

# BVP 오실레이터 모델에서의 미소 파라미터 섭동에 의한 카오스 제어 및 하드웨어 구현

배영철\*, 서삼문\*\*, 임화영\*\*

광운대학교 \*전기공학과 \*\*제어계측 공학과

The study of Controlling chaos for BVP oscillation model by small parameter perturbation and hardware implementation

Bae yeong - chul\*, Suh sam - moon\*\*, Yim wha - yeong\*\*

Dept. of electrical Eng. \*\*Dept. of control and instrumentation Eng. Kwangwoon Univ.

### Abstract

The effect of a periodic and a chaotic behaviour in the Bonhoeffer-Van der Pol(BVP) oscillation of the nerve membrane driven by a periodic stimulating current  $A_1 = \cos \omega t$  are investigated by numeric analysis and hardware implementation.

To control the chaotic motion, we are suggested by temperature parameter  $c$ ,  $c = c(1 + \eta \cos \Omega t)$  which the values of  $\eta, \Omega$  varied respectively. The feasibilities of chaotic and periodic phenomena were analysed by phase plane and time series.

### I. 서론.

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다[1,2]. 많은 생물학적 리듬과정들은 리미트 사이클 거동을 보여주는 비선형 미분방정식으로 표현되는 발전 시스템과 밀접한 관계를 갖고 있으며 이 발전들은 안정한 범위에서 제어 파라미터 값의 변화에 대응하여 보다 안정화할 수 있다. 외부에서 주기적인 힘을 인가할 때 비선형 시스템은 주기 배중과정을 거쳐 카오스 현상으로 천이된다[3,4].

2개의 변수를 가진 여기된 신경막과 신경 세포막에 전기적 임펄스와 전압 펄스의 지연을 다음과 같이 2개의 방정식으로 나타낼 수 있으며 이를 Bonhoeffer-Van der pol(BVP) 모델이라 부른다[5,6].

$$\dot{x} = x - x^3/3 - y + I(t) \quad (1)$$

$$\dot{y} = c(x + a - by) \quad (2)$$

여기서  $x$ 는 막전위,  $y$ 는 자극으로부터 막의 회복을 나타내는 시정수에 관련된 변수,  $I(t)$ 는 외부에서 가한 주기적 자극 전류를 나타낸다.

BVP모델에 대한 연구로서 Kawato와 Suzuki[6], Okuda[5]는 주기적 자극전류가 없는 상태 ( $I=0$ )에서 In-phase와 Anti-phase해의 안정도, Threshold와 Shaping의 활동, 잠음의 영향에 대한 연구, 주기적 자극전류를 인가하여 카오스 신호를 생성[10]한 연구, 미소 파라미터에 섭동에 의한 제어 방법[12]도 있었으나 실제 하드웨어를 구현하고 이를 제어한 경우는 없었다.

본논문에서는 BVP모델을 컴퓨터 시뮬레이션과 하드웨어로 구현하여 주기적 자극 전류  $I(t) = A_1 \cos \omega t$ 를 인가하였을 때 주기 운동과 카오스 운동이 일어남을 오실로스코프상의 위상 공간과 시계열 데이터로 해석하고, 카오스 현상을 미소 파라미터 값의 변화에 의해 주기 운동으로 제어하는 제어 방법을 제시하였다.

### II. BVP모델에서의 주기 배중과정과 카오스 현상 해석

식(1)과 식(2)에서 주기적 자극전류  $I(t) = A_1 \cos \omega t$ 를 인가하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{x} = x - x^3/3 - y + A_1 \cos \omega t \quad (1a)$$

$$\dot{y} = c(x + a - by) \quad (2a)$$

식(1a)과 식(2a)에서  $a, b, c$ 는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다. [5,6]

$$b < 1 \quad (3)$$

$$3a + 2b \geq 3 \quad (4)$$

$$b < c^2 \quad (5)$$

#### 1. $A_1$ 값의 변화에 의한 주기 운동과 카오스 운동 해석

식 (1a)와 식 (2a)에서 주기적 자극전류  $I(t) = A_1 \cos \omega t (\omega=1.0)$ 을  $A_1 > 0$ 의 조건이 되는  $A_1$ 의 크기를 변화하였을 때 위상 공간을 그림 1, 2에 나타내었다.

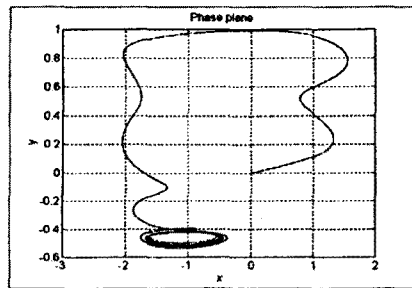


그림1.  $A_1 = 0.6070$  일 때 위상공간

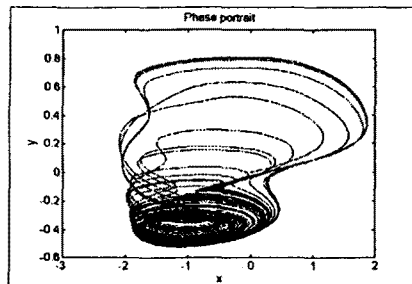


그림2.  $A_1 = 0.76$  일 때 위상공간

2. 분기도(Bifurcation) 및 Lyapunov exponent 의한 주기배중 과정과 카오스 운동 해석 식 (1a), (2a)  $A_1$  값의 변화에 의해 주기운동과 카오스 운동을 분기도를 통해 확인해 보았다.  $A_1$  값을 0부터 1.8까지 변화 하였을 때 분기도를 그림3에 Lyapunov exponent를 그림4에 나타내었다.

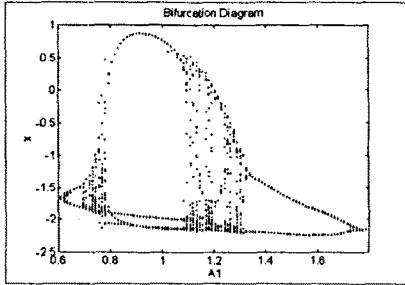


그림3. 분기도 ( $0.6 < A_1 < 1.8$ )

그림 3에서  $A_1$  이 0.6070일 때 2주기의 분기가 발생하고 0.7182일때 주기 배중이 계속되며 Band Merging 점들이 모여 있음을 알 수 있고 0.7181 이후에 카오스 현상이 일어남을 확인할 수 있다. 또한  $q \times 2^n$  ( $q$ 는 정수  $n$ 은 주기  $q$ 의 기본적인 주기 궤도의 주기적 배중의 차수를 나타낸다)의 주기를 가진 고차 주기인 경우 윈도우(분기도에서 하얀 부분)들이 나타나며 이 사실로부터 카오스 현상이라는 것이 분명해진다.

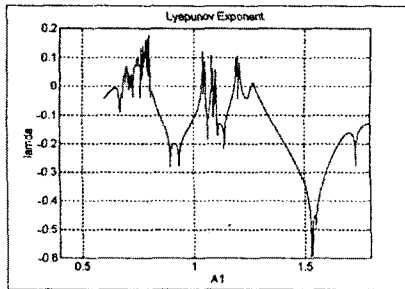


그림4. 리아프노프 지수 ( $0.6 < A_1 < 1.8$ )

### III. BVP 모델의 하드웨어 구현 및 카오스 현상 해석

본 논문에서는 BVP모델의 하드웨어를 Multiplier 와 OP AMP의 조합으로 식(6)과 식(7)로 표현하고 그림8과 같이 구현하였다.

$$\dot{x} = \frac{1}{R1C1} \left( \frac{R1}{R1} x - \frac{R1}{R2} x^2 - \left(1 + \frac{R1}{R1} + \frac{R1}{R2} + \frac{R1}{R3}\right) \frac{R1}{R5 + R6} y + \frac{R1}{R3} a \right) \quad (6)$$

$$\dot{y} = \frac{1}{R12C2} \left( \frac{R11}{R8} x - \frac{R13}{R14} \frac{R11}{R16} y + \frac{R11}{R9} a \right) \quad (7)$$

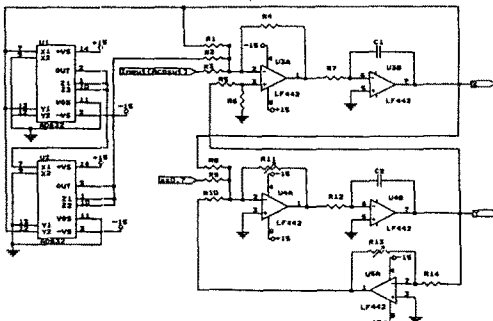
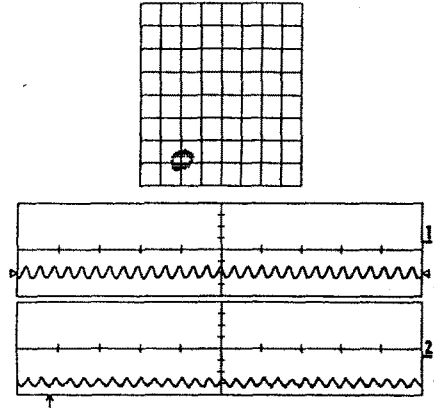
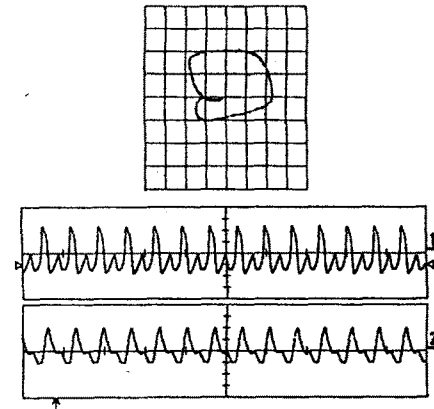


그림5. BVP모델의 하드웨어 구현

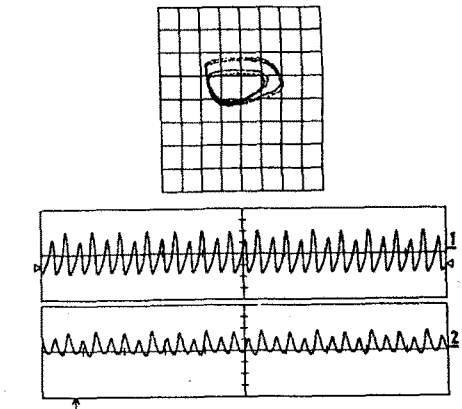
그림5과 같이 하드웨어를 구현한 후 주기적 자극 전류  $A_1$  값의 변화에 의한 주기 운동과 카오스 운동 실험 결과를 그림 6에 나타내었다.



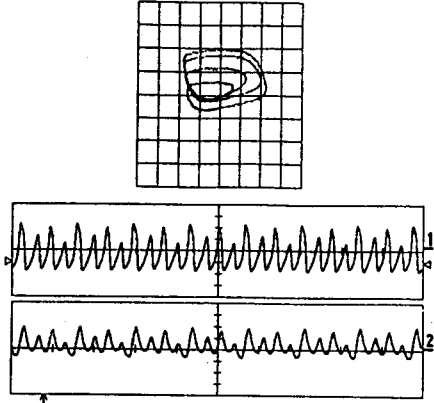
(a) 1주기 운동



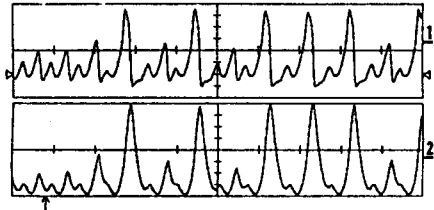
(b) 2주기 운동



(c) 4주기 운동



(d) 준주기 운동



(e) 카오스 운동

그림 6. BVP 모델의 하드웨어 구현에 의한 위상공간과 시계열

#### IV. 미소 파라미터 섭동에 의한 카오스 제어

식(1a)와 (2a)에서 카오스 신호를 주기 신호를 제어하기 위해 온도 요소  $c$  대신  $c(1 + \eta \cos \Omega t)$ 인 미소 파라미터를 인가하면 다음 식과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{x} = x - x^3/3 - y + A_1 \cos \omega t \quad (8)$$

$$\dot{y} = c(1 + \eta \cos \Omega t)(x + a - by) \quad (9)$$

식(8)과 (9)에서 Melnikov의 섭동 범위[8]를 만족하는  $\eta$ 의 값과  $\Omega$ 의 값을 정하여 변화시키면 카오스 운동에서 주기 운동으로 제어가 이루어진다.

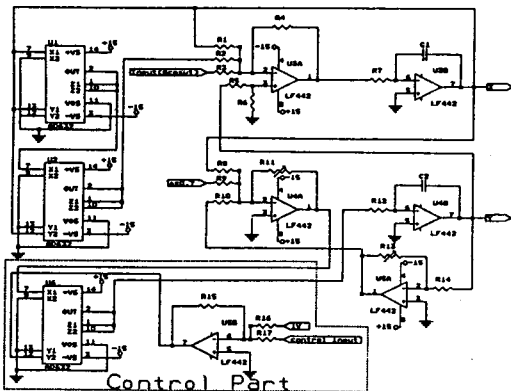


그림 7. 미소 파라미터 섭동에 의한 제어 회로

본 논문에서는 카오스 현상이 일어나는 조건에서 미소 파라미터 값의 변화에 의한 제어 회로를 그림 7에 나타내었으며  $\eta$ 와  $\Omega$  값의 변화에 의해 카오스 운동에서 주기 운동으로 제어됨을 그림 8에 나타내었다.

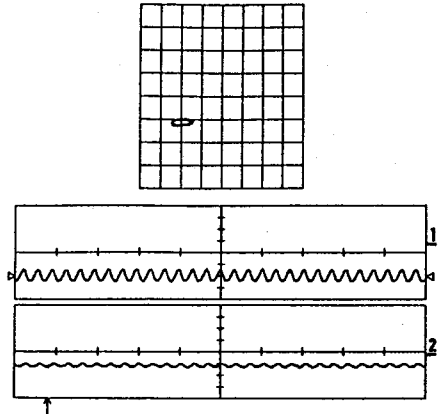


그림 8. 미소 파라미터 섭동에 의한 제어 결과

#### V. 결론

본 논문에서는 BVP 모델에서 주기적 자극 전류를 인가 하였을 때,  $A_1$  값의 변화에 따라 주기 운동과 카오스 운동이 나타남을 비교 분석하고 미소 파라미터 섭동에 의한 카오스 운동을 주기 운동으로 제어하기 위하여 요소  $c(1 + \eta \cos \Omega t)$ 의 섭동을 가하여  $\Omega$ 과  $\eta$  값의 변화에 의한 제어하는 방법을 제시하고 하드웨어로 구현하였으며 만족할 만한 결과를 얻었다.

#### 참고문헌

1. 배영철, 카오스의 응용, 전자저널, pp110 - 112, 93.1.20
2. J.P. Gollub, T.O. Brunner, and B.G. Danly, "periodicity and Chaos in Coupled Nonlinear Oscillators" science, 200, pp. 48 - 50, 1978.
3. A.v. Holden, ed., chaos, Manchester univ. press, 1986.
4. N. Minorsky, Nonlinear Oscillation, Van Nostrand, 1962.
5. M. Okuda, "A New Method of Nonlinear Analysis for threshold and shaping Actions in Transient states" progr. Theor. phys. 66, pp 90 -100, 1981.
6. M. Kawatu, and R Suzuki, "Two Coupled Neural Oscillators and a Model of the Circadium pacemaker" J. Theor. Biol. 86, pp 574 - 575, 1980.
7. A wolf J.B swift, H.L swinney and J.A. Vastano, "Determining Lyapunov exponent from a time series" physica D, 16, pp 285 - 317, 1985.
8. J. Guckenheimer and P. Holmes, Nonlinear Oscillations, Dynamical systems, and Bifurcations of Vector Field, Springer - Verlag, 1983.
9. E. Ott, C. Grebogi and J.A Yorke, "Controlling chaos" Phys. rev. Lett 64, pp 1196-1199, 1990.
10. 고재호, 배영철, 임화영, "주기적 외력을 인가한 Bonhoeffer - Van der pol 오실레이터 모델에서의 카오스 현상 해석에 관한 연구" 1995 제어계측 연구회 합동 학술 발표회 논문집, pp 100-102, 1995.
11. B.A. Huberman & E. Lumer "Dynamics of adaptive system" IEEE Trans. Circuit and System. 37 pp 547-550, 1990.
12. 배영철, 고재호, 임화영 "Bonhoeffer-Van der Pol 오실레이터 모델에서의 미소 파라미터 섭동에 의한 카오스 제어" 1995 대한 전기학회 하계 학술 대회 논문집 B, pp 817-819, 1995