform)을 이용하여 주파수 영역의 데이터로 변환을 하고, 이 데이터를 사용하여 주파수 해석을 한다.

### 3.2 모의실험 프로그램

유압회로의 각 요소들을 각각의 모듈로 하여 각 모듈의 양단의 압력차에 의해 각 모듈에 발생하는 유량  $Q$ 를 계산한 후, 유량  $Q$ 에 의하여 각각의 체적에 발생하는 압력의 변화( $\Delta P$ )를 계산하는 반복적인 루프를 수행함으로서 시스템의 시간 영역의 데이터를 얻을 수 있도록 본 연구실에서 개발한 프로그램을 사용하였다.

#### 3.2.1 서보 밸브

밸브 스팔의 움직임은 식(3.1)사용하여 나타내고,

$$\tau_v \frac{dx_v}{dt} + x_v = k_v e_i \quad (3.1)$$

밸브 스팎의 변위에 따른 유량은 식(3.2)로 표시한다.

$x_v > 0$  일때 :

$$Q_1 = C_d w_v x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_1)}$$

$$Q_3 = C_d w_v x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} P_3}$$

$$Q_2 = Q_4 = 0$$

$x_v < 0$  일때 :

$$Q_2 = -C_d w_v x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_2)}$$

$$Q_4 = -C_d w_v x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} P_4} \quad (3.2)$$

$$Q_1 = Q_3 = 0$$

#### 3.2.2 유압 모터

유압 모터를 통하여 흐르는 유량  $Q_L$ 은 식(3.3)과 같고,

$$Q_L = D_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (3.3)$$

스프링 부하가 없을 때의 유압 모터의 토오크 평형 방정식은 식(3.4)과 같다.

$$T_q = P_L D_m = J_t \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} + T_L \quad (3.4)$$

### 3.2.3 압력 방정식

서보 밸브와 유압 모터의 연결부 체적  $V_1, V_2$ 의 압력을 구하는 방정식은 식(3.5), 식(3.6)과 같다.

$$\frac{dP_1}{dt} = \begin{cases} \frac{\beta_e}{V_1} (Q_1 - Q_L) & [x_v > 0] \\ \frac{\beta_e}{V_1} (Q_L - Q_4) & [x_v < 0] \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \begin{cases} \frac{\beta_e}{V_2} (Q_L - Q_3) & [x_v > 0] \\ \frac{\beta_e}{V_2} (Q_2 - Q_L) & [x_v < 0] \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.3 주파수 해석

이산신호에 대한 푸리에 변환(Fourier Transform)은 식(3.7)과 같다.

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{j k \omega} \quad (3.7)$$

본 논문의 전체 시스템의 전달함수를  $G(s)$ 라 하고 입력함수  $e_i(t)$ 를 가하여 출력함수  $\dot{\theta}_m(t)$ 를 얻는 경우, 시스템의 주파수 응답특성  $G(j\omega)$ 는 식(3.8)과 같다.

$$G(j\omega) = \frac{E_i(j\omega)}{Q_m(j\omega)} \quad (3.8)$$

본 논문에서는 푸리에 변환(Fourier Transform)의 도구로서 FFT(Fast Fourier Transform)을 사용하였다.

## 4. 실험장치 및 방법

### 4.1 실험 장치

전기모터로 구동되는 정용량펌프에 의해 7MPa의

작동유가 서보밸브에 공급되고, 전기적 입력신호에 따라 제어되는 밸브수풀의 개도에 의해 유압모터에 공급되는 유량이 조절되어 속도가 결정된다. 유압모터의 속도제어는 타코미터(tachometer)로 측정된 출력신호와 입력신호의 차이에 의한 오차신호가 서보밸브에서 제어된 유량으로 속도를 제어하는 것이다.

### 4.2 실험 방법

함수 발생기(Function generator)에서 일정한 주기 함수를 발생시키고, 함수 발생기에서 발생한 신호와 타코미터(tachometer)로 통하여 측정한 모터의 속도를 오실로스코프(Oscilloscope)에서 측정한다.

실험에서 얻은 시간영역(Time Domain)의 데이터를 윈도우잉(Windowing)과 푸리에 변환(Fourier Transform)을 거쳐서 시스템의 주파수 영역 특성을 계산한다.[5][6]

### 5. 모의실험, 실험 결과와 고찰

Fig.4, Fig.5는 각각 0.6V, 0.13V의 스텝입력을 주었을 때 주파수 응답을 실험과 비선형 모의실험, 선형 모의실험을 통하여 구한 결과이다.

각 결과치를 보면 비선형 모의실험을 통하여 구한 보드선도(Bode plot)가 실험을 통하여 구한 보드선도(Bode plot)와 대체적으로 잘 일치하나, 선형 모의실험은 0.6V에서는 잘 일치하지 않는 것을 볼 수 있다.

약 10 ~ 20 Hz에서 선도가 급격한 변화를 보이는 것을 볼 수 있다.

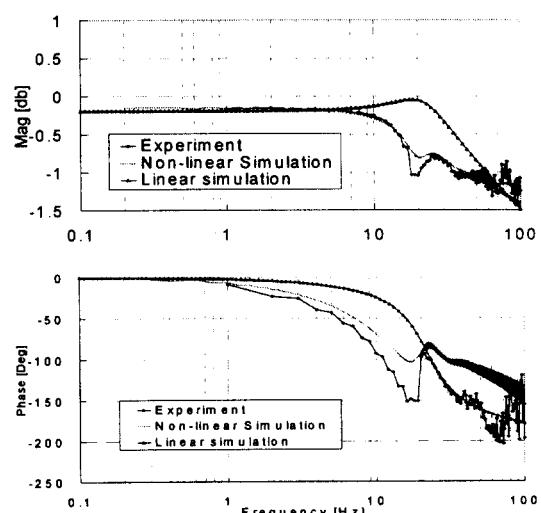


Fig.4 Bode diagram of experiment and non-linear simulation to 0.6V input

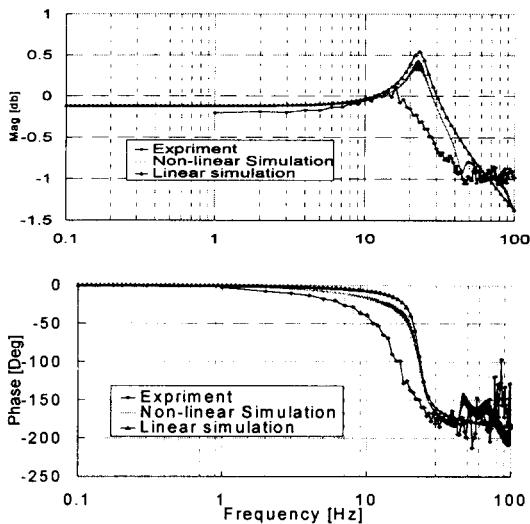


Fig.5 Bode diagram of experiment and non-linear simulation to 0.13V input

## 6. 결론

본 논문에서 사용한 전기유압서보시스템의 속도제어를 실험과 비선형 모의실험, 선형화한 모델링을 통하여 고찰해본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 실험에서 구한 보드선도(Bode plot)와 모의실험을 통한 보드선도는 입력전압이 작은 경우는 잘 일치하나, 큰 경우는 선형모의실험의 경우에 많은 차이를 보이고 있다. 이는 밸브의 작용점이 영점에 벗어남으로 생기는 것으로 유압회로의 비선형 특성에 의한 것이다.
2. 속도제어의 경우 밸브의 작용점이 영점에만 있는 것이 아니므로 선형화를 하여 모델링을 하는 것은 오차가 발생될 가능성성이 있다.

## 참고 문헌

1. Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schafer, "Discrete-time Signal Processing," Prentice-Hall International, Inc., 514-580, 1989
2. W.J.Thayer, "Transfer Function for Moog Servovalves." Moog Tech. Bulletin 103, Servo controls, Inc. 1965
3. Herbert E. Merritt, "Hydraulic Control Systems", Jhon Wiley & Sons, Inc. 133-145, New York 1967
4. merrit, H.E., and J.T. Gavin, "Friction Load on Hydraulic Servos," Proc. Natl. Conf. Indl.

Hydraulics, 16, 174, 1962

5. R.B.Randall, B. Tech., B.A. "Frequency Analysis", Brüel & Kjær Korea Ltd. 146-184, 1987
6. Samuel D. Stearns and Ruth A. David, "Signal Processing Algorithms in Matlab," Prentice Hall P T R Prentice-Hall, Inc., 1996