

# Open-loop Metro Line에서의 열차 운전도 모델링의 구현

홍효식\*    유광균\*    이태식\*\*    문영현\*\*  
\*철도 전문대                      \*\*연세대 전기공학과

## The Implementation of Train Diagram Modeling in the Open-loop Metro Line

H.S. Hong\*    K.K. Yoo\*    T.S. Lee\*\*    Y.H. Moon\*\*  
\*Korea Railroad Junior College    \*\*Yonsei Univ. Dept. of Electrical Eng.

### = Abstract =

In this paper, traffic modeling and control design was considered to analyze and improve the stability of train diagram in the Open-loop Metro line.

A complete discrete-event traffic model describing the natural instability of open-loop metro line is analyzed.

The traffic stability properties are introduced and easy-to-implement state feed back traffic control algorithms are designed, which satisfied with system stability.

### 제 1 장 서론

최근 인간이 직접하는 운영을 대신하기 위해  $\mu$  computer를 사용한 자동제어 system이 많이 개발되고 있다. 그러나 대부분의 이 자동제어 system들은 숙련된 운영자들에 비해 제어의 질적인 면에서 뒤떨어진다. 이 원인으로는 비선형 시변 동작(non linear time variant behavior), inherent inprocess os 및 multi performance index에 기인한다.

State-Space control algorithm을 운전시적이 짧은 metro-line에 적용하여 인간이 직접 운영하는 것보다 더 나은 performance를 얻기 위하여 이 논문의 목적이다.

high frequency metro line은 원래 unstable하다고 알려져 있다. 이것은 주어진 열차의 정규 Schedule에 시간에 따라 방해가 확대 되고 있음을 말한다. 그현상을 설명하면 high-frequency metro line에서 승객은 매우 random하게 역에 도착한다. 다음 기차를 타기 위해 한 플랫폼에서 기다리는 승객수는 앞 열차가 그 역을 출발한 시간이라도 시간이 경과하면 할 수록 증가할 것이다. 만약 어떤 기차가 지연되었다면 승객의 수는 기대하는 것 이상으로 증가됨에 틀림없다. 그 platform에서 그 열차의 정차시간은 platform과 열차사이에 상호 간섭되는 승객의 수에 결정되고 자연적으로 지연에 따라 증가할 것이다.

따라서 열차의 지연은 또는 다른 지연을 불러 일으킨다. 역으로 말하면, 만약 다음역에서 이 열차가 지연되지 않으면 이 기차는 schedule보다 빨리 출발하여 그 역에 빨리 도착하는 경우가 될 것이다. 이것은 운전 diagram의 파괴를 의미한다. 이러한 불안정한 traffic을 피하기 위해 traffic control이 필요로 한다. 최소한의 traffic control은 metro line에서 항상 발생한다. 그러므로 역설비로서 신호기 라든가 ATO, CTC 설비가 필요로 한다.

그러나 이러한 traffic 조건들은 이상적이라 너무 많다. 현재에는 대부분의 영업 line에서는, traffic control은 선정

된 platform(인상적으로 각 line의 마지막에 있는 platform)에서 time margin을 사용하여 time deviation을 영(zero)으로 설정함으로써 구성된다.

이 방법이 단점으로는 운행에 필요한 운행열차가 실제 운행되는 열차보다 더 많이 필요로한다. 즉 여러 열차가 대기 상태에 있어야 한다. 이 논문에서는 열차운행의 안정성을 보장하면서 설계되어지는 control algorithm을 state space feed back control을 적용하여 feed-back control이 얼마나 효율적인가를 나타내고 time margin이 필요없음과 최소한의 대기 열차로써 운행가능함을 나타낼 것이다.

참고문헌 [1] - [5] 까지는 moving vehicle에 관한 control algorithm을 소개 하였는 데, [1]에서는 최적제어이론을 기본으로 하였으나 이는 metro-line에서는 비효율적이다. 즉, 어떤 고정된 장소(예:Platform)에서 정지하는 vehicle은 고려하지 않았기 때문이다.

그러나 control algorithm은 아주 자세히 성립하였다. 수학적 Model의 보다 적당한 경우는 discrete-events(즉 출발, 도착과 같은)들에 의해 얻어진다. 관련 변수들은 열차와 Platform 양쪽 모두와 관련이 있다. 이 논문에서 사용되어 비교된 접근법은 stale control algorithm으로써 최적화 기법에 의해 최적 time schedule을 설계하는 데 사용되었다. 현재 ATO(Automatic Train Operation)으로서 적용되는 PID control algorithm은 열차 주위 환경이 변화되는 가도에 일어나는 여러가지 performance index를 직접적으로 평가할 수 없기 때문에 이 논문은 state control algorithm을 적용하여 PID control algorithm의 단점을 피하고자 하였다. 이 논문의 목적으로는 metro-line의 자연적 불안정성을 나타내는 discrete-event traffic model을 이용하여 그 traffic stability성질을 해석한 후 system stability를 보증하고 식별하기 위해 state control algorithm을 적용하였다.

이 논문은 다음과 같은 환경설정을 둔다. metro line의 open 및 closed loop에 관한 것을 제 2장에 설명하고 논문을 open-loop에 관해 적용할 것이다.

제 3장에서는 discrete-event로 접근하여 얻을 수 있는 traffic의 기본적 linear model을 구현후 제 4장에서는 open line에서의 traffic을 나타낸다. 계획된 time schedule의 개념과 time deviation의 개념이 유도되고 open-line에서의 전반적 state-space방정식이 유도된다. 이러한 state-space 접근방법은 그 line이 갖고 있는 자연적 불안정을 해석하는데 사용되고 state feed back을 사용하고 state control algorithm을 완성한다.

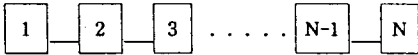
제 2장 Metroline

이 논문에서 metro-line에서의 각 열차는 승객의 승하차를 위해 각역마다 정차하여야 한다고 가정한다.

각 열차를 train index로써, 각 역은 platform index로써 구별될 것이다.

이 장에서는 branch line 또는 structure line등은 배제한다. 이는 다음과 같은 의미를 지닌다. 1) 어떤 열차에 의해 운행 순서는 다른 열차와 같다. 2) 각 Platform에서 열차들의 순서는 순서화되어졌고, 그 line에서의 모든 열차는 같다.

열차가 진행하는 역의 순서 및 역에 진입하는 열차적 순서는 다음과 같다.



< 그림 1. open-loop line >

1과 N은 시발역과 종착역이다. 임의의 역은  $M_j$ 로써 나타내는데 여기서  $i$ 는 train number index이고  $j$ 는 platform number index이다.  $k$ 번째 platform을 떠나는  $i$ 번째 열차의 출발순간의 시간을  $t_{k,i}^i$ 라 한다.

제 3장 Traffic Linear Model

이 장에서는 다른 Platform에서 출발한 각각의 열차들의 출발순간에 관련된 수학적 Model을 유도코자 한다.

위의 2절에서 언급된 기호  $t_{k,i}^i$ 를 사용한다. 2개의 연속된 platform  $k$ 와  $(k+1)$ 에서의 열차  $\langle i \rangle$ 의 출발순간을 다음과 같이 산출된다.

$$t_{k+1,i}^i = t_{k,i}^i + r_{k,i}^i + s_{k+1,i}^i \dots\dots\dots (1)$$

여기에서  $t_{k+1,i}^i$ 는  $(k+1)$ 번째 platform에서  $i$ 번째 출발하는 시간이고,  $t_{k,i}^i$ 는  $k$ 번째 platform에서  $i$ 번째 열차가 출발하는 시간이다. 그리고  $r_{k,i}^i$ 는  $(k+1)$ 과  $(k)$ 번째 사이를  $i$  열차가 운행하는 운행시간이고  $s_{k+1,i}^i$ 는  $(k+1)$ 번째 역에서  $i$ 번째 열차의 정차시간이다.

$r_{k,i}^i$ 와  $s_{k+1,i}^i$ 를 보다 구체화하기 위해 4가지 조건을 가정한다. 기본가정조건(BASIC ASSUMPTION)

- BA 1. 운행조건(즉 열차의 수, 연속되는 열차들의 시적, 단위시간당 승객밀도 등)은 일정하다.
- BA 2. 운행시간  $r_{k,i}^i$ 는 승객의 수에 영향을 받지 아니한다.
- BA 3. 정차시간은 그 열차를 탈려는 승객의 수에 선형적으로 비례한다.
- BA 4. platform  $k$ 에서 열차  $i$ 에 탈려고 하는 승객의 수는  $k$ 에서 열차  $i$ 와  $(i+1)$ 의 시간간격에 비례한다. 위의 기본가정은 보다 복잡한 Model을 간단히 하기 위해 도입하였다. 위의 가정 BA 1과 BA 2에 의해 운행시간  $r_{k,i}^i$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$r_{k,i}^i = R_k + U_k^i + W_k^i \dots\dots\dots (2)$$

여기에서  $R_k$ 는  $k$ 와  $(k+1)$ 사이의 공칭 운행시간이다.  $U_k^i$ 는 운행시간을 증가시키거나 ( $U_k^i \geq 0$ ) 또는 감소시키기 위해 ( $U_k^i < 0$ )  $k$ 와  $(k+1)$ 사이에서 열차  $i$ 에 적용될 control action이다.  $W_k^i$ 는 외란항이다. 기본가정 BA1, BA3, BA4로 부터 정차시간은 다음과 같이 Model되어질수 있다.

$$s_{k+1,i}^i = S + C_{k+1,i}(t_{k+1,i}^i - t_{k,i}^i) + W_{k+1,i}^i \dots\dots\dots (3)$$

여기에서  $S$ 는 한 platform에서 최소한의 정차시간이고,  $C_{k+1,i}$

은 2대의 연속된 열차의 출발순간의 시간간격으로 인해 알 수 있는 지연 비율이다.  $W_{k+1,i}^i$ 는 외란항이다.

(2)와(3)식에서  $S, R_k$ 와  $C_k$ 는 추종되어야 할 파라미터들이다.  $S$ 와  $R_k$ 는 식(3)에 의해 각 platform에서 측정될수 있는  $(t_{k,i}^i, s_{k+1,i}^i)$ 의 선형적 감소비율에 의해  $C_k$ 가 측정될수 있으니 이를 통해 측정될수 있는 파라미터들이다.

식(2)와 (3)을 사용하여 식(1)을 다시 쓰면 식 (4)가 된다.

$$(1 - C_{k+1,i})t_{k+1,i}^i = t_{k,i}^i - C_{k+1,i}t_{k,i}^i + S + R_k + U_k^i + W_k^i \dots\dots\dots (4)$$

물론 허용가능한 control action  $U$ 는 열차들사이의 충돌을 허용하지 않는 안전요구사항을 항상 충족해야만 한다. 식(4)는 연속되는 2대의 열차와 연속해 있는 2 platform에 관련된 열차동작의 부분적 Model을 표현가능케 한다.

제 4장 Traffic Analysis for Open lines

A. 정규 schedule에 의한 Traffic Analysis

정규 schedule이 이상적인 traffic계획을 의미한다면은 운행선에서의 각 열차의 정규출발시간인  $T_k^i$ 의 집합으로 규정 되어질수 있는 정규시간 schedule의 형태를 우선 고려할수 있을 것이다.

이 정규시간 schedule은 연속되는 열차사이의 일정한 시간 간격  $H$ 에 의해 특성화 되어질수 있다.

$$\text{즉, } H = T_k^{(i+1)} - T_k^i \dots\dots\dots (5)$$

이것을 그 운행선에서의 자연적 동적특성에 일치되어야 한다. 즉 제어 action인  $U$ 와 외란인  $W$ 가 없는 식(4)에서의 기본적인 관계를 만족하여야 한다.

즉 ( $U_k^i = W_k^i = 0$ )가 된다.

$$T_{k+1,i}^i = T_k^i + C_{k+1,i}H + S + R_k \dots\dots\dots (6)$$

초기조건 (Initition Conditions) :

식(4)에 초기조건을 부여한다. 우선 임의의 초기 출발열차와 초기 platform이 필요로 한다. 임의의 초기 열차, 즉 인덱스  $\langle i \rangle = 0$ 를 갖는 열차를 정확하게 모든역에 걸쳐서 제시간에 출발한다고 가정한다. 즉  $t_{k,0}^0 = T_k^0, \forall k$  임의의 초기 platform, 즉 인덱스  $\langle k \rangle = 0$ 를 갖는 platform은 모든 열차가 정확하게 이 platform에 도착, 출발한다고 가정한다. 즉,  $t_{0,i}^i = T_{0,i}^i$

시편차(Time Deviation) :

$X_{k,i}^i$ 를 정규 schedule에서의 값  $T_k^i$ 와 실제출발순간인  $t_{k,i}^i$ 의 차이라고 하자. 그러면, 기본적인 동적 방정식(4)는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$(1 - C_{k+1,i})X_{k+1,i}^i + C_{k+1,i}X_{k,i}^i = X_k^i + U_k^i + W_k^i \quad k \geq 0, i \geq 1 \dots\dots\dots (7)$$

B. 식(7)을 해석해보면 지하철 line에서의 자연적 불안정성에 관해 알수있다.

그 지하철 line에서의 임의의 platform  $\langle k \rangle$ 에서 첫번째  $I$  열차들의 시편차의  $I$ -차원 Vector  $X_k^i$ 를 고려한다.

$$X_k^i \triangleq [ X_k^{i1} \dots X_k^{iI} ]^T$$

이는 참고문헌[6]에 의하면 식(8)로 표현되는 상태공간식의 상태vector이다.

식(7)으로부터 제어나 외란이 없으면 (즉  $U_k^i = W_k^i = 0$ )  $X_k^i$ 는 다음의 선형방정식을 만족한다.

$$X_{k+1}^s = A_k^s X_k^s \dots\dots\dots (8)$$

$$A_k^s = \begin{bmatrix} 1-C_{k+1} & & & \\ C_{k+1} & 1-C_{k+1} & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & C_{k+1} & & 1-C_{k+1} \end{bmatrix}^{-1}$$

여기에서  $A_k^s =$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & & & & \\ b_1 & a_2 & & & 0 \\ & b_2 & \ddots & & \\ & & & b_N & a_N \\ 0 & & & & \end{bmatrix}$$

$A_k^s$ 는 diagonal 요소인  $\frac{1}{1-C_{k+1}} > 1$  을 갖는 lower triangular 이다.

식(8)을 통해서도 식(8)이 stationary가 아니기 때문에 안정성을 판별할수가 없다.

어떤 임의의 platform <k>에서 I 열차의 시편차의

mean-square 값을  $T_k = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (X_k^i)^2$  이라고 정의하자.

여기에서 인덱스는 선로의 운행상태에 의해 영향을 받는다. 만약 모든 열차가 정상적인 운행 model로 운행된다면은 이 인덱스는 0 으로 될것이다. 위의 시편차의 mean-square 값과 식<8>로 표현되는 상태공간방정식에 의해 안정성에 관한 다음과 같은 결과를 얻을수 있다.

정리1. 모든  $C_k > 0$ 에대해 임의의 주어진 platform에서  $T_k > 0$ 이면  $T_k$ 는 platform의 진행에 따라 점점커질것이다.

즉,  $T_{k+1} > T_k \quad k \geq 1$

증명은 참고문헌[7]에 수록되어져 있다.

이 정리1로 인해 지하철 line의 운행 system은 unstable system임을 알수있다.

C. state feed back 제어를 이용한 traffic제어

우선 이장에서는 system의 안정성을 위한 feedback control law를 나타낼것이다. control law는 운행목적을 나타내는 performance index를 최소화하게 설계되어야 한다. 그러므로 traffic을 나타내는 식<7>을 시편차에 실행이다. 여기에서 표준 LQ문제에서 문제를 최소화하기 위해 quadratic performance index를 선택한다.

식<8>을 보면은 상태벡터요소  $(X_k^i, i=1, \dots, I)$ 를 I 번째 열차에 관련되어 platform k 번째의 열차 I 에 적용되어지는 함수가 미래의 시편차 즉 알려지지 않은 시편차를 포함하는 시편차들의 함수이기 때문에 식<8>을 on-line 상태 제어에 구현에 적합하지 않다.

그러므로 대안으로 다른 state 제어입력 및 외란입력의 model을 형성하여 이를 Matrix화 시키면 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} X_j &= [ X_1^{j-1} X_2^{j-2} \dots \dots \dots X_N^{j-N} ]^T \\ U_j &= [ U_0^j U_1^{j-1} \dots \dots \dots U_{N-1}^{j-N+1} ]^T \\ W_j &= [ W_0^j W_1^{j-1} \dots \dots \dots W_{N-1}^{j-N+1} ]^T \end{aligned}$$

그러므로 다음과 같은 상태변수 Model을 구성할수 있다.

$$X_{j+1} = AX_j + BU_j + BW_j \dots \dots (9)$$

여기에서

$$A = D2( N_j \frac{C_1}{1-C_1}, \dots, \frac{C_N}{1-C_N}; \frac{1}{1-C_2}, \dots, \frac{1}{1-C_N} )$$

$$B = D1( N_j \frac{1}{1-C_1}, \dots, \frac{1}{1-C_N} )$$

또한  $D2(N_j a_{1,2}, \dots a_N; b_{1,2}, \dots b_{N-1} )$

$$D1( N; a_1, a_2, \dots a_N ) = \begin{bmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_N \end{bmatrix}$$

라는 기호를 도입하였다.

주어진  $X_j$ 에서, control law  $U_j$ 는 선형 constraint 식<9>에서의 다음 performance index를 최소화 하는데 있다.

$$J_1 = PX_{j+1}^T X_{j+1} + q(X_{j+1} - X_j)^T (X_{j+1} - X_j) + U_j^T U_j \dots (10)$$

두번째항이 정상적 열차사이의 정상적인 운전시격값인 H를 보다 크게 할때 첫번째항은 정상운전 diagram과의 시편차를 크게 하므로 한 platform에서 승객이 기다리는 평균 대기시간에 관련된다. traffic 정규화에 관련되는 항이다.

세번째항은 너무큰 값을 가짐으로 control이 되지 않을 정도이다. p와 q의 값은 control목적에 따라 결정되고 조절목적들(즉 운전 diagram 과 정규화)사이의 trade-off를 나타낸다. 여기에서 Feedback control law는 식(11a)와 같다.

$$U_j = -[\tau_N + (p+q)B^T B]^{-1} [(p+q)B^T A - qB^T] X_j \dots\dots\dots (11a)$$

$\tau_N$ 은 N차원의 identity matrix를 나타낸다.

식<11a>의 control law는 식<9>의 constraint에서 식<10>을 최소화시키는 식인데  $X_j$ 에서 실행이다.

$U_j$ 의 요소들은 다음과 같이 표현된다.

$$U_k^i = -q_k X_k^i + f_{k-1} X_{k-1}^i \dots\dots\dots (11b)$$

여기에서  $q_k = \frac{p+q}{p+q+(1-C_{k-1})^2}$  이고

$$f_{k-1} = \frac{q + pC_{k-1}}{p+q+(1-C_{k-1})^2} \text{ 이다.}$$

platform k번째와 (k+1)번째 사이에서 열차 i에 적용되는 control은 두개의 시편차의 선형조합이다.

여기에서 두개의 시편차라 함은 platform(k)에서 열차 i의 시편차와 다음 platform(k+1)에서 앞 열차(i-1)의 시편차를 나타낸다.

제5장 맺는말

시편차에 의해 선형조합으로 표현되는 열차운전Diagram의 control law에 의해 시편차의 performance index가 최소화 되어질것이며 이는 운전선로의 정규화를 의미한다.

식(7)에 의해 나타내어지는 불안전성을 임의의 상태, 제어입력, 외란입력을 다른형태인 식(9)의 요소로 표현하며 안전성을 확보키위해 control law를 적용함을 알수있다.

여기서 추후에 이에 관한 simulation을 서울지하철 2호선에 적용시켜 결과를 얻을것이며 또한 Fuzzy control algorithm을 적용하여 비교할것이다.

[ 참고문헌 ]

- 1) W.S.Levine and M.Athans, "On the optimal error regulation of a string of moving vehicles," IEEE Trans Automat. Contr., vol.AC-11, pp.355-361, 1966.
- 2) S.Melzer and B.C.kuo, "A closed form solution for the optimal error regulation of a string of moving vehicles," IEEE Trans. Automat.Contr., vol.AC-16, pp.50-52, Feb 1971.
- 3) L.E.Peppard and V.Gourishankar, "Optimal control of a string of moving vehicles," IEEE Trans. Automat.Contr.,vol.AC-19, pp.243-246, June 1974.
- 4) K.C.Chu, "Optimal decentralifged regulation of a string of coupled systems," IEEE Trans. Automat.Contr.,vol.AC-19, pp.243-246, June 1974.
- 5) T.Yoshikawa, H.Oka, and H.Hanfusa, "Decentralized control of moving vehicles on a loop line," in Proc.IFAC Conf. Large Scale syst., Warsaw,Poland,1983, pp.183-188.
- 6) G.Campion, V.VanBreusegem, P.Pinson and G.Bastin, "Traffic regulation of an underground railway transportation system by state feedback," Optimal Contr. Appl. Methods, vol.6, pp.385-402, DEC.1985.
- 7) V.VanBreusegem, and G.Bastin, "Modeling, simulation and control of the traffic at the terminus stations of urban underground railway lines," in Proc 5th IFAC symp. cont. transportation Syst, July 1986, pp.259-264.