1995年度 定期總會 및 秋季學術大會 論文集 1995.11.18

퍼지와 보상 제어기를 이용한 비선형 시스템의 적응 제어

이 영 운*, 이 영 석, 서 보 혁
경북대학교 전기공학과

Adaptive Control of Nonlinear System Using Fuzzy and Compensating Controllers

Young-Woon Lee*, Young-Seog Lee, Bo-Hyeok Seo
Department of Electrical Engineering Kyungpook National University

Abstract - It's is proposed that a stable adaptive *control system composed of a fuzzy and a* compensating controller, is designed to control nonlinear systems. In fuzzy and proposed compensating controller, parameters of membership functions characterizing the *linguistic terms change according to some adaptive law.* The adaptive law are based on the Lyapunov systhesis approach. the closed-loop system using the adaptive control structure proposed in this paper is globally stable *in the sense that the Lyapunov function* decreases as time goes. the following simulation shows the results.

1. 서론

현재 마이크로프로세서의 발달은 비선형 제어의 이론과 응용 분야에서 큰 역할을 하였다. 이론적으로 궤환 선형화, 슬라이딩 모드 제어, 비선형 적응 기술 등의 분야에서 많이 연구되고 있고 특히 소위 *Controllability Canonical* 형태의 비선형 시스템을 대상으로하는 제어 방법을 개발하기 위해서 많이 연구되고 있다. 위 형태의 비선형 시스템을 제어하는 방법으로는 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control)[1][5]등의 방법과 최근에 랴프노프합성(Lyapunov Synthesis)[2]에 근거한 적응칙(adaptive law)으로 제어 규칙을 수정하는 퍼지 제어 시스템을 비선형 시스템에 대한 직접 또는 간접 제어기로 이용한 것이 있다. 퍼지 시스템을 직접 비선형 시스템의 제어기로 이용할 때 퍼지 시스템에 의한 제어 신호와 최적 제어 신호 사이에는 최소 근사화 오차(minimum approximation error)가 존재한다[2]. 이 오차는 Universial Approximation Theorem 에 의해서 작은 값으로 기대되는 데 퍼지 시스템의 초기 제어 규칙이 만족스럽지 못한 경우에 그 오차는 예상보다 큰 값이 되어 비선형 응답 특성에서 불안정하게할 수 있다. 특히, 랴프노프합성에서 전체 폐루프 시스템의 안정도를 보장하기 위해서 감독제어(Supervisory Control)을 도입하는데 미지 함수의 바운드를 가정해야 하는 불편함이 있다. 위 두가지를 해결하기위해 기존 적응 퍼지 제어 시스템에 보상 제어기를 도입하여 전체 비선형 시스템의 안정도를 랴프노프 함수 해석으로 보장하면서 최소 근사화 오차를 줄이도록 보상 제어기를 설계한다.

2. 퍼지 제어 시스템

퍼지 논리 시스템은 퍼지화, 제어 규칙, 퍼지추론, 그리고 비퍼지화로 구성된다[6]. 비퍼지화는 center average defuzzifier, product-inference rule, 그리고 singleton fuzzifier 를 사용하여 다음과 같이 표현 될 수 있다[2][4].

$$y(\underline{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^l \left(\Pi_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^{M} \left(\Pi_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (1)$$

여기서 $\mu_{F_i^l}(x_i)$ 는 소속함수를 나타내며 $\bar{y}^l$ 은 퍼지 규칙 후건부의 소속 함수의 중심값이다. $\mu_{F_i^l}(x_i)$이 고정되고 $\bar{y}^l$ 을 파라미터 θ 로 정의하면 식 (1)은 다음과 같이 표현 된다.

$$y(\underline{x}) = \underline{\theta}^T \xi(\underline{x}) \quad (2)$$

여기서,

$$\underline{\theta} = (\bar{y}^1, \ldots, \bar{y}^M)^T, \ \underline{\xi}(\underline{x}) = (\xi^1(\underline{x}), \ldots, \xi^M(\underline{x}))^T,$$

$$\xi^l(\underline{x}) = \frac{\Pi_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \left(\Pi_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (3)$$

이다. $\xi^l(\underline{x})$ 는 퍼지 기본 함수(fuzzy basis function)으로 정의 한다[2].

3. 제안된 퍼지 시스템의 구성

3.1 설계과정

다음과 같은 n차의 비선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = x_3$$
$$\cdots$$
$$\dot{x}_n = f(x_1, \ldots, x_n) + bu$$
$$y = x_1$$

즉,

$$x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \ldots, x^{(n-1)}) + bu \qquad (4)$$

여기서 $f(\underline{x})$ 는 미지의 함수이고 b는 미지의 상수이다. u 와 y 는 각각 제어 대상에 대한 입력과 출력이다. 상태 벡터는 $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ 로 정의 되며, 측정 가능하다고 가정을 한다. 오차 신호는 $e = y_m - y$ 로 정의되며, y_m는 원하는 출력값이다. 오차 벡터는 $e = (e, \dot{e}, \ldots, e^{(n-1)})^T$ 로 정의된다. 식 (4)와 같이 표현되는 비선형 시스템의 제어를 위한 최적 제어 입력을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$u^* = \frac{1}{b}[\ -f(\underline{x}) + y_m^{(n)} + \underline{k}^T \underline{e}] \qquad (5)$$

설계할 파라미터 벡터는 $\underline{k} = (k_n, \ldots, k_1)^T$로 정의된다. 식 (5)의 최적 제어 입력을 식 (4)에 대입하여 정리하면

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \cdots + k_n e = 0 \qquad (6)$$

\이 된다. 오차가 영으로 수렴하도록 하기위해서는 다항식 $h(s) = s^n + k_1 s^{(n-1)} + \ldots + k$ 의 모든 근이 복소평면의 좌반면에 존재하도록 $\underline{k}$를 결정해야 한다. 그러나 식 (5)에서 비선형 함수 $f(\underline{x})$를 모르기 때문에 최적 제어 입력 u^*을 구할 수는 없다. 본 논문에서는 적응 파라미터만 가진 퍼지 제어 시스템을 사용해서 비선형 시스템을 제어하는 입력으로 이용하는 데, 식 (5)의 최적 제어입력과의 오차를 줄이기 위해서 전체 제어 입력을 다음과 같이 설계한다.

$$u = u_f(\underline{x}|\underline{\theta}) + u_{com} \qquad (7)$$

여기서 $u_f(\underline{x}|\underline{\theta})$는 식 (2)로 표현되는 퍼지 제어입력이고 u_{com}은 보상 제어 입력이다. 최소근사화 오차와 최적 파라미터는 아래와 같이 정의된다.

$$\theta^* = \arg\min_{\theta \le |M_\theta|}[\ \sup_{x \le |M_x|} |u_f(\underline{x}|\underline{\theta}) - u^*|]$$

$$\omega = u_f(\underline{x}|\underline{\theta}^*) - u^*, \quad |\omega| \le \epsilon \ \ \forall t$$

오차 신호에 관한 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= \Lambda_c \underline{e} + b_c[\ u^* - u_f - u_{com} - \omega] \\ &= \Lambda_c \underline{e} + b_c\, \underline{\phi}^T \underline{\zeta}(\underline{x}) - b_c u_{com} - b_c \omega \end{aligned} \qquad (8)$$

여기서 $\underline{\phi} = \underline{\theta} - \underline{\theta}^*$

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b \end{bmatrix}$$

이다.

오차 시스템 행렬 Λ_c 가 안정하도록 $\underline{k}$ 벡터를 결정하고, 임의의 행렬 Q 에 대해

$$\Lambda^T P + P\Lambda_c = -Q \qquad (9)$$

를 만족하는 P를 라프노프 합성에서 적응칙을 구하는 과정에 이용한다.

여기서 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$. 이다.

3.2 설계된 적응칙

시스템 출력과 기준 출력 사이의 오차와 퍼지 시스템의 수정 될 수 있는 파라미터와 θ^* 과의 오차를 표현해서 전체 시스템의 안정도를 판별하기 위해서 라프노프 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$V = \frac{1}{2}\underline{e}^T P \underline{e} + \frac{b}{2\gamma}\dot{\underline{\phi}}\,\underline{\phi} + \frac{1}{2\beta}(\widehat{\omega}_c - \epsilon)^2 \qquad (10)$$

여기서 $\frac{1}{2\beta}(\widehat{w}_c - \epsilon)^2$은 보상 제어기 설계를 위한 라프노프 함수의 항이다.

$\dot{V} \le 0$ 이 되게하는 기존 퍼지시스템의 파라미터 갱신 규칙은

$$\dot{\underline{\phi}} = -\gamma\, \underline{e}^T P_n \underline{\zeta}(\underline{x}) \qquad (11)$$

이다. 설계된 보상제어기는 다음과 같다.

$$\widehat{\underline{\omega}_c} = \beta\, \underline{e}^T P\, \underline{b_c} \operatorname{sgn}(\ \underline{e}^T P\, \underline{b_c}) \qquad (12)$$

$$u_{com} = \widehat{w}_c \operatorname{sgn}(\ \underline{e}^T P\, \underline{b_c})$$

여기서 γ 와 β 는 적응 이득을 나타낸다.

3.3 폐루프 비선형 시스템

본 논문에서 제시한 폐루프 적응 제어 시스템의 구조는 그림 1과 같다.

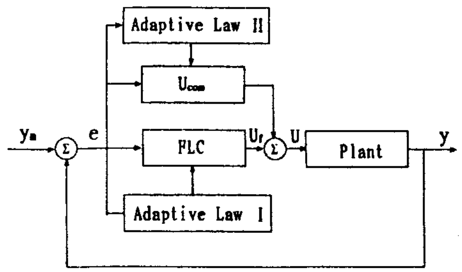

그림 1. 폐루프 적응 제어 시스템

4. 사례 연구

제안된 제어 시스템을 모델링된 Manipulator 에 적용한다. 제어 대상을 비선형 미분 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$(I+J)\ q(t)^{(2)}+B\ q(t)^{(1)}+Mgl\sin(q(t))=u \qquad (13)$$

여기서 $I=0.31kgm^2, J=0.004kgm^2,$

$B=0.007Nmsec/rad,\ Mgl=0.8Nm$

이때 사용된 퍼지 시스템의 초기규칙은 상태 변수의 영역을 균등하게 커버할 수 있도록 각각의 상태 변수에 대해 삼각형 소속함수를 사용했고 상응하는 모든 경우의 수를 고려하여 제어 규칙을 만들었다

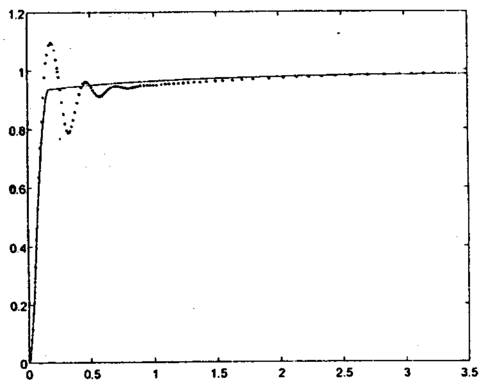

그림 2. 시스템 출력 응답

그림 2 은 대상 시스템의 스텝 응답 q(t)을 나타낸다. 점선은 기존의 퍼지 제어 시스템 만을 사용했을 경우의 응답특성을 나타내는데 과도상태에서 진동이 일어난다. 실선은 보상 제어기가 도입된 경우의 응답 특성을 나타내는데, 다소 불안정하게 수정된 파라미터를 갖는 기존의 퍼지 시스템에 비하여 과도상태 특성이 나아짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 비선형 시스템을 제어하기 위해서 보상제어기와 퍼지 제어기를 사용하여 적절한 제어 입력을 얻는 적응 제어 시스템에 관하여 다루었다. 폐루프 시스템의 대역 안정성을 보장하면서 보상 제어기의 파라미터을 수정하기 위한 적응칙을 얻는데 랴프노프 함수를 이용했다. 기존의 적응칙에 의해 파라미터를 갱신하는 퍼지제어기에 최소 근사화 오차를 줄이기 위한 보상 제어기를 도입하므로써 과도 상태출력의 진동을 줄이고 비선형 시스템의 미지함수의 바운드를 가정을 요구하는 감독제어의 필요성을 개선했다.

6. 참고 문헌

[1] Slotine. J. E and W. Li, "Applied Nonlinear Control," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc, 1991

[2] L.X. Wang. "Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear System," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 2, May, pp. 146-155, 1993.

[3] C. C. lee, "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, Part I, Part II," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* vol. 20, pp. 404-435, 1990.

[4] L. X. Wang. "Design and Analysis of Fuzzy Identifiers of Nonlinear Dynamic Systems," *IEEE Trans on Automatic Control*, vol. 40, no. 1, January, pp. 11-23, 1995

[5] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode: A survey." *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 22, p. 212. 1977.