

회전자 편심과 슬롯의 영향에 의한 공극의 자속밀도분포 해석

이은웅, 조현길, 김종겸

충남대학교 전기공학과 한국수자원공사

Analysis of air gap flux density distribution by the rotor eccentricity and slot effects

Lee, Eun-Woong Cho, Hyun-Gil Kim, Jong-Gyeum
Chungnam National Univ. Dept of Electric Engineering, KOWACO

Abstract

This paper analyzes air gap flux density of the induction motor with the rotor eccentricity and slot effects using Fourier series and FEM. We establishes the validity of results by analyzing the space harmonic order,

따라 공극의 길이 δ 는 식(2-1)과 같이 변화한다.

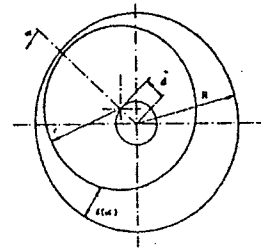


그림 1 회전자가 편심일 때의 공극

$$\delta(\alpha) = \delta_m(1 - \epsilon \cos \alpha) \quad (2-1)$$

여기서 평균 공극길이 $\delta_m = R - r$, 편심율 $\epsilon = d/\delta_m$ 이다.

1. 서론

고정자의 형상을 단순화하고 철심의 투자율을 무한대로 가정하며 퍼어미인스법을 이용하여 농형유도전동기의 회전자의 편심이 공극내 에너지 분포에 미치는 영향이 해석된 바 있다.^[1] Dorrel David. G는 농형유도 전동기의 출력 토오르크에 미치는 회전자 편심의 영향을 연구하여 편심율이 커지게 되면 일반적인 수식이 실험치와 잘 일치되지 않음을 밝혔다.^{[2][3]}

편심된 회전자의 공극위치에 따른 자기 콘덕턴스 λ 는 식(2-2)와 같다.

$$\lambda = \frac{1}{\delta(\alpha)} = \frac{1}{\delta_m(1 - \epsilon \cos \alpha)} \quad (2-2)$$

공극의 콘덕턴스 λ 는 고정자의 내경을 1주기로 변화하므로 푸리에급수로 나타내면 식(2-3)과 같다.

$$\lambda = \frac{1}{\delta_m} \{ \lambda_0 + \lambda_1 \cos \alpha + \dots \} \quad (2-3)$$

이미 고정자 치절(slot pitch)과 슬롯폭(slot width)의 비에 따라 슬롯 고조파가 다르게 될과 고정자와 회전자 슬롯수의 조합의 영향에 의한 공극 자속밀도 분포를 이미 발표한 바 있다.^{[4][5]} 이를 토대로 본 논문에서는 회전자 편심과 슬롯의 존재를 고려하여 공극의 고조파 성분 자속을 푸리에 급수를 전개하여 해석한 결과와 해석 영역을 간략화하지 않은 채 유한요소법으로 해석한 결과를 비교하여 검토하였다.

고정자의 중심에서 공극길이 평균값을 위하여 자기 콘덕턴스의 평균 λ_0 와 변화값 λ_1 을 구하면 식(2-4)와 같게 된다.^{[2][3]}

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \epsilon^2)}}, \quad \lambda_1 = 2 \times \frac{1 - \sqrt{1 - \epsilon^2}}{\epsilon \sqrt{(1 - \epsilon^2)}} \quad (2-4)$$

2. 회전자의 편심으로 인한 공극 자속밀도의 푸리에 급수표현

유도전동기 회전자의 중심이 고정자의 중심에 일치하지 않으면 고정자에 의한 기자력은 공극의 길이가 짧은 쪽이 커지고 다른 한쪽은 상대적으로 작아지게 된다. 회전자의 반경을 r , 고정자의 반내경을 R 이라고 하면 그림1의 편심 d 와 고정자 중심과 회전자 중심을 연결하여 연장선을 기준으로 한 원주상의 각 α 에

편심율 ϵ 이 0.7 이하이면 식(2-4)는 식(2-5)과 같이 근사화 된다.

$$\lambda_0 \cong \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2/2}}, \quad \lambda_1 \cong \frac{\epsilon}{1-\epsilon^2/2} \quad (2-5)$$

여기서 $\lambda_0 = u$, $\lambda_1 = \epsilon v$ 이라고 하면, 공극의 자기 콘덕턴스 λ 는 식(2-6)과 같다.

$$\lambda(\alpha, t) = \frac{1}{\delta_m} (u + \epsilon v \cos \alpha) \quad (2-6)$$

자기 콘덕턴스는 u 가 일정하므로 $\epsilon v / \delta_m \cos \alpha$ 로 변화하게 된다.

고정자 슬롯수 z_1 이 존재하므로 서 발생하는 슬롯 제 1 고조파와 회전자 편심으로 발생하는 고조파의 간섭으로 공극의 자기콘덕턴스는 식(2-7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \lambda(\alpha, t) &= (u + \epsilon v \cos \alpha)(\lambda_0 + \lambda_{s1} \cos z_1 \alpha) \\ &= u\lambda_0 + u\lambda_{s1} \cos z_1 \alpha + \epsilon v \lambda_{s1} \cos \alpha \\ &\quad + \frac{1}{2} \epsilon v \lambda_{s1} (\cos(z_1 + 1)\alpha + \cos(z_1 - 1)\alpha) \end{aligned} \quad (2-7)$$

여기서 λ_0 와 λ_{s1} 은 슬롯의 영향으로 나타나는 평균 자속밀도와 슬롯 제 1고조파이다.^[34]

1극에서 발생하는 기자력의 고조파 차수 ν_p 와 공극의 전 둘레에 고정자에 의한 기자력 $F(\alpha, t)$ 는 식(2-8)과 같다.

$$F(\alpha, t) = \sum_{\nu_p=0}^{\infty} F_{\nu_p} \sin(\omega t + \nu_p \beta \alpha) \quad (2-8)$$

여기서 $\nu_p = 6c \pm 1$ 이고, $c=0.1, 2, \dots$

식(2-7)과 식(2-8)으로 부터 고정자의 기자력의 기본파와 공극 콘덕턴스로 나타낸 공극 자속밀도는 식(2-9)과 같다.

$$\begin{aligned} B(\alpha, t) &= F_{\nu_p} u \lambda_0 \sin(\omega t \pm \nu_p \beta \alpha) \\ &\quad + F_{\nu_p} \frac{u \lambda_{s1}}{2} (\sin(\omega t \pm (\nu_p \beta - z)\alpha) \\ &\quad - \sin(\omega t \pm (\nu_p \beta + z)\alpha)) \\ &\quad + F_{\nu_p} \frac{\epsilon \lambda_{s1}}{2} (\sin(\omega t \pm (\nu_p \beta - 1)\alpha) \\ &\quad - \sin(\omega t \pm (\nu_p \beta + 1)\alpha)) \\ &\quad + F_{\nu_p} \frac{\epsilon \lambda_{s1}}{4} (\sin(\omega t \pm (\nu_p \beta - (z+1))\alpha) \\ &\quad - \sin(\omega t \pm (\nu_p \beta + (z-1))\alpha)) \end{aligned} \quad (2-9)$$

3. 회전자 편심을 해석하기 위한 유한요소법의 정식화

고조파 해석에 유한요소법을 적용하기 위하여 우선 다음과 같이 가정한다. 해석대상의 유도 전동기는 원통형으로 되어 있으나 직각좌표계를 사용하고 전류의 방향은 z 방향으로 흐르는 인가전류밀도 \hat{J}_0 이고, 인가 전류에 의한 자계 \hat{H} , 자속밀도 \hat{B} , 벡터 포텐셜 \hat{A} 이고, 스큐(skew)는 없는 것으로 가정하면 해석영역에서 식(3-1)-(3-4)의 맥스웰 방정식이 적용된다.

$$\nabla \times \hat{H} = \hat{J}_0 \quad (3-1)$$

$$\hat{B} = \mu \hat{H} \quad (3-2)$$

$$\hat{B} = \nabla \times \hat{A} \quad (3-3)$$

$$\nabla \times \nabla \times \hat{A} = \mu \hat{J}_0 \quad (3-4)$$

직각 좌표계에서 해석영역을 지배하는 방정식은 식(3-5)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \hat{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \hat{A}}{\partial y} \right) - j\omega \sigma (\hat{A} - \bar{A}) = -\hat{J}_0 \quad (3-5)$$

여기서 $-j\omega \sigma (\hat{A} - \bar{A})$ 는 와전류밀도이고, 평균자기벡터포텐셜 \bar{A} 는 해석영역의 와전류의 총합이 0이 되는 정수로 식(3-6)과 같이 선정하였다.

$$\int j\omega \sigma (\hat{A} - \bar{A}) ds = 0 \quad (3-6)$$

식(3-5)과 식(3-6)의 해석영역의 경계상의 자계의 접선 성분은 \hat{H}_b 라고 하면 범함수는 식(3-7)과 같다.

$$\begin{aligned} F &= \int \frac{1}{2\mu} \left[\left(\frac{\partial \hat{A}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{A}}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{j\omega \sigma}{2} (\hat{A} - \bar{A})^2 - \hat{J}_0 \int ds - \int \hat{H}_b \hat{A} dl \end{aligned} \quad (3-7)$$

식(3-7)의 변분을 명확하게 하기 위하여 식(3-8)의 자연경계조건을 고정자 철심 외부에 적용하였다.

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial \hat{A}}{\partial n} = \hat{H}_b = 0 \quad (3-8)$$

그림2의 선분 ab, cd에 식(3-8)의 자연경계조건을 적용하고, 호 ad, bc에 고정경계조건을 적용한다.

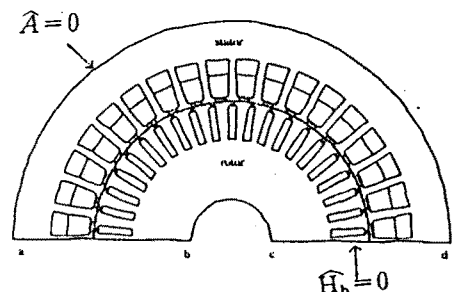


그림2. 해석 영역

식(3-8)의 해를 구하여 임의의 시간에서 공간고조파만을 고려하면 공극의 합성자속은 슬롯피치를 주기로 하는 공간 주기함수가 된다. 이 공극의 합성 자속의

각 고조파 성분을 분석하기 위하여 푸리에변환 알고리즘을 적용하면 식(3-9)과 같이 주기함수로 표현된다. [4][5]

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (3-9)$$

여기서 $c_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

삼각함수로 표현되는 c_k 와 \cos 항의 계수 a_k 와 \sin 항의 계수 b_k 는 식(3-10)과 같다.

$$c_k = \frac{1}{2}(a_k - jb_k), \quad c_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + jb_k) \quad (3-10)$$

여기서 $k > 0$ 이다.

식(3-9)과 (3-10)의 관계가 성립되는 주기함수는 주파수 영역으로 나타내지는 식(3-11)과 같다.

$$F(jk\omega_0) = \sum_{n=0}^{N-1} f(t) e^{-jk\omega_0 n/N} \quad (3-11)$$

식(3-11)의 공간과 시간, 주파수와 고조파 차수의 쌍대관계를 고려하면 식(3-12)과 같은 공간 고조파 차수를 분석할 수 있다.

$$H(\nu) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} h(\alpha) e^{-j2\pi\nu\alpha/N} \quad (3-12)$$

4. 회전자 편심과 비대칭에 대한 해석

4.1 해석 모델

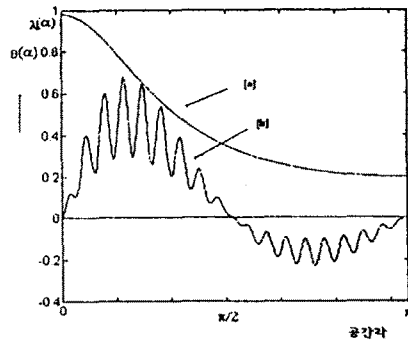
공극의 자속밀도 분포를 해석하기 위하여 대한전기학회 설계기준의 저압 3상 유도전동기로 선택하였다.

표1 해석모델

구분	규격	구분	규격
극수	4극	전공률자율	$4\pi \times 10^{-7} [H/m]$
정격 출력	1.5 [kw]	코일피치	#1 - #8
정격 전압	220[V]	고정자 외경	150[mm]
정격 전류	6.2[A]	고정자 내경	95.2[mm]
입력주파수	60[Hz]	회전자 외경	94.6[mm]
고정자슬롯수	36	고정자슬롯개방폭	3.5[mm]
회전자슬롯수	42	회전자슬롯개방폭	1.0[mm]
결선	성형결선	고정자슬롯깊이	0.8[mm]
코일당 턴수	33	회전자슬롯깊이	0.8[mm]
공극의 길이	0.3[mm]	축경	30[mm]
분포권		코일/ 슬롯	2

4.2 푸리에 급수에 의한 해석

회전자에 편심과 슬롯을 해석 모델 제원 표1을 고려하여 공극의 자속밀도 분포를 푸리에급수로 전개, 해석한다. 여기서 $R=47.6$, $r=47.3$, $d=0.1$, $\delta_m=0.3$, $u=1.04$, $\nu=0.30$ 이다. 편심으로 인한 자기 콘덕턴스 분포를 공간각에 따라 그림 3(a)에 나타내었다. 공극의 길이가 가장 작은 $\alpha=0$ 점의 자기콘덕턴스를 기준 1로 하면 $\alpha=\pi$ 인 곳에서의 자기콘덕턴스가 가장 작으며 $\pi < \alpha \leq 2\pi$ 에서는 $\alpha=\pi$ 을 중점으로 하여 대칭을 이루는 단극 특성을 가진다. 편심과 슬롯의 존재를 고려하여 식(2-13)으로 해석한 자속밀도분포는 그림3(b)이다. 식(2-13)에 물리적 상수를 적용하여 해석한 결과 상대(phase belt)에 의한 기본파의 크기를 1로 할 때 슬롯 제1고조파 성분의 크기는 0.694이고, 슬롯 고조파와 계단고조파, 편심에 의한 단극파의 합성으로 슬롯 고조파의 크기가 0.706으로 증가되었고, 이때 공극 보정계수(Carter factor)는 1.43이다.

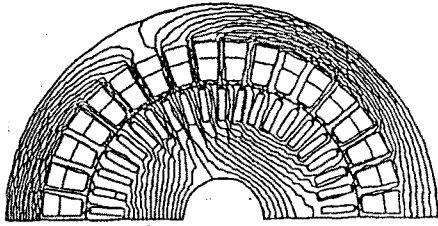


(a) 공극의 자기 콘덕턴스
(b) 공극의 자속밀도

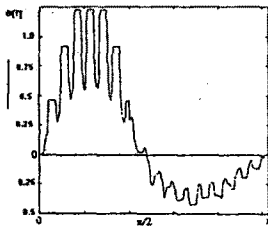
그림3. 편심회전자를 가진 공극의 자기콘덕턴스와 자속밀도

4.3 유한요소법에 의한 해석

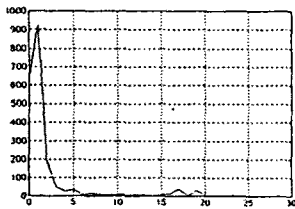
편심의 경우 회전자와 고정자가 방사 대칭을 이루고 $\alpha=0$ 을 기준으로 한 대칭만을 이루므로 해석 영역에서 주기경계조건을 고려하여 절반만을 해석하였다. 회전자와 고정자의 편심을 고려하여 지배방정식(3-5)의 해를 구하였고, 자속흐름도는 그림4(a)와 같다. 공극 중심에서의 자속밀도분포는 그림4(b)와 같으며, 자속밀도를 이산푸리에 변환하여 얻은 고조파 분석결과 그림4(c)와 같다.



(a) 자속흐름도



(b)공극의 자속밀도분포



(c) 이상푸리에 변환 결과

그림4 유한요소법에 의한 편심회전자 해석결과

4.4 푸리에 급수 해석과 FEM해석결과 비교

공극의 길이가 짧은 곳에서 슬롯의 영향이 크고 상대에 의한 고조파 성분의 왜곡이 크게 됨을 그림3(b)과 그림4(b)에서 알 수 있다. 그림 4(c)는 고조파 차수별 분석을 통하여 편심 대칭 되어 있는 자속밀도의 함은 "0"되지 않는 비대칭 단극특성 자속분포됨을 그림3(b)에서 알 수 있고 슬롯 영향이 공극의 자속밀도가 높은 점에서 크게 됨을 그림2(b)와 그림2(c)의 $1/4\pi$ 에서 $3/4\pi$ 인 점에서 자속밀도는 낮아 슬롯의 영향이 작게 됨을 알았다. 자속밀도의 비대칭으로 자기적 불평형에 놓이게 되므로 고정자와 회전자 사이에 자기적 흡입력이 존재하게 되고 슬롯 고조파가 비대칭이 된다.

5. 결론

편심회전자를 가진 공극의 자속밀도를 푸리에 급수를 전개하여 공간적 분포를 밝히고 계단고조파와 슬롯 고조파의 중첩에 의하여 슬롯수와 연관된 고조파의 크기와 차수를 밝혔으며, 유한요소법으로 해석영역에서 벡터포텐셜의 해를 구하여 공극의 자속밀도를 구하고 DFT를 적용하여 편심에 의한 고조파와 슬롯 고조파의 존재와 크기를 해석하였다. 이 두 해석방법의 결과가 잘 일치됨을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] Sang-Baek Kim, "The magnetic energy distribution of asymmetrical and eccentric the squirrel cage induction motor", pp.11-19, February, 1994.
- [2] Dorrel David G., "The influence of rotor eccentricity on the output torque of cage induction motors", ICEM 94, Paris, France, No.1, pp. 35-40, 1994.
- [3] R. Belmans, A. Vandeput, W. Geysen, "Influence of unbalanced magnetic pull on the radial stability of flexible shaft induction machines", IEE pt. B, Vol. 134, No.2 pp. 101-109, 1987
- [4] Lee Eun-Woong, et al, "Space harmonic field by interaction of stator and rotor slot", paper of summer symposium of KIEE at Tae-Dug, July, 1995
- [5] Eun-Woong Lee, et al, "Analysis of resultant harmonic field density in air gap for ratio teeth pitch vs slot width", paper of summer symposium of KIEE at Tae-Dug, July, 1995