

전자와 광자의 2차원적 터널링에 대한 이론적 연구

이병호, 이욱
서울대학교 전기공학과

Theoretical Study on the Two-Dimensional Tunneling of Electrons and Photons

Byoungcho Lee and Wook Lee
Department of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract

Tunneling of an electron non-normally incident on a potential barrier is theoretically studied. Tunneling time and the position where an electron appears after the tunneling are derived using the phase time approach. The positions where photons appear after two-dimensional tunneling in a frustrated total internal reflection structure are also discussed.

I. 서론

입자가 전위 장벽을 터널링(tunneling)하는데 걸리는 시간은 40여년 동안 계속 논란의 대상이 되어 왔다. 이러한 터널링 시간으로 위상 시간(phase time)이 Bohm[1]과 Wigner[2]에 의해 제안되었고, 이 밖에도 여러 가지의 모델이 제시되었다[3]. 최근 물리학자들의 커다란 주목을 받고 있는 Chiao 그룹의 실험은 광자(photon)의 터널링은 인과율에 위배되지는 않지만(causal), wave packet의 터널링 속도가 광속도보다 빠를 수 있음(superluminal)을 보여 주고 있다[4]. 또한, Chiao는 위상 시간이 터널링 시간에 가장 적합한 모델임을 보였다. 양자전자공학의 관점에서 중요한 것은 터널링 소자의 궁극적 동작속도를 한정하는 전자의 터널링 속도이다. 광자의 터널링에 대한 이론적 연구방법과 유사한 방법으로 전자의 터널링을 연구할 수 있다. 저자들은 최근 시뮬레이션을 통해 전자의 1차원적 터널링에 대한 위상 시간의 타당성을 연구하였다[5,6]. 본 논문에서는 전자의 2차원적 터널링에 대해 고찰하고자 한다. 저자들이 아는 한 최초로, 전위 장벽에 비스듬하게 입사하는 전자에 대해 그 터널링 시간과 터널링되어 나오는 전자의 위치에 대한 이론적 연구를 수행하고자 한다. 이는 Steinberg와 Chiao가 사용한 광자의 터널링의 연구방법[7]을 전자의 경우에 맞게 적용시킨 것이다. 또한, 본 논문에서는 광자의 2차원적 터널링에 대한 Steinberg와 Chiao의 연구결과를, glass를 사용한 photon tunneling microscope의 형태에 적용하여 수치적으로 그 터널링 특성을 계산하고자 한다.

II. 전위 장벽에 경사지게 입사하는 전자의 터널링

그림 1에서와 같이 전자가 전위 장벽에 각도 θ 만큼 경사지게 입사한다고 하자. 전위 장벽의 높이는 V_0 이고, 장벽 영역은 $x=0$ 부터 $x=d$ 까지이다. 본 장에서는 에너지 E 와 입사각 θ 에 대해 투과 계수, 위상 시간, 그리고 전자가 터널링한 후의 발진 위치를

고찰하기로 한다. 먼저, 평면파가 입사한다고 할 때, 장벽 전위 $V(x)$ 는 x 만의 함수이므로 시간에 무관한 Schrödinger 방정식을 변수 분리하면 다음과 같이 된다.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_x(x)}{dx^2} + V(x)\Psi_x(x) = E_x \Psi_x(x) \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_y(y)}{dy^2} = E_y \Psi_y(y) \quad (2)$$

여기에서 $\Psi(x, y) = \Psi_x(x)\Psi_y(y)$ 는 $E = E_x + E_y$ 에 대한 2차원의 시간에 무관한 Schrödinger 방정식의 해이다. 식 (2)에서 y 축으로는 자유공간에서의 Schrödinger 방정식 형태임을 볼 수 있다. 식 (1)에서 볼 수 있듯이 이를 x 축 방향으로의 운동량이 $\hbar k_x = \hbar k \cos \theta$, 또는 에너지가 $E_x = E \cos^2 \theta$ 인 1차원의 문제로 볼 수 있다.

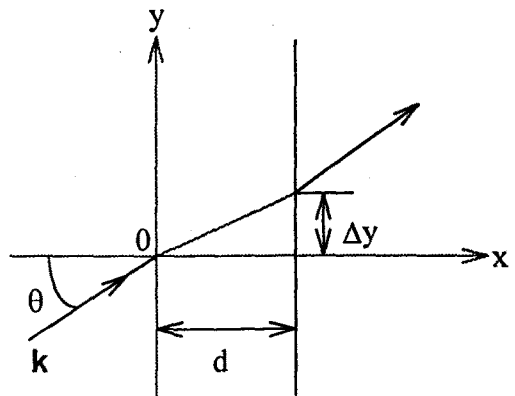


그림 1. 전위 장벽에 경사지게 입사하는 전자의 터널링 (전위 장벽 $0 < x < d$, 높이 V_0)

그림 2는 GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs 구조에서처럼 높이가 300meV이고 두께가 3nm이며 유효 질량이 $m = 0.067m_0$ (m_0 는 진공에서의 전자 질량)일 때, 에너지 E 와 입사각 θ 에 대한 평면파의 투과 계수의 그래프이다. 이것은 장벽의 두께가 $d/\cos \theta$ 일 때, 입

사하는 전자의 에너지가 E 인 1 차원의 터널링 문제와는 틀리다. 뒤의 경우에는 E 가 장벽의 전위 V_0 보다 크면 전자가 터널링이 없이 장벽 위로 통과한다. 그러나, 식 (1)과 그림 2에서 볼 수 있듯이, 앞의 경우에는 E 가 장벽의 높이보다 큰 때에도 입사각이 충분히 커서 $E \cos^2 \theta$ 이 장벽의 높이보다 작으면 터널링 문제가 된다.

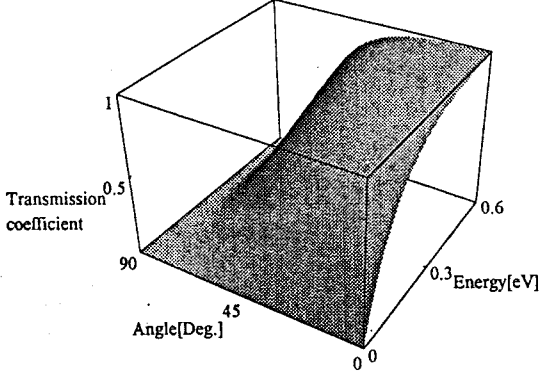


그림 2. 전자의 에너지 E 와 입사각도 θ 에 따른 터널링 계수 (장벽높이 : 300meV, 장벽두께 : 3nm)

위상 시간을 경사진 전자의 터널링에 대해 다음의 방법으로 유도할 수 있다. 터널링한 후의 전자의 wave packet의 피지분항에서 위상 성분은 아래와 같다.

$$\xi = \phi(k_x) + k_x x + k_y y - \frac{E(k)}{\hbar} t \quad (3)$$

여기에서, $\phi(k_x)$ 는 전자의 파동함수가 x -축으로 1차원 터널링할 경우 겪는 위상 변화이다. 2차원적 터널링을 한 후의 전자의 위치는 1차원의 경우[5]와 유사하게 위상 ξ 에 대해 k 에 대한 gradient를 취하여 이를 0으로 하는 평면파 성분을 찾음으로써 구할 수 있다. k -공간에서의 gradient를 근사적으로 k 의 크기 $k=|k|$ 에 대한 미분과 k 의 각도 θ 에 대한 미분으로 나누어 생각할 수 있다[7]. 이러한 방법으로 구한 터널링 시간은 다음과 같다.

$$t = \frac{m}{\hbar k_x} \left(\frac{\partial \phi(k_x)}{\partial k_x} + d \right) = \delta t(k_x) \quad (4)$$

여기에서 $\delta t(k_x)$ 는 $k_x = k \cos \theta$ 의 k -값을 갖는 전자에 대한 1 차원의 위상 시간이다. 그림 3은 그림 2를 얻는 데에 사용된 것과 동일한 전위 장벽에 대해서 위상 시간을 전자의 입사에너지와 입사각에 대해 나타낸 그래프이다.

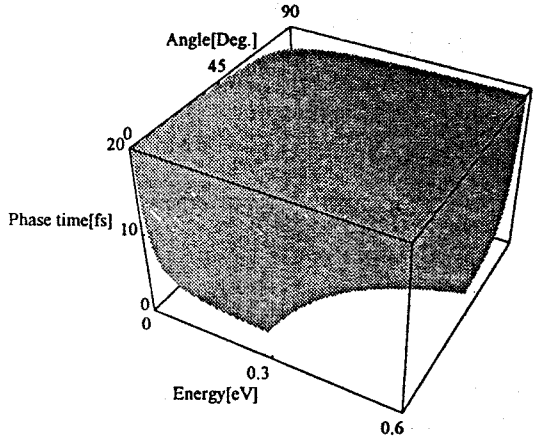


그림 3. 전자의 에너지 E 와 입사각도 θ 에 따른 터널링 시간 (장벽높이 : 300meV, 장벽두께 : 3nm)

또한, y -축 방향으로의 이동 위치 Δy 는 다음과 같다.

$$\Delta y = v_x t \tan \theta \quad (5)$$

여기에서 $v_x = \hbar k_x / m$ 는 전자의 x 방향으로의 입사속도이다. 그림 4는 Δy 를 보여준다.

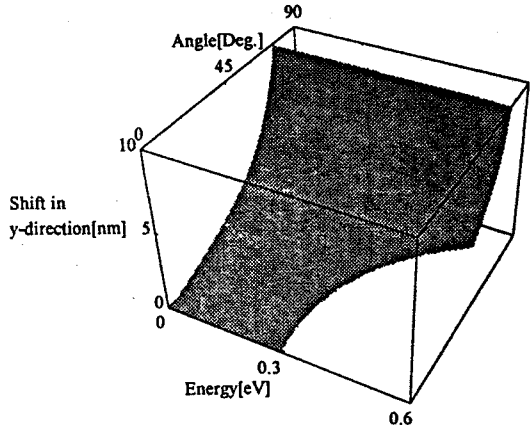


그림 4. 전자의 에너지 E 와 입사각도 θ 에 따른 터널링 후의 전자 위치 Δy (장벽높이 : 300meV, 장벽두께 : 3nm)

III. 광자의 2차원적 터널링

본 장에서는 그림 5와 같이 광자가 2차원적으로 터널링하는 frustrated total internal reflection (FTIR)의 경우에 대하여 논의한다. 이에 대한 이론적 연구는 Steinberg와 Chiao에 의해 수행되었다[7]. 그림 6은 그 결과를 이용하여 굴절률 1.5의 glass에서 공기의 gap을 통해 터널링하는 광자에 대해 그 입사 각도와 gap 두께에 따른 y -축으로의 변이 Δy 를 보여준다. 이 값은 두께가 증가함에 따라 포화되는 것을 볼 수 있다. Δy 는 반사되는 광자에 대한 y -축으로의 변이이기도 하다. 광자의 터널링 시간에 대한 이론적 계산도 가능하며, 이는 전자의 경우보다 복잡하지만 전자의 1차원적 터널링으로 유추하여 계산할 수 있다.

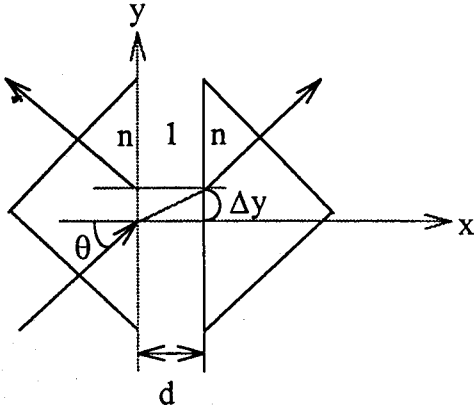


그림 5. 광자의 2차원적 터널링
(Frustrated total internal reflection)

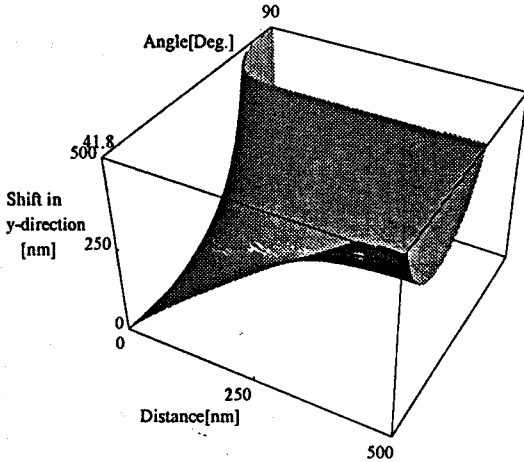


그림 6. 입사각도와 gap 두께에 따른 y-축으로의 변이 Δy
(파장 : 514.5nm, $n=1.5$)

IV. 결론

본 논문에서는 전위 장벽에 전자가 비스듬히 입사하는 2차원 터널링 문제에 대해 이론적인 터널링 시간과 터널링되어 나오는 위치를 유도하였다. 또한, frustrated total internal reflection에 의한 광자의 2차원적 터널링에 대해 입사각도와 gap 두께에 따른 터널링 후의 위치를 계산하였다. 비스듬히 입사하는 전자와 광자는 터널링하는 동안에는 마치 경로가 굴곡되는 것처럼 좌표가 변경되어 터널링 후에 나타남을 볼 수 있었다. 또한 전자의 터널링 시간은 장벽 두께에 따라 포화됨을 볼 수 있었는데, 이는 광자의 터널링에서도 적용된다.

참고문헌

- [1] D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, 1951, pp. 257-261.
- [2] E. P. Wigner, "Lower Limit for the energy derivative of the scattering phase shift", *Physical Review*, vol. 98, pp. 145-147, 1965.
- [3] For example, P. Thanikasalam, R. Venkatasubramanian, and M. Cahay, "Analytical expressions for tunneling time through single and double barrier structures", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 29, pp. 2451-2458, 1993.
- [4] A. M. Steinberg, P. G. Kwiat, and R. Y. Chiao, "Measurement of the single-photon tunneling time", *Physical Review Letters*, vol. 71, pp. 708-711, 1993.
- [5] 이육, 이병호, "하나의 전위장벽에 대한 전자의 터널링 시간," 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp. 1262-1264, 1995.
- [6] B. Lee and W. Lee, "Theoretical study of electron tunneling time through a single/double barrier(s), and the effect of wave packet spread", *22nd Int. Symposium on Compound Semiconductors*, Paper PW-15, Cheju, Aug. 1995.
- [7] A. M. Steinberg, and R. Y. Chiao, "Tunneling delay times in one and two dimensions", *Physical Review A*, vol. 49, pp. 3283-3295, 1994.