



선형 시간지연 연산자  $q^{-1}[s(k)] = s(k-1)$ 을 사용하여 신경의 전달함수를 표현하면 식(3)과 같이된다. 그림 2에서 동적 인자 프로세스는 두개의 지연요소와 전향 결합계수와 후향 결합계수로 구성되어 있다.

$$v_1(k) = \frac{Z(q)}{P(q)} [x(k)] = \frac{z_0 + z_1q^{-1} + z_2q^{-2}}{1 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2}} [x(k)] \quad (3)$$

$$x(k) = w^T \cdot I(k) = \sum_{i=1}^n w_i I_i(k) \quad (4)$$

$$y(k) = \Psi(g_s v_1(k) - \theta) \quad (5)$$

여기서  $I(k) \in R^p$ 는 신경의 입력벡터,  $x(k) \in R^1$ 은 외부 신경으로 받은 입력에 상대적인 결합계수를 곱해서 합한 동적 인자 프로세스의 입력,  $w_i$ 는  $i$ 번째 신경입력에 대한 결합계수를 나타낸다.

$y(k) \in R^1$ 은 동적 인자 프로세스의 출력 그리고  $k$ 는 이산 시간을 나타낸다.  $\Psi$ 는 역치가  $\theta$ 인 신경의 비선형 활성화 함수이고  $g_s$ 는 소마이득으로 활성화 함수의 기울기를 나타낸다.

### 3.1 학습과 적응 알고리즘

학습 알고리즘의 목적은 주어진 인,출력쌍의 값에 대해 식(6)과 같은 비용함수를 최소화하도록 적응변수를 조정하여 최적의 변수 값을 결정하는 것이다.

$$J = \frac{1}{2} E [(y(k) - \hat{y}(k))^2] \quad (6)$$

여기서  $E$ 는 기대치 연산자이고  $N$ 은 학습 쌍의 수이다. 예측오차  $e(k)$ 는 원하는 출력  $y(k)$ 와 실제 신경의 출력  $\hat{y}(k)$ 간의 차로 정의한다. 최강화법칙을 적용하여 최적변수의 값을 식(7)와 같이 구할 수 있다.

$$\phi_{new} = \phi_{old} + \eta E [e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial \phi}] \quad (7)$$

여기서  $\phi$ 는 회로망의 적응변수를 나타내고  $\eta$ 는 학습율을 나타낸다.

$$\frac{\partial y(k)}{\partial \phi} = \frac{\partial y(k)}{\partial v(k)} \frac{\partial g_s v_1(k)}{\partial \phi} = g_s \Psi' \frac{\partial v_1(k)}{\partial \phi} \quad (8)$$

여기서  $v(k)$ 는  $g_s v_1(k)$ 이고  $\Psi'$ 는 활성화 함수의 미분을 나타낸다. 시간 연산자를 사용해서 각각의 동적 신경모형의 변수 변화분들 (9-13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=z_0} = [S_\phi(k)] = \frac{q^{-i}}{P(q)} [x(k)] \quad (9)$$

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=p_1} = [S_\phi(k)] = \frac{-q^{-i}}{P(q)} [v_1(k)] \quad (10)$$

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=w_i} = [S_\phi(k)] = \frac{Z(q)}{P(q)} [I_i(k)] \quad (11)$$

$$\frac{\partial [y(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=\theta} = \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (12)$$

$$\frac{\partial [y(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=g_s} = \Psi' v_1(k) \quad (13)$$

$S_\phi(k)$ 와  $S_w(k)$ 는 변수의 상태를 나타낸다. 한개의 변수가 신경에 주는 영향을 결정하기 위해 최강화하는 동특성을 가진  $P(q)$ 를 분모로 취한다.

### 3.2 상태 변수 표현의 안정도 판별

제한한 동적 신경모형(동적 신경 프로세스)의 안정도 조건을 유도하기 위해 식(1-2)를 벡터와 행렬을 사용하여 간결한 식으로 표현하면 식(14-15)처럼 된다.

$$s_{k+1} = A s_k + B x_k \quad (14)$$

$$v_{1k} = C x_k + D \quad (15)$$

상태 공간이 주어질 경우에는,  $A$ 행렬의 고유치  $\lambda_i(A)$ 는 전달함수의 극, 즉 분모 다항식의 근과 일치한다고 알려져 있기 때문에  $|A_{pole}| < 1, i=1,2$ 에 대응하는 안정조건은

$$|\lambda_i(A)| < 1, i=1,2 \quad (16)$$

로 주어지고,  $A$ 의 고유치의 절대치가 1보다 적은 것이다. 선형과 비선형에 관계없이 상태공간 표현에서의 안정도 판별이론으로 리아푸노프의 안정정리(Stability Theorem of Liapunov)가 있다. 선형 시스템인 경우, 출력의 궤환을 표시하는 행렬  $A$ 를 사용하면 대수적 안정도판별이 가능하다. 즉 동적 신경모형의 인자  $[A, B, C, D]$ 가 안정하기 위한 필요충분조건, 바꾸어 말하면  $A$ 의 고유치가 보다 작기 위한 필요충분 조건은 임의의  $2 \times 2$ 의 대칭정행렬  $Q$ 에 대하여,

$$P - A^T P A = Q \quad (17)$$

와 같은 리아푸노프 방정식이 대칭정행인  $P$ 를 갖는 것이다. 제안된 상태 변수 모형은 출력 궤환 행렬을 나타내는 행렬  $A$ 을 식(18)같이 구성한 신경모형이다.

$$A = \begin{bmatrix} r \cos \theta & r \sin \theta \\ -r \sin \theta & r \cos \theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

즉  $a_{11} = a_{22}, a_{12} = -a_{21}$ 가 되어 학습할 변수도 줄어들어 계산 시간을 줄일 수 있으며 고유치의 값 ( $\lambda_{1,2} = a_{11} \pm j a_{12}$ )을 바로 알 수 있는 장점을 가지고 있다.

### 4. 동적 다중 신경망

한개의 신경은 미지의 선형 시스템을 제어하고 간단한 함수를 학습할 수 있다. 하나의 신경은 신경망을 구성하고 다른 신경망으로부터 입력을 받아서 학습을 하게 된다. 다중 신경망은 한층의 신경망보다 많은 학습능력을 가지고 있으며 복잡한 일을 처리할 수 있다. 3층 신경망을 사용하면 임의의 비선형 함수를 원하는 만큼 정확하게 근사화 할 수 있다고 연구발표 되었다. 일반적으로 다층의 신경망은 연결계수 행렬의 인자를 가지고 비선형 함수를 맵핑하는 기능을 가지고 있다. 이 절에서는 동적 인자 프로세스를 기본 연산자로 하여 동적 신경망을 전개해 본다. 입력이 두개이고 출력이 한개인 3층 동적 신경망을 그림 4에 나타내었다. 다중 동적

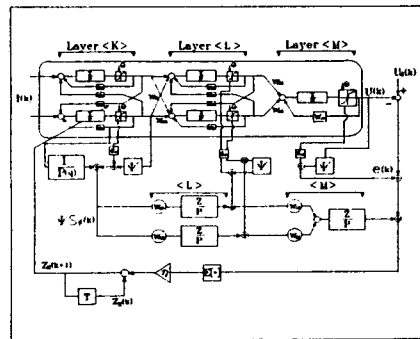


그림 3 5개의 동적 인자 프로세스를 가진 3층 동적 다중 신경망과 <k>층내의 2번째 프로세스의 계수  $z_2$ 를 적응시키는 구조  
Fig. 3 Three layer DMLP with 5 DEP and with the adaptation scheme of coefficient  $z_2$  in the second DEP within the layer <k>

신경망은 출력신호의 과거치를 필요로 하지 않으므로 회로망의 입력이 차지하는 영역을 줄일 수 있다. 입력층이  $K$ 개, 중간층이  $M$ 개, 출력층이  $L$ 개인 3층신경망에서 입력층으로부터 출력층으로 전달되는 상태벡터와 동적 구조의 출력, 신경의 출력을 식(19-21)과 같이 행렬과 벡터를 사용하여 표현 할 수 있다 [6].

$$\begin{aligned} x(k)^{\langle K \rangle} &= W^{\langle K \rangle} I(k), \\ v_1(k)^{\langle K \rangle} &= \text{diag}(\Gamma(k)^{\langle K \rangle} Z^{\langle K \rangle}), \\ y(k)^{\langle K \rangle} &= \Psi(g_s v_1(k)^{\langle K \rangle}, \theta) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} x(k)^{\langle L \rangle} &= W^{\langle L \rangle} y(k)^{\langle K \rangle}, \\ v_1(k)^{\langle L \rangle} &= \text{diag}(\Gamma(k)^{\langle L \rangle} Z^{\langle L \rangle}), \\ y(k)^{\langle L \rangle} &= \Psi(g_s v_1(k)^{\langle L \rangle}, \theta) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}(k)^{\langle M \rangle} &= W^{\langle M \rangle} \underline{v}(k)^{\langle L \rangle}, \\ \underline{v}(k)^{\langle M \rangle} &= \text{diag}(\Gamma(k)^{\langle M \rangle} \zeta^{\langle M \rangle}), \\ \underline{v}(k)^{\langle M \rangle} &= \Psi(\underline{g}_s \underline{v}_1(k)^{\langle M \rangle}, \theta) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $\underline{x}(k)^{\langle L \rangle}$ 는  $J$ 층의 상태벡터,  $W^{\langle L \rangle}$ 는 각 신경에 대한 결합 계수 벡터로 구성된  $J$ 층의 가중치 행렬,  $\Gamma(k)^{\langle L \rangle}$ 는  $\langle J \rangle$ 층의 각 신경이 가지는 신호벡터로 구성된 대이타 행렬,  $\underline{Z}(k)^{\langle L \rangle}$ 는 각 신경의 변수벡터로 구성된 변수행렬을 나타낸다. 그림 3에서  $\langle K \rangle$ 의 동적 신경 모형의 두번째에 있는  $a_2$ 의 변수의 변화는 첫번째 동적 신경 프로세스를 거쳐  $\langle L \rangle$ 층과  $\langle M \rangle$ 층으로 전방향으로 전달된다.

### 5. 사례연구

사례연구를 통하여 제안한 동적 신경 모형의 적용 알고리즘의 유용성을 살펴도록 한다. 첫째로, 다음의 비선형 함수를 근사화하는 경우를 다루어 본다.

(비선형 함수)

$$\begin{aligned} f[y(k)] &= s^3(k) + 0.5 \sin(2\pi s(k-1)) + 0.1 \sin(5\pi s(k-2)) \\ s(k) &= \sin\left(\frac{2\pi}{250} k\right), \quad 0 < k < 1000 \end{aligned} \quad (22)$$

둘째로, 비선형 동적 시스템을 동적 신경망 제어를 사용하여 비선형 함수가 시간적으로 변화하는 경우, 적응 추적하며, 입력의 변화하는 경우, 그리고 플랜트의 동적특성이 변화하는 경우에 대해 적용하여 추적하는 동특성을 알아보기로 한다.

(동적 비선형 함수)

$$y(k) = \sum_{i=1}^2 \alpha_i x(k-i) + \sum_{j=1}^2 \beta_j u(k-j) + f[y(k-i), u(k-j)] \quad (23)$$

여기서  $f[\cdot]$ 는 임의의 비선형 함수로 동적 인자 프로세스와 직렬 접속되어 있다. 사용된 비선형 함수  $f[\cdot]$ 는 시간의 함수로 아래와 같다.

$$\begin{aligned} f[\cdot] &= \frac{e^{-(y(k-1))^2 + y(k-2)^2} + \sqrt{u(k)^2 + u(k-1)^2 + u(k-2)^2}}{4 + u(k-1)^2 + u(k-2)^2}, \quad 0 < k < 300 \\ f[\cdot] &= \frac{0.5 - 0.5 \cos(7\pi (y(k-1))^2 + y(k-2)^2)}{4 + u(k-1)^2 + u(k-2)^2} + e^{-u(k)} \\ &\quad , \quad 300 < k < 1000 \end{aligned}$$

동적 신경 제어기는 시스템의 출력( $y(k)$ )이 입력( $I(k)$ )을 추종하도록 제어출력( $u(k)$ )을 발생한다. 시스템의 입력의 변화는 시간에 따라 다음과 같이 변한다.

$$\begin{aligned} I(k) &= \sin(2\pi \frac{k}{200}), \quad 0 < k \leq 400 \\ I(k) &= 0.6, \quad 400 < k \leq 500 \\ I(k) &= 0.4, \quad 500 < k \leq 600 \\ I(k) &= -0.2, \quad 600 < k \leq 700 \\ I(k) &= -0.6, \quad 700 < k \leq 800 \\ I(k) &= 0.6 \sin(2\pi \frac{k}{200}), \quad 800 < k \leq 1000 \end{aligned}$$

플랜트의 변화는 시간에 따라 변한다.

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= [1.2, 1.0, 0.8] \quad \alpha_{11} = [1.3, 0.9, 0.7], \quad 0 < k \leq 400 \\ \beta_{11} &= [1.2, 1.0, 1.4] \quad \alpha_{11} = [1.3, 0.9, 0.7], \quad 400 < k \leq 800 \\ \beta_{11} &= [1.2, 1.0, 0.0] \quad \alpha_{11} = [1.0, 0.9, 0.0], \quad 850 < k \leq 1000 \end{aligned}$$

비선형 플랜트는  $400 < k \leq 800$  구간에서 입력과 플랜트의 변화를 받고  $k = 700$ 에서 플랜트의 차수가 2차에서 1차로 바뀐다.

새롭게, 외부 잡음에 대한 강인성을 알아보기 위해 비선형 플랜트에 가우시안 백색잡음을 추가한 모형 플랜트에 적용하여 본다.

### 6. 결과 및 검토

첫번째 사례연구에서는 제한한 동적 신경모형의 함수 근사화 능력을 알아보기 위해, 층이 한개인 동적 신경 식별기를 사용하여 임의의 비선형 함수를 식별하고자 한다. 학습과 동시에 비선형 함수를 식별하는 적응 기법을 사용하여 임의의 함수를 원하는 만큼 잘 근사화 함을 알 수 있었다. 연구결과를 그림 4와 그림 5에 나타내었다. 그림에서 나타난 바와 같이 제한한 신경모형은 원하는 함수의 출력을 잘 추적함을 알 수 있었다. 기존의 동적모형과의 비교 결과를 표 1에 나타내었고 제한한 신경모형을 사용한 경우 오차의 실효치가 0.33%에 감소됨을 알 수 있었다. 두번째로, 동적 비선형

함수의 비선형성과 플랜트의 차수가 변화되는 모형 시스템을 가지고 사례연구한 결과, 제한한 동적 신경 제어기가 기존의 제어기 보다 추적 오차면에서 우수함을 알 수 있었다. 사례연구 결과를 그림 6과 그림 7에 나타내었다. 연구결과는 그림에서 나타난 바와 같이 원하는 출력을 잘 추적함을 알 수 있었다. 기존의 방식에서는 초기

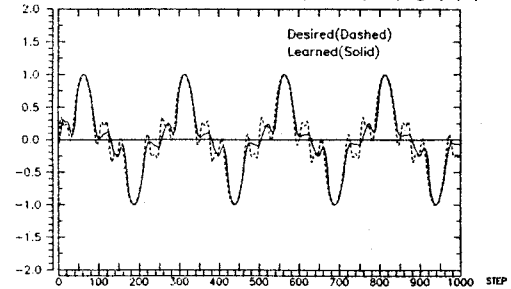


그림 4 기존의 동적신경기를 사용한 비선형 함수의 식별  
Fig. 4 Nonlinear function and its approximation by convention DNU.

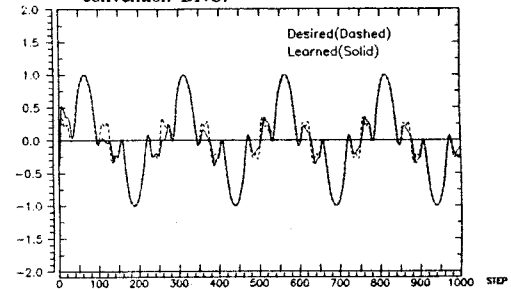


그림 5 기존의 동적신경기를 사용한 비선형 함수의 식별  
Fig. 5 Nonlinear function and its approximation by proposed DNU.

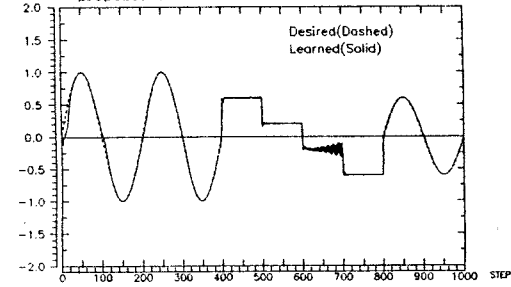


그림 6 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어  
Fig. 6 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Convention DNU)

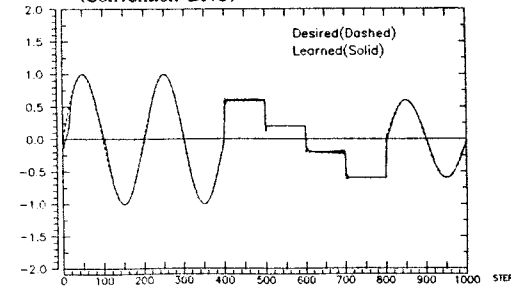


그림 7 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어  
Fig. 7 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Proposed DNU)

에 많은 오차를 가지고 계단과 추적이 떨림현상을 볼 수 있었다. 그림 8과 그림 9는 입력이 두개인 경우의 결과 그림이다. 입력 ( $I(k)$ )과 출력( $y(k-1)$ )을 입력으로 사용하여 학습한 경우로 출력추적면에서 가장 우수한 결과를 나타낸다. 층의 수가 2개이고 각

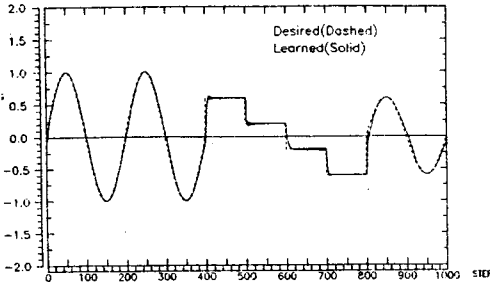


그림 8 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어 (기존의 방법, 입력2개)  
 Fig. 8 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Convention DNU, Two Input)

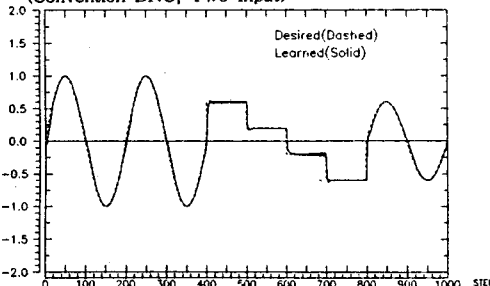


그림 9 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어 (제안된 방법, 입력2개)  
 Fig. 9 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Proposed DNU, Two Input)

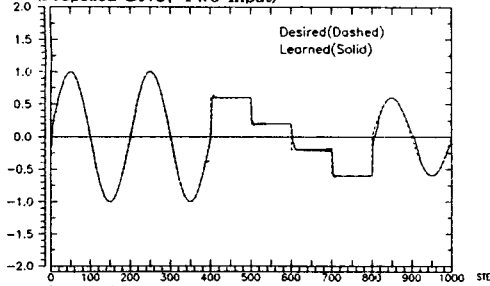


그림 10 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어 (기존의 방법, 입력2개, 층2개)  
 Fig. 10 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Convention DNU, Two Input, Two Layer)

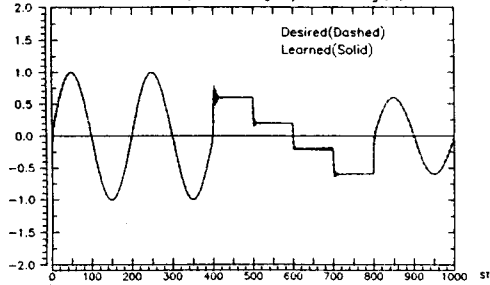


그림 11 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어 (제안된 방법, 입력2개, 층2개)  
 Fig. 11 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Proposed DNU, Two Input, Two Layer)

층의 입력이 2개인 직병렬 접속식 연구결과를 그림 10과 그림 11에 나타내었다. 일반적으로, 입력수가 많을 수록 지연시간이 생기고 층의 수가 많을 수록 층의 전체수렴성이 부분최소점으로 빠지는 경향이 있어 층의 선택과 연결방식은 더 연구를 해야 할 분야입니다.

표 1은 사례연구 각각에 대한 결과로서 오차의 실효치를 나타낸다.

표 1 사례연구에 대한 오차의 실효치  
 Table 1 Root mean square error for case studies

사례연구	오차의 실효치	
	기존의 방법	제안된 방법
비선형 함수 근사화	0.132299	0.087566
비선형시스템 제어 (입력1개, 출력1개)	0.048221	0.046614
비선형시스템 제어 (병렬접속식) (1층, 입력2개, 출력1개)	0.041378	0.040014
비선형시스템 제어 (직, 병렬 접속식) (2층, 입력, 중간2개, 출력1개)	0.051259	0.042098

회귀하는 신경망의 안정도 조건은 두가지로 요약된다[7]. 첫째로, 결합계수의 행렬의 고유치가 1보다 작으면 안정하다. 둘째로, 시그모이드 함수의 미분치가 1보다 작으면 안정하다. 위의 안정도 조건은 간단하지만 실제 컴퓨터 계산과정중에 결합계수의 고유치를 구하는 것과 함수의 미분치를 계산하는 것은 매우 어렵다. 본 연구에서는 응답이 이득의 크기나 파라미터 값에 따라 단조롭기도(과감쇠 또는 임계감쇠) 하지만 때로 진동(부족감쇠)하는 상수 파라미터를 가진 선형 2차 시스템을 택하여 동적 신경변수들의 고유치를 1보다 작게하였다. 두번째 안정도 조건식으로 부터 비선형 함수의 기울기의 안정한 범위가 결정된다. 즉  $f(x) = \frac{e^{-x/\epsilon} - e^{-x/\epsilon}}{e^{-x/\epsilon} + e^{-x/\epsilon}}$ 에

서  $1/\epsilon$ 이 1보다 작거나 같으면 안정하다.

### 7. 결론

본 연구에서 새로운 구조의 동적 신경모형을 제안하여 비선형 이산시간 시스템의 식별과 제어에 관해서 고찰하였다. 동적인자를 가진 프로세스의 구조와 적용 기법을 제시하였다. 본 연구에서 얻은 결론을 요약하면 아래와 같다.

- (1) 제안한 동적 신경모형은 임의의 비선형 함수를 잘 추적함을 알 수 있었다.
- (2) 함수 근사화 능력을 가진 동적 신경망 제어기는 미지의 비선형 함수를 제어하는데 사용할 수 있었다.
- (3) 동적 신경망의 층의 선택과 연결방식(직렬, 병렬)은 앞으로 더 연구하여야 할 과제이다.

### 참고 문헌

- [1] E. Levin, N. Tishby, and S. A. Solla, In "A Statical Approach to Learning and Generalization in Layered Neural Networks." *Proceedings of the IEEE*, Vol. 78, No. 10, pp. 1568-1574, 1990.
- [2] S. I. Sudharsanan and M. K. Sundareshan, "Traning of a Three-Layer Dynamical Recurrent Neural Network for Nonlinear Input-Output Mapping." *IJCNN* Sing. 2, 111, 1991.
- [3] K. S. Narendra and K. Parthasarthy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks." *IEEE Trans. Neural Networks*, 1,4, 1990.
- [4] D. H. Rao, M. M. Gupta and H. C. Wood, "Adaptive Tracking in Nonlinear Systems Using Neural Networks," *IEEE conf on Control Applications*, pp. 913-921, Sept., 1993.
- [5] M. M. Gupta and D. H. Rao, "Synaptic and somatic adaptions in dynamic neural networks." *In Proceedings of Second International Conf on Fuzzy Logic and Neural Networks*, Fukuoka, Japan, pp. 173-177, July, 1992.
- [6] M. Ayoubi, "Nonlinear Dynamic Systems Identification with Dynamic Neural Networks for Fault Diagnosis in Technical Process," *Int. Conf on System, Man, and Cybernetics*, Texas, pp. 2120-2125, October, 1994.
- [7] S. Y. kung, *Digital neural networks*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.