

Karmarkar 알고리듬을 이용한 최적 발전시뮬레이션

송 길 영^{*} 김 용 하^{*} 오 광 해[†]

(* : 고려대학교 ** : 인천대학교)

Optimal Production Cost Evaluation Using Karmarkar Algorithm

K.Y. Song^{*} Y.H. Kim^{*} K.H. Oh[†]

(* : Korea University ** : Incheon University)

ABSTRACT

In this study, we formulate production costing problem with environmental and operational constraints into an optimization problem of LP form. In the process of formulation, auxiliary constraints on which reflect unit loading order are constructed to reduce the size of optimization problem by economic operation rules. As a solution of the optimization problem in LP form, we use Karmarkar's method which performs much faster than simplex method in solving large scale LP problem.

The proposed production costing algorithm is applied to IEEE Reliability Test System, and performs production simulation under environmental and operational constraints. Tests and computer results are given to show the accuracy and usefulness of the proposed algorithm in the field of power system planning.

1. 서론

발전시뮬레이션은 발전비용 및 각종 신뢰도지수를 계산하기 위한 방법론으로서 전원개발계획, 재무계획, 전력요금정책 등 각종 계통계획에 중요한 역할을 담당하고 있다 [1][2]. 이러한 발전시뮬레이션은 계통자료의 연대기적 특성을 반영하는 Monte Carlo 시뮬레이션 방법 [3][4]과 등기부하지속곡선을 사용하는 해석적 방법 [5][6]으로 대별된다. 이중 등기부하지속곡선을 사용하는 방법은 서로 다른 시고상황에 대한 반복 시뮬레이션이 필요가 없으며 부하의 연대기적 특성을 고려대상기간 단위로 압축한 부하자료를 사용함으로써 신속한 계산특성을 가지고 있다. 따라서 종래 대부분의 연구에서는 등기부하지속곡선에 의한 확률론적 발전시뮬레이션 방법을 주로 사용하고 있다. 이들의 적용 대상을 발전기의 운전 특성에 따라 분류하면 다음과 같다.

- ① 원자력 및 일반 핵력발전기의 운전모의 [7][8]
- ② 에너지제약을 가진 수력발전기의 운전모의 [9][10]
- ③ 특이한 운전특성을 가진 양수발전소의 운전모의 [11][12]

종래의 방법에서는 위와 같은 발전기 운전특성을 고려하기 위하여 각각 특별한 알고리즘을 사용하기 때문에 추가적으로 요구되는 사회적제약이나 기타 기술적 제약들을 고려하기가 어렵다. 특히 최근에 사회환경의 변화나 기술의 개발에 따라 대기환경문제에 대한 관심이 고조됨에 따라 대기오염물질배출량제약(이하 배출량제약)과 발전소 위치의 지역적 편중에 기인한 지역적 오염문제의 해결을 위해 지역책임발전량의 제약을 일반적으로 고려할 수 있는 발전시뮬레이션 알고리듬의 개발이 요구되고 있다.

이러한 발전시뮬레이션에서의 각종 제약은 고려대상기간동안의 발전기 발전량 기대치에 관한 제한이므로 부하지속곡선상에서 발전기 투입위치 또는 투입순서를 조절하여 만족시킬 수 있다 [13]. 즉 부하지속곡선상에 투입되는 가능한 발전기투입순서의 조합중에서 최소의 발전비용으로 모든 제약을 만족시키는 투입순서를

찾음으로써 최적 발전시뮬레이션 결과를 얻을 수 있다. 그러나 계통 발전기대수가 커지면 가능한 투입순서 조합의 개수가 너무 많아 현실적으로 계산이 불가능하다. 그러므로 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 발전기 투입순서를 반영하는 보조제약식을 "경제운전 규칙"과 "에너지불변성" [14][15]을 이용하여 구성하므로써 발전시뮬레이션 문제를 계산부담이 적은 LP 형태의 최적화문제로 정식화하였다. 정식화된 LP형태의 최적화 문제의 해법으로서 대규모 계통에서도 수렴특성이 좋은 Karmarkar 법 [16][17]을 이용하여 발전시뮬레이션 알고리듬의 효율성을 기하도록 하였다.

본 연구에서 제안한 발전시뮬레이션 알고리듬을 IEEE 신뢰도시험 계통에 적용하여 그 결과를 문헌의 결과와 비교하므로써 제안한 알고리듬의 정확성을 조사하였다. 또한 수력기의 다기취급 및 총 배출량제약 등이 발전시뮬레이션에 미치는 영향을 계산하므로써, 제안한 알고리듬은 각종 계통계획에 있어서 여러가지 유용한 정보를 제공할 수 있는 방법임을 입증하였다.

2. 최적화 문제로의 정식화

본 연구에서는 각종 제약을 포함한 확률론적 발전시뮬레이션문제를 LP형태의 최적화문제로 정식화 하였다. 이때 발전기투입순서를 효과적으로 반영하기 위해서 보조제약식은 "에너지불변성"과 "경제운전 규칙"을 이용하여 구성하였다.

2.1 에너지불변성 [14][15]

부하지속곡선상에 발전기가 투입되는 경우에 발전기의 투입위치가 바뀌면 개별발전기의 발전량은 발전기의 투입위치에 따라 달라지지만 발전량의 총 합계는 발전기의 투입위치 혹은 투입순서에 관계없이 항상 일정하다. 이런 특성을 에너지불변성(Energy Invariance Property)이라고 한다. 따라서 대의 발전기가 투입되는 경우에 있어서 에너지불변성은 식(2.1)로 표현할 수 있다.

$$\forall x \in U, \sum_{i=1}^n E_x(i) = \text{일정} \quad (2.1)$$

단, $U: P_n = n!$ 개의 발전기 투입순서를 달리한
발전기투입순서의 전체집합
 $E_x(i):$ 투입순서 x 에 따른 각 발전기의 발전량기대치

2.2 보조제약식의 구성

본 연구에서는 발전시뮬레이션 문제를 계산부담이 적은 LP 형태의 최적화문제로 정식화하기 위해서 고려해야 할 발전기 투입순서를 경제운전규칙으로 선별하고, 선별된 발전기 투입순서는 에너지불변성을 이용하여 선형 부등호 제약인 보조제약식으로 최적화 문제에 반영하도록 하였다.

이 과정에서 적용된 경제운전규칙은 다음과 같다.

규칙 1 : 화력발전기들은 연료단가에 의한 우선순위를 서로 유지 한다.

부하지속곡선은 단조감소 형태이므로, 부하지속곡선의 기저부하 부분에 투입될 수록 발전기의 발전량 기대치가 커진다. 따라서 화력 발전기들은 가능한 한 그림 2.1과 같이 연료단가에 의한 우선순위(Merit Order)를 유지하면서 등가부하지속곡선상에 차례대로 배치되어야 경제적인 투입순서가 된다.

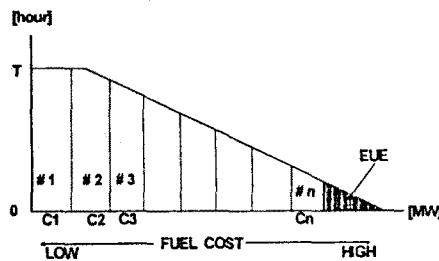


그림 2.1 연료단가에 의한 우선순위

따라서 우선순위에 의한 발전기 투입순서를 반영하는 보조제약식은 식(2.2)과 같이 구성할 수 있다.

$$\text{minimize} \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot E_i$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } & E_1 \leq b_1 \\ & E_1 + E_2 \leq b_2 \\ & E_1 + E_2 + E_3 \leq b_3 \\ & E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \leq b_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \dots + E_n \leq b_n \\ & E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \dots + E_n + EUE = TED \quad (2.2) \end{aligned}$$

단. λ_i : 발전기 i의 연료단가 [\$/MWH]

n : 화력발전기 대수

E_i : 발전기 i의 발전량 기대치 [MWH]

EUE : 공급저장 에너지 [MWH]

TED : 수요 에너지 [MWH]

식 (2.2)에서 제약식의 우변은 좌변에 포함된 발전기의 발전기를 등가부하지속곡선의 좌측부터 차례로 배치한 발전기의 발전량 합으로 일반 발전시뮬레이션의 결과이다.

규칙 2 : 화력발전기들은 총 배출량제약을 만족하기 위해 이웃한 발전기와 투입위치를 교환하며 교환순서는 증분배출비용의 크기순으로 결정된다.

오염물질 배출량을 감소하기 위해 발전기 # i가 이웃한 발전기 # i+1과 투입위치를 교환하는 경우의 증분배출비용은 식(2.3)과 같다.

$$\left[\frac{\Delta \text{COST}}{\Delta \text{Emission}} \right] (i) = \frac{-\lambda_i + \lambda_{i+1}}{a_i - a_{i+1}} \quad [\$/Ton] \quad (2.3)$$

단. a_i : 오염물질 배출률 [Ton/MWH]

식(2.3)으로 표현된 각 발전기의 증분배출비용 중에서 발전기 # i의 증분배출비용이 최소값이라면 발전기 # i와 발전기 # i+1의 투입위치를 교환해야 한다. 따라서 발전기 투입순서는 (#1, #2, ..., #i, #i+1, #i+2, ...) 가 된다. 이 투입순서를 반영하기 위해서는 식 (2.2)에 다음식 (2.4a)와 식(2.4b)가 보조제약식으로 추가되어야 한다. 그러나 식 (2.4b)는 에너지불변성에 의해 식(2.2)에 나타난 보조제약식과 동일하므로 식(2.4a)만을 추가하면 된다.

$$E_1 + E_2 + \dots + E_{i-1} + E_{i+1} \leq b_{i+1} \quad (2.4a)$$

$$E_1 + E_2 + \dots + E_{i-1} + E_{i+1} + E_i \leq b_i \quad (2.4b)$$

이와 같이 발전기 투입위치를 교환하는 과정은 다이어 오염물질

배출량을 감소할 수 없을 때 까지 반복된다.

규칙 3 : 개별 에너지제약을 가진 수력발전기 및 연료제약 발전기들은 설비이용률에 의한 우선순위를 서로 유지한다.

에너지제약을 가진 수력발전기 및 Take or Pay 연료제약 발전기등 개별 에너지제약 발전기들은 주어진 에너지를 모두 소비해야 경제적이므로, 각각의 에너지를 모두 소비하는 부하지속곡선상의 어떤 위치에 투입되어야 한다. 이때 부하지속곡선은 단조 감소하는 특성을 지니므로 개별에너지제약 발전기들은 그림 2.2와 같이 설비이용률의 크기순서로 부하지속곡선상에 위치하게 되며 최종적으로 어떤 발전기를 부분감발(split)하는 위치에 투입된다.

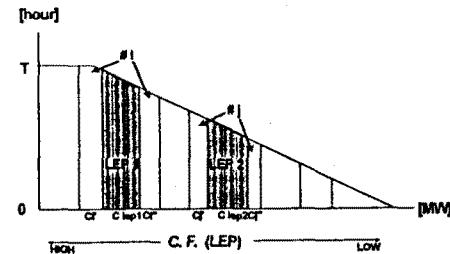


그림 2.2 개별에너지제약 발전기의 투입순서

그러므로 앞서 설명한 규칙1과 규칙2에 의한 보조제약식에 규칙3을 추가로 적용하기 위해 식 (2.2) 및 (2.4a) 각각에 대하여 개별에너지제약 발전기의 투입순서를 고려하면 추가적으로 요구되는 보조제약식은 식(2.5)과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 + E_{lep_1} &\leq b_1' \\ E_1 + E_{lep_1} + E_{lep_2} &\leq b_1'' \\ E_1 + E_2 + E_{lep_1} &\leq b_2' \\ E_1 + E_2 + E_{lep_1} + E_{lep_2} &\leq b_2'' \\ &\vdots \\ E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{ng} + E_{lep_1} &\leq b_1' \\ E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{ng} + E_{lep_1} + E_{lep_2} &\leq b_1'' \\ E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{ng} + E_{lep_1} + E_{lep_2} + EUE' &= TED \quad (2.5) \end{aligned}$$

2.3 최적 발전시뮬레이션의 정식화

본 연구에서는 발전기 투입순서를 반영하기 위한 보조제약식을 이용하여, 다양한 배분제약을 가진 발전시뮬레이션 문제를 다음과 같은 LP 형태의 최적화문제로 정식화하였다.

$$\text{minimize} \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot E_i \quad (2.6)$$

$$\text{subject to } Q_i(E_1, E_2, \dots, E_ng) \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_{AUX} \quad (2.7a)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i + EUE = TED \quad (2.7b)$$

$$\sum_{k=1}^{n_c} a_{i,k} \cdot E_k \leq \bar{E}_i, \quad j = 1, \dots, n_c \quad (2.8)$$

단. ng : 계통 발전기의 총 댓수

n_{AUX} : 보조제약식의 갯수

n_c : 발전시뮬레이션 제약의 갯수

식 (2.6)은 전체 발전기의 연료비를 목적함수로 하는 최소화 문제임을 나타낸다. 식(2.7a)는 2.2절에서 설명한 바와 같이 발전기 투입순서를 고려한 제약식이며 식(2.7b)는 부하수급제약을 의미하는 것으로 이들 두제약식은 부하지속곡선과 발전기투입순서, 발전기 용량 및 사고율을 반영한 보조제약식이다. 식 (2.8)은 발전기 운전상의 제약이나 사회적제약을 반영한 제약식으로 에너지제약을 갖는 발전기 및 대기오염물질배출 제약 등을 표현한다.

3. 발전시뮬레이션의 계산 절차

본 연구에서는 발전량 배분제약을 고려한 발전시뮬레이션 문제를 효과적으로 풀기 위해 LP형태의 최적화 문제로 정식화하고 이를 Karmarkar 알고리듬에 적용한 최적 발전시뮬레이션 방법을 제안하였다.

3.1 Karmarkar 알고리듬^{[14][17]}에 의한 해법

N. Karmarkar가 Karmarkar 알고리듬을 개발한 1984년도 이전까지는 LP문제를 푸는데 있어 Simplex Method가 가장 보편적인 방법이었다. 그러나 표 3.1에 보인 바와 같이 LP 문제를 푸는데 있어 문제의 크기(변수의 갯수 + 제약식의 갯수)가 커질수록 Karmarkar 알고리듬은 Simplex method보다 더욱 효과적인 계산특성을 갖고 있다.

표 3.1 Karmarkar 알고리듬과 Simplex Method의 계산 특성의 비교

	Karmarkar 알고리듬	Simplex Method
solution time	Polynomial time 특성 $n^{3.5}$ (for worst-case)	Exponential time 특성 2^n
process	실행가능 영역의 내부를 탐색하여 최적해 도출	실행가능 영역의 모서리를 따라 탐색하여 최적해 도출

이러한 Karmarkar 알고리듬은 다음 식(3.1)과 같은 형식을 가지며 조건(1) 및 조건(2)을 만족하는 LP문제에 적용된다.

$$\begin{aligned} \min z &= CX \\ \text{s.t. } AX &= 0 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n &= 1 \\ x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \text{최적 } z \text{ 값} &= 0 && (\text{조건 1}) \\ [\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]^T &\text{ 가 실행가능해이다} && (\text{조건 2}) \end{aligned}$$

그러므로 일반 LP문제를 Karmarkar 알고리듬으로 풀기 위해서는 문제를 식 (3.1)과 같은 형태로 변형시켜 주어야 한다. 목적함수의 최적값은 0이어야 한다는 조건(1)은 “최적해에서는 원문제와 쌍대문제의 목적함수값은 같다”라는 LP의 기본 이론으로부터 식(3.1)의 목적함수를 원문제 목적함수와 쌍대문제 목적함수의 차로 표현함으로써 만족시킬 수 있다.

또한 부등호 제약은 슬랙변수와 잉여변수를 넣어서 식(3.1)의 제약과 같은 형태로 변형시키고 조건(2)을 만족시키기 위해서 행렬 A의 모든 행에서는 원소들의 합이 0이 되도록 인위변수를 포함시킨다.

이상과 같은 형태의 LP 문제를 해결하기 위한 Karmarkar 알고리듬은 기하학적 개념인 벡터의 사영(Projection)과 중심변환(Centering Transformation)에 근간을 두고 있으며 구체적인 계산절차는 다음과 같은 4단계로 요약된다.

단계 1. 반복횟수 k=0으로 하고, 초기 실행가능점은 단위심플렉스의 중심으로 설정한다.

$$X^0 = [\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]^T$$

단계 2. $z = C X^k < \epsilon$ 이면 X^k 가 최적해이므로 계산을 중지하고, 그렇지 않으면 단계 3으로 간다.

단계 3. 변환된 단위 심플렉스(transformed unit simplex) 상에서 새로운 점 Y^k 을 다음과 같이 탐색한다.

$$\textcircled{1} P = \begin{bmatrix} A \cdot \text{Diag}(X^k) \\ 1 1 \dots 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \text{Diag}(X^k) C^T \text{의 } P \text{로의 사영 } C_P \text{ 를 계산한다.}$$

$$C_P = (I - P^T (P^T)^{-1} P) (\text{Diag}(X^k)) C^T$$

$$\textcircled{3} C_P \text{ 를 정규화(normalize) 한다.}$$

$$C_P' = \frac{C_P}{\|C_P\|}$$

$$\textcircled{4} C_P' \text{ 방향으로 } \frac{\theta}{\sqrt{n(n-1)}} \text{ 의 길이를 취하여 새로운 점 } Y^k \text{ 를 계산한다. 이때 점 } Y^k \text{ 가 변환된 단위심플렉스의}$$

내부에 존재하도록 하기 위해서 0는 0과 1 사이의 값을 취한다. 대체로 0~0.25의 값을 취하는 것이 해의 수렴을 보장하는 것으로 알려져 있다.

$$Y^{k+1} = [\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]^T - \frac{\theta}{\sqrt{n(n-1)}} \cdot C_P'$$

단계 4. Y^{k+1} 에 해당하는 원공간(original space)상의 점 X^{k+1} 을 찾기 위해 중심변환 $[X^{k+1} = P^{-1}(Y^{k+1} | 1)]$ 을 행하여 점 X^{k+1} 을 찾고 k를 1씩 증가시켜 단계 2로 간다.

$$x_j^{k+1} = \frac{x_j^k y_j^{k+1}}{\sum_{i=1}^n x_i^k y_i^{k+1}}$$

4. 시험계통에의 적용 및 결과 분석

우선 제안한 최적발전시뮬레이션 방법의 정확성 및 알고리즘의 특성을 분석하기 위하여 IEEE 신뢰도시험계통에 적용하여 그 결과를 문헌^[18]의 결과와 비교하여 보았다.

4.1 시험계통의 특성

IEEE 신뢰도시험계통^{[18][19]}의 부하자료는 최대부하 2850 [Mw], 최소부하 1102 [Mw]인 1-8주, 48-52주의 2184 시간부하를 사용하였으며, 발전계통 자료는 표 4.1과 같이 에너지제약을 가진 수력기 6대 및 화력기 26대를 포함한 총 32기의 발전기로 구성되어 있다.

표 4.1 IEEE RTS의 발전기 자료

전원종별	용량 [MW]	대수	사고율 [PU]	평균증분비용 [\$/MWH]	오염물질 배출률 [Ton/MWH]
원자력	400	2	0.12	5.45	0.0000
석탄	350	1	0.08	10.883	0.0150
석탄	150	4	0.04	10.704	0.0200
석탄	80	4	0.02	13.494	0.0290
석유	200	3	0.05	20.730	0.0091
석유	100	3	0.04	20.853	0.0096
석유	20	4	0.10	20.875	0.0100
석유	10	5	0.02	25.875	0.0114
수력	50	6	사고율 : 0.01 에너지제약 : 40 GWH	0.0000	
합계	3400	32			

4.2 시험계통에의 적용 결과 및 분석

우선 제안한 알고리듬의 정확성과 수력기의 다기취급의 영향을 살펴보기 위하여 문헌^[18]의 결과에 대한 본 연구의 결과를 발전량기대치의 비로써 비교하여 그림 4.1에 나타내었다.

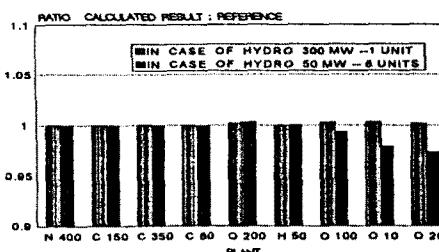


그림 4.1 수력의 1기 취급한 경우와 다기취급한 경우의 발전량기대치 (문헌^[18]의 결과와 비교)

문헌^[18]의 결과는 수력기 6대를 용량 300MW 사고율 0.01인 1대의 발전기로 뮤어서 계산한 결과이며 동일한 조건에서 계산한 본 연구의 결과는 문헌^[18]의 결과와 일치하므로 발전량 기대치의 비가 1.0 ± 0.003 인 값으로 나타나고 있다. 또한 수력기를 다기취급하여 계산한 결과에서는 수력에 의해 부분감별되는 화력기 0 200은 발전량 기대치가 미소량 크게 나타나며 수력기 이후에 투입되는 발전소 0 100, 0 10, 0 20의 발전량기대치는 작게 계산되었다. 이는

용량이 작은 발전기가 여려대 투입되는 경우가 용량이 큰 발전기가 투입되는 것 보다 발전기 사고율로 인해 창출되는 부하가 작게 되어 계통의 신뢰도를 향상시킨다^[21]는 사실과 부합하고 있음을 알 수 있다.

그림 4.2 는 총 배출량 제약이 발전시뮬레이션의 결과에 미치는 영향을 분석하기 위해 배출량 제한치에 따른 발전비용의 변화추이를 나타낸 것이다.

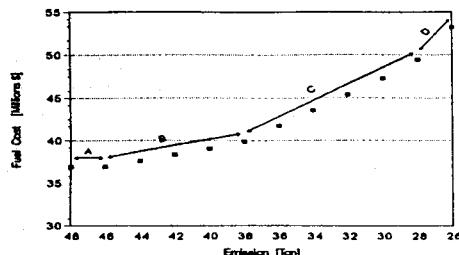


그림 4.2 총 배출량 규제에 따른 연료비의 변화추이

그림 4.2에서 총 배출량 규제치가 작아질수록 발전기의 연료비는 커지게 되며, 연료비의 증가율도 급격해 진다. 이러한 현상은 총 배출량 규제가 엄격해짐에 따라 배출량 규제치를 만족시키기 위한 발전기 상호간의 투입위치를 교환이 충분배출비용[\$/Ton]이 작은 것부터 이뤄지기 때문이다. 이때 발전기 상호간의 투입위치 교환은 하나의 발전기가 이웃한 발전기를 연속적으로 부분감발시킴으로써 이루어 지므로 그림 4.2에서처럼 연료비의 증가율이 각 구간 A,B,C,D에서는 일정한 값이 된다.

5. 결론

본 연구의 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 본 연구에서는 사회적 제약 및 운전상의 기술적 제약을 고려한 발전시뮬레이션 문제를 LP 형태의 최적화 문제로 정식화하였다. 이때 경제운전을 위한 규칙으로써 발전기 투입순서를 반영한 보조제약식을 구성하여 계산부담을 최소화 하도록 하였다.
2. LP 형태의 최적화 문제의 해법으로서 대규모 계통에서도 수렴 특성이 좋은 Karmarkar 법을 이용하여 발전시뮬레이션 알고리듬의 효율성을 기하도록 하였다.
3. 제안한 발전시뮬레이션 알고리듬을 IEEE 신뢰도시험계통에 적용하여 그 결과를 문헌의 결과와 비교하므로써 제안한 알고리듬의 정확성을 조사하였다. 또한 수력기의 다기취급 및 총 배출량제약 등이 발전시뮬레이션에 미치는 영향을 계산하므로써, 제안한 알고리듬은 각종 계통계획에 있어서 여러가지 유용한 정보를 제공할 수 있는 방법임을 입증하였다.
4. 차후에, 발전기의 보수 및 지역책임 발전량 제약 등 실제운전상의 제약까지도 고려한 발전시뮬레이션 알고리듬을 구성하여 계통계획문제에의 적용이 본 연구의 과제라고 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] "Evaluation of Optimum Reliability Level Considering Supply Capability", Kil Yeong Song, Yong Ha Kim, Jun Min Cha, Kwang Hae Oh, Woo Jang Jo, pp.59-64, August, 1995, Proceeding of the 6-th Annual Conference Power and Energy Society, IEE Japan.
- [2] "공급비용 및 공급지장비용의 감도해석에 의한 장기전원개발 계획안의 평가에 관한 연구", 송길영, 김용하, 이범, 차준민, 오광해, 1995년, 11월, 대한전기학회논문지.
- [3] A. D. Patton, J. H. Blackstone, N. J. Balu ; " A Monte Carlo Simulation to the Reliability Modeling of Generating Systems Recognizing Operating Considerations ", IEEE, Vol.3, No.3, pp.1174-1180, August, 1988.
- [4] Harry G. Stoll ; ' Least-Cost Electric Utility Planning ' John Wiley & Sons, Chap.10.
- [5] G. Gross, N.V. Garapic, B. McNutt ; " The Mixture of Normals Approximation Technique for Equivalent Load Duration Curves ", IEEE, Vol.3, pp.368-374, No.2, May, 1988.
- [6] Xifan Wang ; " Equivalent Energy Function Approach to power System Probabilistic Modelling", IEEE, Vol.PAS-3, No.3, pp.823-829, Aug., 1988.
- [7] J.P. Strelmel, N.S. Rau ; " The Cumulant Method of Calculating LOLP", IEEE paper A79 506-7, 1979 IEEE PES Summer Meeting, Vancouver, British Columbia, Canada, 1979.
- [8] N.S. Rau, P. Toy, K.F. Schenck ; " Expected Energy Production Costs by the Method of Moments," IEEE Trans. on PAS, pp. 1908-1917, September/October, 1980.
- [9] S. Chunha, F. Gomes, G.Oliveira, M. Pereira ; " Reliability Evaluation in Hydro Thermal Systems", IEEE Trans. on PAS, pp. 4665-4673, December, 1982.
- [10] C. Dechamps, Z.A. Yamayee, M.L. Chan ; " Analytical Treatment of Hydro Units with Random Energy in Stochastic Production Simulation," IEEE Trans. on PAS, pp.113-119, January, 1983.
- [11] K.M. Sidenblad, S.T. Lee ; " A Probabilistic Production Costing Methodology for Systems with Storage", IEEE Trans. on PAS, pp. 3116-3124, June, 1981.
- [12] M.Nassar, S.Gruber ; " Probabilistic Production Cost Model for a Power System with Storage", Electrical Power and Energy Systems, Vol. 5, No.2, pp. 87-93, April, 1983.
- [13] Jeremy A. Bloom, Lawrence Gallant ; " Modeling Dispatch Constraints in Production Cost Simulations Based On The Equivalent Load Method", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 2, pp. 598-611, May 1994.
- [14] J.A. Bloom, L. Charny ; " Long Range Generation Planning with Limited Energy and Storage Plants Part I ; Production Costing ", IEEE PAS-102, No.9, pp. 2861-2870, Sep. 1983.
- [15] "총발전력 일정성을 이용한 발전시뮬레이션 알고리즘의 개발에 관한 연구", 송길영, 김용하, 오광해, 42-6-8, pp.68-76, 1993년, 6월, 대한전기학회논문지.
- [16] Wayne L. Winston ; ' Operations Research - Applications and Algorithms ' 3rd Edition, Chapter 10.
- [17] C.N. Lu, M.R. Unum ; " Network Constrained Security Control Using an Interior Point Algorithm ", IEEE Trans. on Power Systems Vol. 8, NO 3, pp. 1068-1076, Aug. 1993.
- [18] Technical Report Series No.241 ; " Expansion Planning for Electrical Generation Systems - Guide Book - ", International Automatic Energy Agency, Vienna, 1984.
- [19] IEEE Committee Report ; " IEEE Reliability Test System-Extensions to and Evaluation of the Generating System ", IEEE, Vol. PWRS-1, No.4, pp.1-7, Nov., 1986.
- [20] Wenzhong Huang, Benjamin F. Hobbs ; " Optimal SO₂ Compliance Planning Using Probabilistic Production Costing and Generalized Benders Decomposition ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 174-180, February 1994.
- [21] R. Billington ; ' Reliability Assessment of Large Electric Power Systems '