

PUMA형 로봇 매니플레이터의 강인한 위치/힘 혼합제어

박 제 옥* (숭실대 대학원 기계공학과)

이 건 복* (숭실대 기계공학과)

Robust Hybrid Position/Force Control of a PUMA-Like Robot Manipulator

Jae-Wook Park (Soongsil Univ.)

Gun-Bok Lee (Soongsil Univ.)

ABSTRACT: In general, the control of robot manipulator is classified into position control and force control. Position controllers give adequate performance when a manipulator is following a trajectory through space and end-effector has no contact with environment. However for most tasks performed by robot manipulator in industry, contact is made between the end-effector and manipulator's environment, so position control may not suffice.

The objective of this study is to control both position of a manipulator and the contact forces generated at the hand by using a conceptually simple control law. Position and force control problem is decoupled into subtasks via taskspace formulation and inverse dynamics. Then, the position controllers are designed for the task space variables which represent tangent motion and the force controllers are designed for the task space variables which represent normal force.

I. 서론

일반적으로 로봇의 제어는 크게 위치제어(position control)와 힘제어(force control)로 나눌 수 있다. 장애물과의 큰 접촉이 없는 작업장에서, 자체의 운반과 짐용접의 일을 하는 경우와 같이 단순히 매니플레이터가 공간에서 궤도를 추적하는 것이 요구되는 경우에는 위치제어만으로 충분한 제어가 가능하다. 하지만 조립, 연마와 같은 작업의 경우에 매니플레이터는 주변의 환경과 접촉하게 되고, 이러한 작업중에 발생하는 접촉힘(contact force) 또한 제어가 되어야한다⁽¹⁾⁽²⁾. 이런 경우에 환경의 변화와 불확실성을 포함하는 측면에서 매니플레이터를 간단히 제어하는 것은 로봇 매니플레이터를 복잡한 조장과 산업 및 공간내의 조립문제에 편리하게 적용하는데 선행되어야 할 점이다.

본 연구의 목적은 개념상으로 간단한 제어법칙을 이용하여 푸마(PUMA)형 매니플레이터의 위치와 말단효과장치에서 발생하는 접촉력을 모두 제어하는 것이다. 먼저 작업공간(taskspace)⁽³⁾에서의 매니플레이터의 동특성 방정식과 역동역학(inverse dynamics)⁽²⁾의 개념을 이용하여 힘제어와 위치제어가 이루어져야 할 방향을 분리하였고 분리된 각각의 방향에 대하여 제어법칙 분할과 시스템의 모델링의 불확실성을 고려한 강인한 제어를 이용하여 힘제어와 위치제어를 독립적으로 수행하였다.

여기서 $D(q(t))$ 는 매니플레이터의 관성행렬을 뜻하는 $n \times n$ 행렬이며, $h(q(t), \dot{q}(t))$ 는 코리올리과 원심력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다. 그리고 $c(q(t))$ 는 중력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다.

본 연구의 모델이 된 로봇은 PUMA형 로봇인 6자유도의 FARA A1-U로 그 구조는 Fig. 1과 같다.

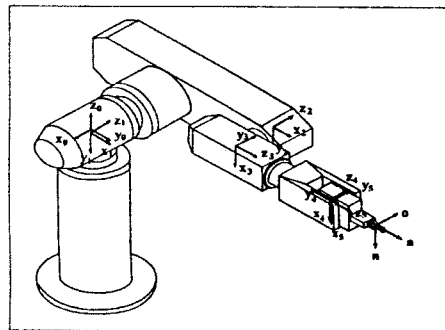


Fig. 1 FARA A1-U Robot

FARA A1-U 로봇은 각각의 관절을 구동하는 구동기로 AC 써보모터를 사용한다. 이 AC 써보모터의 블록 선도를 간략화하면 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다.

II. 동역학적 모델링

A. 시스템 모델링

n 개의 관절을 가지고 있는 로봇 매니플레이터의 관절각의 위치, 속도, 가속도를 각각 q , \dot{q} , \ddot{q} 라면 로봇 매니플레이터의 운동방정식은 행렬의 꼴로 간략하게 다음과 같은 식으로 나타내진다.

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t)) \quad (4)$$

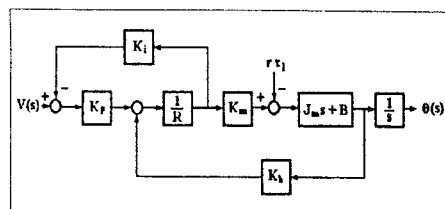


Fig. 2 Block diagram of AC servo motor

이 AC 써보모터의 운동방정식은 등가의 직류기 상수를 이용하여 나타내면 직류모터의 운동방정식과 같은 형태의 식으로 표현할 수 있다.

$$J_{mk} \ddot{\theta}_{mk} + (B + \frac{\bar{K}_b \bar{K}_m}{R}) \dot{\theta}_{mk} = \frac{\bar{K}_m}{R} V_k - r_k r_k \quad (5)$$

여기서 \bar{K}_b 는 등가 직류기 역기전력 상수이고 \bar{K}_m 는 등가 직류기 토크상수이며 \bar{R} 은 등가 직류기 저항이다.

$$\theta_{mk} = \frac{1}{r_k} q_k \text{를 사용하여 (4)과 (5)의 두 식을 결합하여 나}$$

타내면 행렬의 형태로 다음식과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (D(q) + J_m) \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + B \dot{q} + C(q) \\ = D_M(q) \ddot{q} + N(q, \dot{q}) = V \end{aligned} \quad (6)$$

B. 작업공간 공식화(Taskspace Formulation)

로봇의 위치와 말단장치에 작용하는 힘을 동시에 제어하려면 로봇의 운동방정식을 작업공간 좌표계(taskspace coordinate)에서 표시하여야 한다. 운동방정식을 작업공간에서 공식화함으로써 힘제어가 행해져야 할 방향과 위치제어가 행해져야 할 방향을 분리시킬 수 있다.

말단장치의 작업공간에서의 좌표 x 벡터와 관절좌표 q 벡터 사이의 관계는

$$x = f(q) \quad (7)$$

$$\dot{x} = J(q) \dot{q} \quad (8)$$

$$\ddot{x} = J(q) \ddot{q} + \dot{J}(q) \dot{q} \quad (9)$$

이 되고, 여기서 $J(q)$ 는 마니플레이터의 자코비안이다.

작업공간의 힘과 관절공간에서의 토크는 다음과 같은 식으로 연관된다.

$$\tau = K_T V = J^T F \quad (10)$$

여기서 K_T 는 대각요소가 \bar{K}_{m_i}/\bar{R}_i 인 대각행렬이며 ($k=1, 2, \dots, n$), V 는 입력전압 벡터이며, F 는 작업공간에서의 힘과 토크벡터이다.

식 (7), (8), (9), (10)를 이용하여 식 (6)의 운동방정식을 작업공간에서 정리하면 다음과 같다.

$$M_x(q) \ddot{x} + N_x(q, \dot{q}) = F \quad (11)$$

III. 제이기 설계

식 (11)의 운동방정식에 대하여 작업공간에서의 역동역학을 이용하여 되먹임 선형화(feedback linearization)의 방법을 적용하면

$$M_x(q) a + N_x(q, \dot{q}) = F \quad (12)$$

의 식을 얻을 수 있고 여기서

$$\ddot{x} = a \quad (13)$$

가 된다.

A. 위치제어

x_{Ti} 가 작업공간에서의 평면에 대한 접선방향, 즉 위치제어가 수행되어야 할 방향이라면 식 (13)의 접선공간의 요소(tangent space component)는 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\ddot{x}_{Ti} = a_{Ti} \quad (14)$$

여기서 a_{Ti} 는 접선공간(tangent space)에서의 선형 위치제어기(linear position controller)이다. 접선방향의 선형제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$a_{Ti} = \ddot{x}_{Tdi} + K_{vTi} \dot{e}_{Ti} + K_{pTi} e_{Ti} \quad (16)$$

여기서 K_{vTi} 와 K_{pTi} 는 위치제어기의 제어 게인(control gain) 값이다.

B. 힘제어

x_{Ni} 가 작업공간에서의 평면에 대한 법선방향, 즉 힘제어가 수행되어야 할 방향이라면 식 (13)의 법선공간의 요소(normal space component)는 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\ddot{x}_{Ni} = a_{Ni} \quad (17)$$

여기서 a_{Ni} 는 법선공간(normal space)에서의 선형 힘제어기(linear force controller)이다. 주변환경을 강성(stiffness)이 큰 스프링으로 가정하면 주변환경에서 발생하는 법선방향의 힘은 다음과 같이 주어진다.

$$f_{Ni} = k_{\theta i} (x_{Ni} - x_{ei}) \quad (18)$$

여기서 $k_{\theta i}$ 는 주변환경의 강성(stiffness)이며 x_{ei} 는 주변환경의 법선방향 x_{Ni} 에서의 정적 위치(static location)이다.

힘제어기는 다음 식으로 주어진다.

$$a_{Ni} = \frac{1}{k_{\theta i}} (\ddot{f}_{Ndi} + K_{vNi} \dot{e}_{iNi} + K_{pNi} e_{iNi}) \quad (20)$$

여기서 K_{vNi} 와 K_{pNi} 는 힘 제어기의 제어 게인(control gain) 값이다.

C. 강인한 제이기 설계

위에서 제시한 역동역학 제어법칙의 실현은 동역학적 모델을 정확히 알아야 이행가능하다. 그러나 동역학적 모델을 정확히 계산한다는 것은 사실상 불가능하다. 따라서 식 (12) 대신에 다음의 비선형 제어법칙을 사용하는 것이 타당하다.

$$F = \hat{M}_x(q) a + \hat{N}_x(q, \dot{q}) \quad (21)$$

마니플레이터의 작업공간에서의 운동방정식을 나타내는 식 (11)과 이에 대하여 비선형 제어법칙을 식 (21)의 형태로 선택하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\ddot{x} = a + \eta(a, q, \dot{q}) \quad (22)$$

여기서 η 는 동역학적 모델의 불확실성을 나타내며

$$\eta = E(q) a + M_x^{-1} \Delta N_x \quad (23)$$

로 주어지고 $E = M_x^{-1} \hat{M}_x - I$ 이고 $\Delta N_x = \hat{N}_x - N_x$ 이다.

상태공간에서의 시스템식 (22)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + B(a + \eta) \quad (24)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}$$

작업공간의 오차 벡터를 $e_1 = x - x_d$, $e_2 = \dot{x} - \dot{x}_d$ 로 두면 추종오차는

$$\begin{aligned} e_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= \ddot{x} - \ddot{x}_d = a + \eta - \ddot{x}_d \end{aligned} \quad (25)$$

를 만족시키며 벡터형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{e} = A e + B(a + \eta - \ddot{x}_d) \quad (26)$$

여기에 선형 제어기 a 를

$$\begin{aligned} a &= \ddot{x}_d - K_v(\dot{x} - \dot{x}_d) - K_p(x - x_d) \\ &= \ddot{x}_d - K_v \dot{e} - K_p e \end{aligned} \quad (27)$$

로 두면 오차 e 에 관하여 $\dot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = \eta$ 를 얻을 수 있다. 여기서 η 는 식 (23)와 같이 a 의 함수이므로 이득값을 높이면 η 또한 증가할 수 있기 때문에 이득 값을 충분히 높이면 안정하다고 주장할 수 없다. 그러므로 목표궤적 $x_d(t)$ 의 추종문제는 시변 비선형 시스템 식 (26)의 안정화 문제가 된다. 시스템의 추종성능에 영향을 미치는 함수 η 의 최악의 범위를 추정하기 위해 다음 가정을 한다.

$$i) \sup_{t \geq 0} \|\ddot{x}_d\| < Q_1 < \infty$$

$$ii) \|E\| = \|M_x^{-1} \hat{M}_x - I\| \leq \alpha < 1$$

iii) t 에 대해 유계(bounded)이고 기저의 함수인 φ 에 대하여 $\|\Delta N_x\| \leq \varphi(e, t)$

안정화 제어 a 를 구하기 위한 과정은 다음과 같다.

식 (26)의 행렬 A 는 불안정하기 때문에

$$a = \ddot{x}_d - K_v e_1 - k_p e_2 + \Delta a \quad (28)$$

의 식을 세운다. $K = [K_p, K_v]$ 일때

$$\dot{e} = \bar{A} e + B(\Delta a + \bar{\eta}) \quad (29)$$

를 얻을 수 있으며 여기서

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A - BK, \quad \bar{A} : \text{Hurwitz} \\ \bar{\eta} &= E \Delta a + E(\ddot{x}_d - K e) + M_x^{-1} \Delta N_x \end{aligned} \quad (30)$$

선형 제어기에 추가된 Δa 는 불확실성의 효과를 극복하기 위해 사용된 것이다.

식 (26)에서 다음의 부동식

$$\|\Delta a\| < \rho(e, t) \quad (31)$$

$$\|\bar{\eta}\| < \rho(e, t)$$

를 구할 수 있다고 가정하면 다음의 $\rho(e, t)$ 를 구할 수 있다.

$$\rho(e, t) = \frac{1}{1-\alpha} (\alpha Q_1 + \|K\| \cdot \|e\| + \bar{M} \varphi(e, t)) \quad (32)$$

다음으로 양의 한정행렬 Q 를 선택하고 Lyapunov 방정식 $\bar{A}^T P + P \bar{A} + Q = 0$ 의 유일한 양의 한정인 해 P 를 구하면 선형제어기에 추가된 Δa 는 다음과 같다.

$$\Delta a = -\rho(e, t) \tanh(kr), \quad r = B^T P e \quad (33)$$

여기서 $\tanh(kr)$ 는 kr 의 hyperbolic tangent 함수이며 k 는 상수이다.

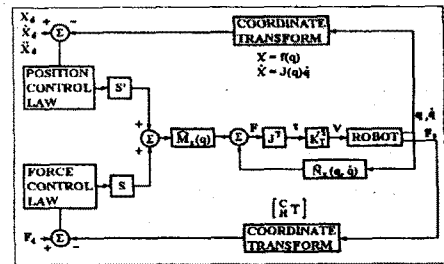


Fig. 3 Hybrid position/force control of a manipulator

Fig. 3은 혼합 위치/힘제어 법칙을 블록 선도로 표시하고 있다.

IV. 시뮬레이션

식 (16), (20), (28)을 토대로 설계한 제어기를 PUMA형 로봇인 FARA A1-U 로봇트에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

Fig. 4는 말단장치가 작업평면상에 힘을 가하면서 원궤적을 그리기 위하여 먼저 작업평면상의 궤적의 초기점으로 움직이고 이후에 작업평면상에 궤적을 그리는 것을 나타낸 것이다.

다음으로 Fig. 5에서 Fig. 9은 작업공간의 평면의 초기점에서부터 일정한 힘을 가하면서 원 궤적을 그리는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 여기서 case 1의 경우는 로봇트의 동역학적 모델에 불확실성이 있는 경우에 식 (16), (20)의 제어기를 사용하여 제어한 것의 결과이며, case 3의 경우는 로봇트의 동역학적 모델에 불확실성이 있는 경우에 식 (28)의 강인한 제어기를 사용하여 제어한 결과를 나타낸 것이다. Fig. 5는 말단장치의 작업평면, 즉 x-y좌표계에서의 궤적을 나타낸 것이고 Fig. 6은 힘의 계단입력에 대한 응답을 나타내고 있다. Fig. 7에서 Fig. 9는 각각의 관절에 들어가는 제어입력을 나타내고 있다. 이상의 시뮬레이션 결과를 살펴보면 식 (28)와 같이 설계한 제어기가 로봇트의 동역학적 모델의 불확실성에 대하여 강인성을 가지고 있음을 알 수 있다.

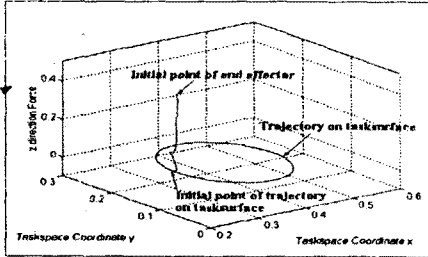


Fig. 4 Trajectory of End Effector in Taskspace

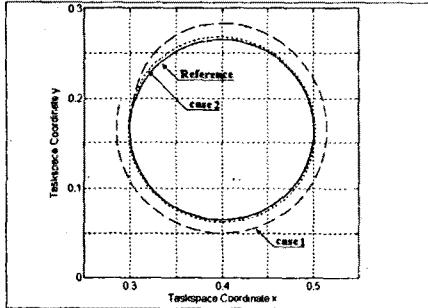


Fig. 5 Trajectory of End Effector on Tasksurface

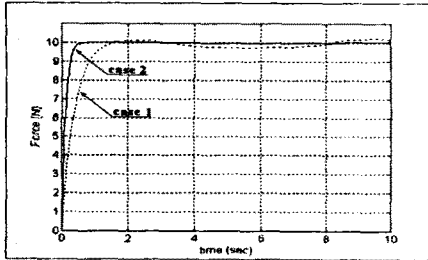


Fig. 6 Time Response (Force)

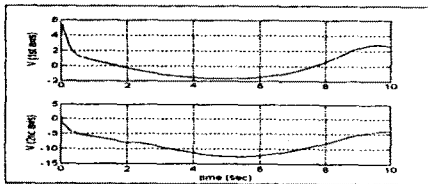


Fig. 7 Control Input of 1st and 2nd Link

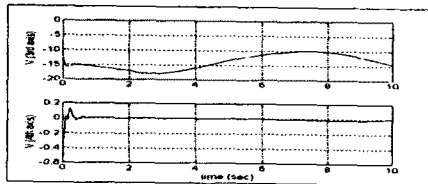


Fig. 8 Control Input of 3rd and 4th Link

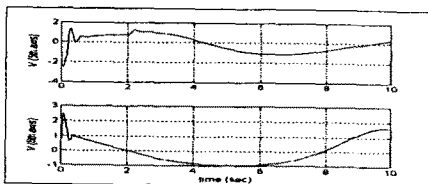


Fig. 9 Control Input of 5th and 6th Link

V. 결론

본 연구는 두마형 로봇인 FARA A-1 U에 대하여 작업공간을 정의하여 위치제어와 힘제어가 이루어져야 할 방향을 분리하고 작업공간에서의 역동역학을 이용한 되먹임 선형화의 방법을 이용하여 선형제어기를 설계하여 위치/힘 동시제어를 수행하는 것이다.

제어의 설계에서 역동역학 방법은 미니플레이터의 동역학적 모델을 이용하므로 먼저 모델링 오차를 고려하지 않은 제어를 설계하고 이를 수정하여 미니플레이터의 동역학적 모델에 오차가 있어도 이에 대하여 강인성을 가지는 강인한 제어기 (robust controller)를 설계하였다. 설계한 제어기는 시뮬레이션을 통하여 주어진 궤적을 효과적으로 추종하는 것을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] M.W.Spong, M.Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", John Wiley & Sons 1989
- [2] J.J.Craig, "Robotics", Addison-Wesley Publishing Company 1986
- [3] M.H.Raibort, J.J.Craig, "Hybrid Position/Force Control of Manipulators", Transactions of the ASME, Vol. 102, June 1981
- [4] K.S.Fu, R.C.Gonzalez, C.S.G.Lee, "Robotics", MacGraw-Hill Company 1987
- [5] D.E. Orin and W.W.Schrader, "Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators", Int. J.Robotics Research, Vol.3, No.4, pp. 66-75, 1984
- [6] H. Asada, J.J.E.Slotine, "Robotics Analysis and Control", John Wiley & Sons 1986
- [7] F.L.Lewis, C.T.Abdallah, D.M.Dawson, "Control of Robot Manipulator", Macmillan Publishing Company 1993
- [8] Wu,C.H., and R. P. Paul, "Resolved Motion Force Control of Robot Manipulator", IEEE Trans., Syst. Man Cybern., vol. SMC-12, No.3, pp.266-275, 1982