

R/C보에서 아취현상에 기초한 전단강도 산정

A Derivation of Shear Strength Equation based on Arch Action in Reinforced Concrete Beams

김 우* *김 대 중**
Kim, Woo Kim, Dae Joong

ABSTRACT

An equation is proposed to predict ultimate shear strength. The equation on ultimate shear strength, which is purely based on analytical premises, is similar form to ACI code (11-6) which is derived mainly from empirical approach. Furthermore, the strength predicted by the proposed equation show better correlation with the tested values than the values calculated by Zsutty's formula.

1. 서 론

구조역학에 기초하면 전단력은 보의 중방향 휨모멘트변화율이다. 철근콘크리트보에서도 휨모멘트변화율과 전단력의 관계에 의하면, 전단저항의 기본메카니즘은 보작용(*beam action*)에 의한 전단저항과 아취작용(*arch action*)에 의한 전단저항으로 조합되어 있다. 보작용에 의한 전단저항은 일정한 내부모멘트팔길이를 갖는 철근인장력이 보의 길이방향에 따라 변화되어 평형을 이루려고 하는 거동이며, 아취작용에 의한 전단저항은 철근과 콘크리트 사이의 부착이 전단지간 전체에 걸쳐 파괴되면 철근인장력이 일정하므로 콘크리트의 경사내부압축(*inclined internal compression*)에 의한다는 것이다. 일반적으로 철근콘크리트보에서는 활동(*slip*), 균열등 때문에 보작용에 필요한 완전부착은 기대할 수 없다. 이와 같이 철근콘크리트보의 전단저항메카니즘은 보작용과 아취작용에 의한 전단저항이 조합되어 작용하는 것은 분명하다.

현재 시방서에서 사용되는 전단강도식은 콘크리트 인장강도가 전단저항에 영향을

주는 주요소로 하여 $\sqrt{f'_c}$, 균열제어를 나타내는 주인장철근비 $p(=A_s/bd)$ 및 전단지간대 유효높이의 비(a/d)로 나타낸 실험결과를 근거로 하여 얻은 반경험적 설계식인데, 전단저항메카니즘인 보작용 및 아취작용과 같은 서로 다른 두 메카니즘의 강도를 예측하는 데는 한계가 있으며, 지금까지 보작용과 아취작용의 각각 성분에 영향을 주는 모든 인자와 두 메카니즘의 상호작용은 명확히 규명되지 못하고 있는 실정이다. 그러나 지금까지는 아취현상을 정량화한 결과가 없었기 때문에, 구조역학에 기초한 휨모멘트변화율과 전단력의 관계로부터 직접 미분하여 보작용과 아취작용을 동시에 고려한 철근콘크리트보의 전단강도식을 유도하는 것이 불가능하였다.

본 연구자들은 이전에 이미 아취현상을 정량화한 결과(참고문헌 1, 2)를 발표하였다. 따라서 본 연구에서는 아취현상을 정량화한 결과를 이용하여, 복부보강이 안된 철근콘크리트보의 전단저항메카니즘을 보작용과 아취작용을 동시에 고려하여 검토한 후, 구조역학에 기초한 이론적인 새로운 전단강도식을 제안하였다.

* 정희원, 전남대학교 토목공학과 부교수

** 정희원, 전남대학교 공업기술연구소 특별연구원

2. 복부보강이 안된 철근콘크리트보의 전단저항메카니즘

그림 1은 일정한 전단력을 갖는 단순지지 철근콘크리트보의 전단지간을 나타내고 있다. 지지점으로 부터 임의의 거리 x 만큼 떨어진 곳에서의 휨모멘트는 다음과 같이 표현할 수 있다.

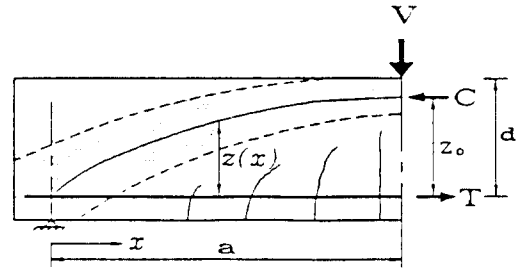
$$M = T \cdot z \quad (1)$$

여기서 $T = T(x)$ 는 각 단면에서의 주인장철근에 작용하는 인장력이며, $z = z(x)$ 는 각 단면에서의 내부모멘트팔길이(internal moment arm length)이다. 이전의 많은 연구결과 뿐만 아니라 본 연구자들의 실험결과에 의하면, 내부모멘트팔길이는 전 지간에 걸쳐 일정한 값을 갖는 관계적인 이론과는 다르게 아취모양으로 변화한다. 따라서 본 연구자들은 실험결과를 통계적인 방법인 회귀분석을 통하여, 실제 내부모멘트팔길이를 다음과 같이 정량화하여 발표하였다(참고문헌 1, 2).

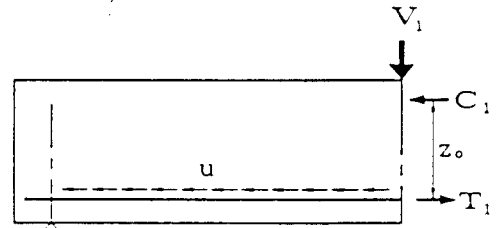
$$z_m(x) = z(x) = \left(\frac{x}{a}\right)^r z_0 \quad (2)$$

여기서 $r = 1.043 (d/a)^{0.703} (p)^{-0.122}$ 이며, z_0 는 순수휨모멘트구간에서의 내부모멘트팔길이로서 탄성이론(linear theory) 또는 극한이론(limit theory)으로 부터 쉽게 구할 수 있다. 보의 지간이 상대적으로 길어 휨의 지배를 받는 보에서는 극한이론에 의해 구한 z_0 값이 보다 정확하다. 반면에 보의 지간이 상대적으로 짧아 전단의 지배를 받는 보에서는 탄성이론에 의해 구한 z_0 값이 보다 정확하다. 정확한 z_0 값은 위와 같은 두 방법에 의하여 구한 값 사이에 존재할 것이므로 그림 2에 나타낸 바와 같이 다음과 같이 단순화시킬 수 있다³⁾.

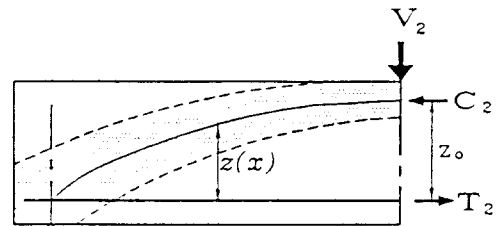
$$z_0 = (1 - \sqrt{p})d \quad (3)$$



(a) Equilibrium in the shear span of a R/C beam



(b) Beam action contribution to shear



(c) Arch action contribution to shear

Fig. 1 The principal mechanisms of shear resistance

보의 종방향 휨모멘트 변화율과 전단력의 잘 알려진 관계를 식 (1)과 조합하여 정리하면 전단력은 다음과 같다.

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx} (T \cdot z) = z \frac{dT}{dx} + T \frac{dz}{dx} \quad (4)$$

$$V = V_1 + V_2, V_1 = z \frac{dT}{dx}, V_2 = T \frac{dz}{dx}$$

V_1 항은 내부모멘트팔길이는 일정하고 철근인장력 T 가 보의 길이방향에 따라 변화되어 외부 모멘트와 평형을 이루려고 하

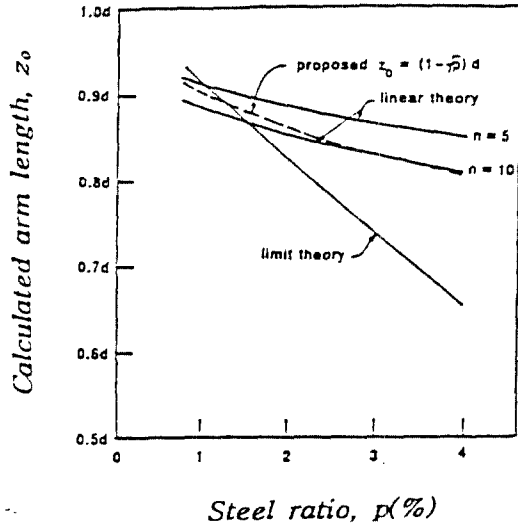


Fig. 2 Variation of internal moment arm length

는 휨부재의 거동을 표현한다. 즉, V_1 항은 보작용에 의한 전단저항을 나타내고 있다. V_2 항은 아취작용에 의한 전단저항을 나타내고 있다.

지금까지 발표된 연구결과에 의하면, 아취작용은 부착이 완전히 소실되는 극한하중단계에서만 일어나는 현상으로 알려져 있다. 그러나 보통 철근콘크리트보에서 활동(slip), 균열등에 의해 보작용에 필요한 완전 부착은 기대할 수 없으므로 아취작용은 극한하중단계에서만 아니라 초기하중단계에서도 발생할 것이다. 따라서 전단력은 보작용과 아취작용이 조합하여 저항되며, 식 (4)와 같이 두 메카니즘의 합으로 표현된다.

3. 보작용이 부담하는 전단력

보작용에 의한 전단저항을 나타내는 V_1 의 철근인장력의 변화율인 dT/dx 항은 보의 단위길이당 휨철근에 작용하는 부착력(bond force)이다. 많은 연구자들의 부

착실험결과에 의하면, 부착력은 $(f_c)^{0.5}$ 에 비례한다. 따라서 철근인장력의 변화율 dT/dx 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dT}{dx} = k_1 (f_c)^{0.5} \quad (5)$$

잘 알려진 바와 같이 전단파괴는 경사균열에 의해 발생되며, 경사전단균열 발생위치는 대략 유효깊이 d 로 표현할 수 있다. 따라서 식 (2)에 $x=d$ 로 대입하고, 식 (3), (4) 및 (5)를 이용하여 정리하면, 보작용에 의한 전단저항 V_1 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_1 = k_2 (1 - \sqrt{p}) (f_c)^{0.5} \left(\frac{d}{a}\right)^r b d \quad (6)$$

여기서 $k_2 = k_1/b$ 이다.

4. 아취작용이 부담하는 전단력

아취작용이 부담하는 전단력 V_2 를 유도하기 위하여 $T = f_s p b d$ 로 놓고, 식 (4)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V_2 = p (1 - \sqrt{p}) \frac{r}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{r-1} f_s b d^2 \quad (7)$$

식 (7)에 앞절에서 설명한 바와 같이 $x=d$ 로 대입하고, f_s 는 일정하다고 하고, $r = 1.043 (d/a)^{0.703} (p)^{-0.122}$ 을 대입하여 정리하면, 아취작용에 의한 전단저항 V_2 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} V_2 &= k_3 p (1 - \sqrt{p}) r \left(\frac{d}{a}\right)^r b d \\ &= k_4 p^{0.878} (1 - \sqrt{p}) \left(\frac{d}{a}\right)^{r+0.703} b d \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $k_4 = 1.043 k_3$ 이다.

5. 복부보강이 안된 철근콘크리트보의 전단강도

철근콘크리트보의 전단저항메카니즘은 앞서도 설명했듯이 보작용과 아취작용이 조합하여 외부전단력에 저항한다. 즉, 철근콘크리트보의 전단강도는 두 메카니즘의 합 V_1+V_2 로 표현된다. 따라서 식 (6) 과 식 (8)을 합하여 정리하면, 철근콘크리트보의 전단강도식은 다음과 같다.

$$V = k_2(1-\sqrt{p})\left(\frac{d}{a}\right)^r [(f_c')^{0.5} + k_5 p^{0.878} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.703}] bd \quad (9)$$

여기서 $k_5 = k_4/k_2$

$$r = 1.043(d/a)^{0.703}(p)^{-0.122}$$

식 (9)는 휨모멘트 변화율과 전단력의 관계로 부터 이론적으로 유도한 식이다. 따라서 식 (9)는 구조역학에 기초한 이론식인데, 실험결과에 기초한 ACI 전단강도식과 비슷한 형태이다. 지금까지 많은 연구자들에 의해 수행된 551개 철근콘크리트보의 전단실험결과를 이용하여 식 (9)의 k_2 와 k_5 를 결정하였다. 551개의 실험자료를 이용하여 통계적인 방법인 다중회귀분석한 결과, k_2 와 k_5 는 각각 0.756과 2592 였다. 따라서 이와 같은 k_2 , k_5 값과 식 (9)로 부터 최종적인 철근콘크리트보의 전단강도식은 다음과 같다.

$$V_u = 0.756(1-\sqrt{p})\left(\frac{d}{a}\right)^r [(f_c')^{0.5} + 2592 p^{0.878} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.703}] bd \quad (10)$$

여기서 $r = 1.043(d/a)^{0.703}(p)^{-0.122}$ 이다.

6. 결론

본 연구에서는 구조역학에 기초한 휨모멘트변화율과 전단력의 관계와 많은 연구자들의 실험결과로 부터 복부보강이 안된 철근콘크리트보의 전단강도에측식을 식 (10)과 같이 제안하였다. 지금까지 발표된 철근콘크리트보의 전단강도에측식은 무수히 많으나 그 중에서 가장 널리 알려진 ACI (11-6)식과 Zsutty식을 선택하여, 본 연구의 식 (10)과 함께 신뢰성을 검토하기 위해서 551개의 실험자료와 비교하여, 그 결과를 표 1 및 그림 3, 4, 5, 및 6에 나타냈다. 표 1에서 알 수 있듯이, 식 (10)에 의한 예측치는 표준편차가 0.245로서 ACI (11-6)식의 0.989, Zsutty식의 0.266보다 좋은 결과를 나타냈다.

그림 3, 4, 5 및 6은 많은 연구자들의 복부보강이 안된 철근콘크리트보의 전단실험에서 측정된 극한전단강도와 본 연구의 식 (10), ACI (11-6)식 및 Zsutty식으로 계산한 극한전단강도를 각각 예측식별로 분석한 자료이다. ACI (11-6)식은 a/d 와 철근비가 작아지고 콘크리트압축강도가 증가할수록 분산이 심해짐을 알 수 있다.

지금까지 발표된 대부분의 전단강도에측식은 아취작용에 의한 전단저항을 예측식에 합리적으로 표현하지 못하여 아취작용이 현저한 작은 a/d 를 갖는 철근콘크리트보에서 전단강도 예측값은 분산이 심하였다. Zsutty식도 마찬가지로 이와 같은 아취작용의 영향을 고려하기 위해서 a/d 에

Table 1 Statistical comparison of the adequacy of Eq.(10) with ACI and Zsutty's formula

	$\frac{\text{measured } v_u}{\text{calculated } v_u}$		
	Eq.(10)	ACI 318	Zsutty
Mean	0.948	1.658	1.035
Standard Deviation	0.245	0.989	0.266

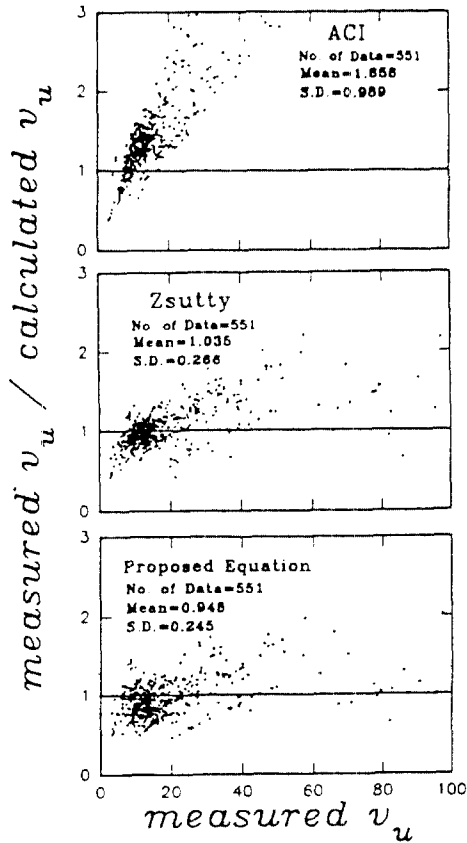


Fig. 3 Comparison of the adequacy of Eq.(10) with various equations

따라 구별하여 전단강도식이 제안되어 있다. 표 1 및 그림 3, 4, 5 및 6에 나타난 Zsutty식에 의한 전단강도비는 a/d 가 2.5이상일 때의 제안식과 2.5미만일 때의 제안식으로 a/d 에 따라 구별하여 전단강도를 산정한 결과이다. 반면에 본 연구에서 제안한 식 (10)은 a/d 에 따라 구별하지 않고 전단강도를 산정하였다. 그럼에도 불구하고 식 (10)의 결과는 Zsutty식의 결과보다 더 좋은 표준편차를 보였다. 특히, 본 연구의 식 (10)은 a/d 가 2.5미만인 경우에서 Zsutty식보다 더욱 실제값과 잘 일치하고 있다. Zsutty식은 $a/d=2.5$ 를 기준으로 전단강도식이 구별하여 제안되어 있으므로, a/d 에 따라 식 (10)과 Zsutty식을 비교해

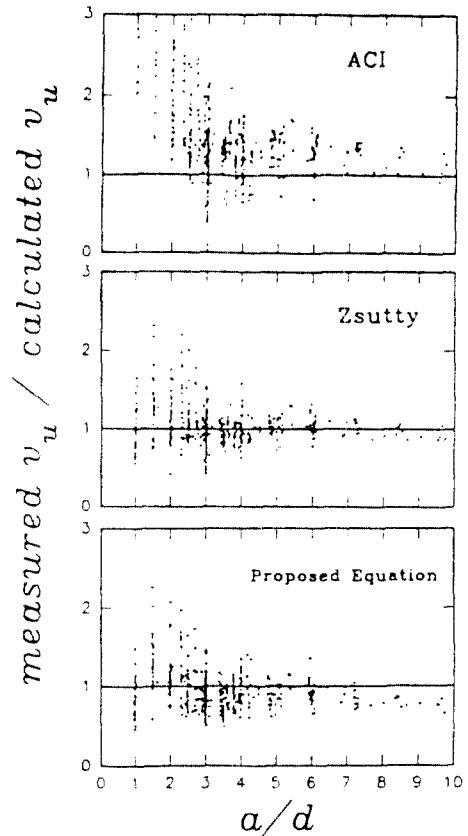


Fig. 4 Comparison of various equations with respect to a/d

보기 위해서 $a/d=2.5$ 를 기준으로 a/d 에 따라 구별하여 표준편차를 구하여 표 2에 나타냈다. 표 2에서 알 수 있듯이, a/d 가 2.5미만에서는 식 (10)의 표준편차가 0.335로서 Zsutty식의 0.402보다 훨씬 좋은 결과를 보이고 있다. 이것은 본 연구의 식 (10)은 휨모멘트 변화율과 전단력의 관계로부터 이론적으로 유도한 식으로서 아취작용에 의한 전단저항이 합리적으로 예측식에 표현되어 a/d 의 변화에 따라서도 분산되지 않고 강한 안정성을 갖기 때문이다.

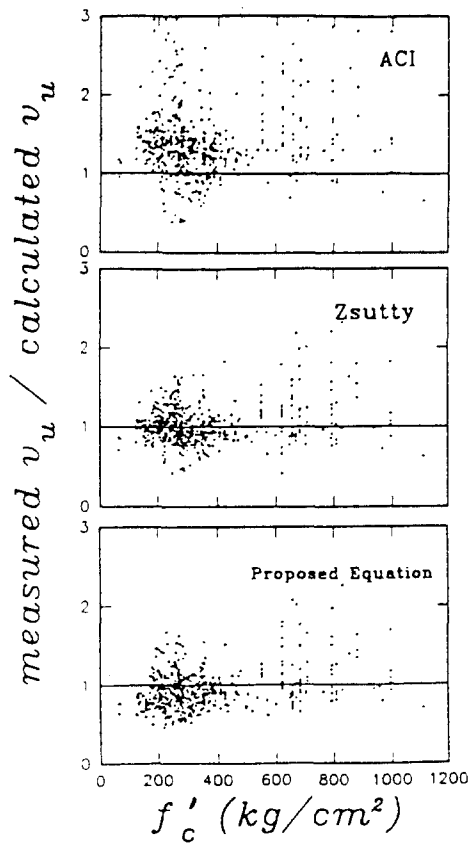


Fig. 5 Comparison of various equations with respect to f'_c

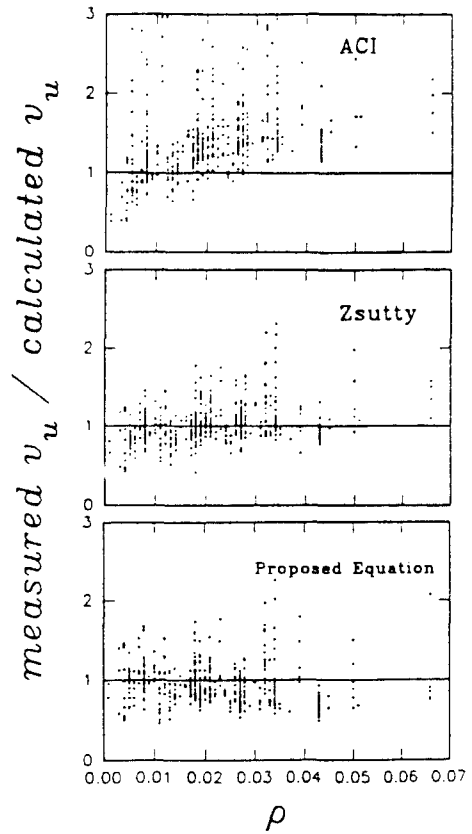


Fig. 6 Comparison of various equations with respect to Longitudinal Reinforcement

Table 2 Statistical comparison of Eq.(10) and Zsutty's formula with respect to a/d

	Standard Deviation of $\frac{\text{measured } v_u}{\text{calculated } v_u}$	
	Eq.(10)	Zsutty
$a/d < 2.5$	0.335	0.402
$a/d \geq 2.5$	0.183	0.181
all over a/d	0.245	0.266

참고 문헌

1. 김 우, 김대중, 모귀석, 고광일, "철근콘크리트보에서의 아취현상에 대한 연구," 한국콘크리트학회논문집 제6권 2호, 1994년 4월, pp180-187.
2. 김 우, 김대중, "철근콘크리트보에서의 주철근인장력에 미치는 아취현상의 영향," 대한토목학회 1994년도 학술발표회 논문집 (I), pp.193-196.
3. Kim, W., "Shear-Critical Cracks in Reinforced Concrete Beams Without Web Reinforced : Their Initiation and Propagation," Ph. D. Thesis Dept. of Structural Engineering, Cornell University, Ithaca, N.Y., Aug. 1986.