

프라이자흐 분포함수의 정식화에 관한 연구

*김 흥규, 이 창환, 정 현교
서울대학교 공과대학 전기 공학부

홍 선기
호서대학교 공과대학 전기전자제어 공학부

A Study for the Formulation of the Preisach Distribution Function

Hong-Kyu Kim, Chang-Hwan Lee, Hyun-Kyo Jung
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Sun-Ki Hong
School of Electrical Engineering, Hoseo University

Abstract - The Preisach model needs a density function to simulate the hysteresis phenomena. To obtain this function, many experimental data obtained from the first order transition curves are required to get accurate density function. However, it is difficult to perform this procedure, especially for the hard magnetic materials. In this paper, we compare the density function obtained from the experimental data with that computed from the mathematical function like the Gaussian function, and propose a simple technique to get mathematical equation of the density function or Everett function which is obtained from the initial curve, major and minor loop.

1. 서 론

프라이자흐(Preisach) 모델은 거시적 입장에서 자기 히스테리시스의 변화를 가장 잘 표현할 수 있는 모델로 알려져 있다[1]. 그런데, 프라이자흐 모델에 의해 히스테리시스를 표현하려면 프라이자흐 분포함수를 주어야 하며, 이를 구하기 위해서는 실험으로부터 자성재료의 다수의 1차 전이(transition) 곡선을 측정하여야 한다. 그러나, 경질 자성재료일수록 전이곡선 측정은 장비나 측정 노력 면에서 매우 번거롭고 까다로운 일이 되며, 이 때문에 가급적 실험을 통하지 않고 분포함수를 수학적으로 표현하려는 노력이 많이 있어 왔다. 현재 여기에는 가우스(Gauss) 함수[2]와 로렌츠(Lorenz) 함수가 이용되고 있다.[3]. 그러나 프라이자흐 평면에서 보자력 축에 대한 분포함수는 일반적으로 가우스 분포를 이루지 않는다. 또한, 대부분의 자성재료는 가역 특성을 갖는 자성이 존재함에도 불구하고, 가우스 함수를 이용하는 논문들은 대부분 이러한 가역 자성을 무시하여 히스테리시스 현상을 계산함으로서 실제 현상을 표현하는데 부족함이 있어 보인다[4]. 또한 로렌츠 함수는 초기자화곡선을 이용하지 않기 때문에 내부마이너 투프의 시뮬레이션은 신뢰하기 어렵다.

본 연구에서는 실제 실험 데이터에서 얻어진 분포함수와 기존의 수학식에 의해 만들어진 분포함수의 비교를 통해 기존 연구의 부족함을 보이고, 새로이 제안하는 방법에 의해 히스테리시스 현상을 좀 더 간편하면서, 보다 잘 묘사할 수 있음을 보인다.

2. 프라이자흐 모델에서의 분포함수

프라이자흐 모델에 의한 히스테리시스의 계산은 다음 식으로 주어진다[4].

$$M(t) = \int \int_{\alpha \geq \beta} \rho(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha \beta} H(t) d\alpha d\beta \quad (1)$$

여기서, $M(t)$ 는 자화값, $\rho(\alpha, \beta)$ 는 분포함수이다. 분포함수는 스위칭 자계 α 및 β 에 대한 프라이자흐 평면에서의 생극자의 밀도를 의미한다. 이 모델의 계산에서 에버렐 함수를 이용하면 편리하다. 에버렐 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$E(x, y) = \int_x^y \int_x^\alpha \rho(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2)$$

실험에서 얻어진 1차 전이곡선은 에버렐 함수를 만드는데 직접 이용된다[4]. 즉,

$$E(\alpha, \beta) = \frac{1}{2}(M_\alpha - M_{\alpha\beta}) \quad (3)$$

여기서, M_α 는 음의 포화 상태에서 자계를 증가시켜 자계 값이 α 에 이르렀을 때의 자화값, $M_{\alpha\beta}$ 는 자계가 α 에서 다시 $\alpha\beta$ 까지 감소했을 때의 자화값을 의미한다. 보통, 계산의 편리함을 위하여 식(3)으로부터 에버렐 함수를 테이블로 만들고, 히스테리시스를 계산한다[4]. 에버렐 함수가 테이블로 주어지는 경우, 분포함수는 에버렐 함수로부터 구할 수 있다. 즉, 에버렐 평면이 그림 1과 같은 경우, 분포함수는 식(4)와 같다.

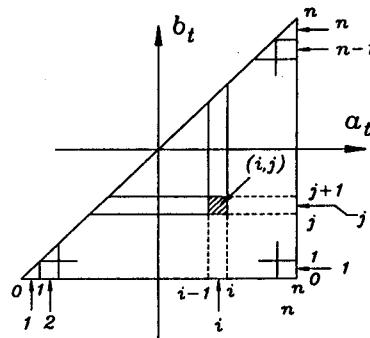


그림 1. 분포함수를 나타내는 에버렐 다이어그램

$$\begin{aligned} \rho(\alpha, \beta) &= E(\alpha + \Delta\alpha, \beta - \Delta\beta) - E(\alpha, \beta - \Delta\beta) \\ &\quad - E(\alpha + \Delta\alpha, \beta) + E(\alpha, \beta) \end{aligned} \quad (4)$$

분포함수를 수식화하는 방법은 전이곡선을 실험에서 구하지 않고, 분포함수의 분포가 그림 2와 같이 프라이자흐 평면을 상호작용 자계 H_i 및 보자력 H_c 에 대해 고려할 때, 분포함수가 H_i 및 H_c 에 대해 가우스 분포를 이룬다고 하는 가정하에서 만들어 진다[3]. 여기서 H_i , H_c 는 식(5)과 같다.

$$H_i = \frac{H_a + H_b}{2}, \quad H_c = \frac{H_a - H_b}{2} \quad (5)$$

그러나 실제 보자력에 대하여는 일반적으로 그림2와 같은 가우스 분포를 이루지 않을 뿐만 아니라, 레일레이(Rayleigh) 영역[5]에서 나타날 수 있는 가역자화는 표현할 수 없다. 가역 자화를 나타내기 위해 이 부분을 따로 지수 함수를 이용하여 자계에 대한 함수로 만들고, 이를 분포함수에 곱하여 표현하기도 하였으나 [6], 히스테리시스 모델을 분포함수를 이용하여 나타내는 표현이 아니므로, 프라이자흐 평면과의 연관성을 찾기 어려워 보인다.

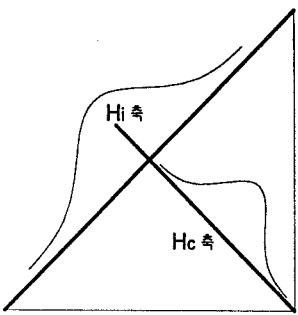


그림 2. 프라이자흐 평면과 상호작용 자계 및 보자력과의 관계

3. 정식화된 분포함수

3.1 분포함수의 분포

분포함수는 보자력 축을 대칭으로 보면 가우스 분포를 이루는 것으로 알려져 있다. 그림 3은 반경질 재료의 실험에서 얻어진 보자력 축을 중심으로 하여 나타나는 상호작용 자계에 대한 분포함수이다.

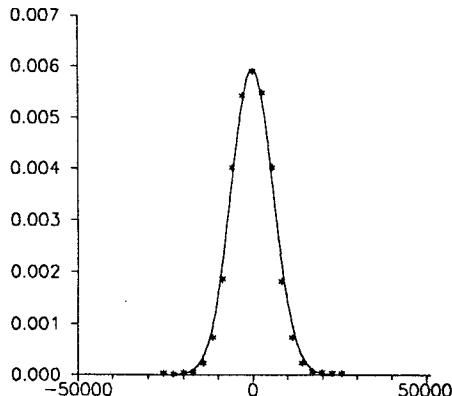


그림 3. 상호작용 자계에 대한 분포함수

점들은 측정값이며, 실선은 이들을 근사한 가우스 함수로 대응시킨 것이다. 그림에서 알 수 있듯이, 분포함수는 가우스 분포로 표현할 때 좋은 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

그림 4는 상호작용 자계가 0일 때의 보자력에 대한 분포함수의 실험치이다.

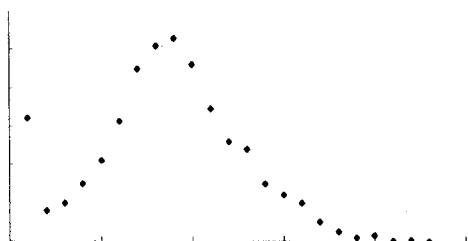


그림 4. 보자력에 대한 분포함수(상호작용 자계가 0일 때)

분포함수는 가우스 분포를 나타내지 않을 뿐만 아니라, 보자력이 0일 때 나타나는 분포함수는 무시할 수 없는 값이다. 따라서 보자력 축에 대한 함수의 대응은 상호작용 자계에서와 같이 가우스 함수만의 대응으로는 곤란한 경우가 발생할 수 있으므로, 이에 적절한 방법을 찾을 필요가 있으며, 보자력이 0인 경우도 고려하는 것이 실제의 히스테리시스 특성을 엄밀히 표현하는데 바람직하다.

3.2 정식화

상호작용 자계에 대하여는 분포함수가 가우스 분포를 갖음이 알려져 있다. 따라서, 분포함수는 가우스 함수를 이용하여 다음과 같이 정식화하여도 좋다.

$$P_i(H_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(H_i - \mu_i)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (6)$$

여기서, μ_i 는 상호작용 자계 축에 대한 중심 값이며 0이 된다.

자기기록 매체에 이용되는 자성재료는 각형이 큰 히스테리시스 투프 특성을 주로 가진다. 이러한 경우는 보자력 축에 대한 분포가 그 중심에 대부분 집중해 있는 경우이며, 다음과 같은 식으로 잘 표현된다.

$$P_c(H_c) = H_c g(H_c) \quad (7)$$

여기서, g 는 마찬가지로 가우스 함수이다. 그러나, 그림 4에서와 같은 특성을 갖는, 각형이 작고 상대적으로 보자력이 큰 재료는 가우스 함수로는 표현이 어렵다. 즉, 모든 분포함수가 가우스 함수로 표현이 양호한 것은 아니며, 또한, 여기서 필요로 하는 각각의 파라미터를 구하는 것도 용이하지는 않다.

반면, 분포함수를 정식화하는 것보다, 에버렐 함수를 정식화하면 좀 더 유용할 수 있다. 그림 5와 같은 경우의 에버렐 테이블에서 직선 1, 2, 3은 각각 그림 6 히스테리시스 포화 투프의 1, 2, 3에 해당된다.

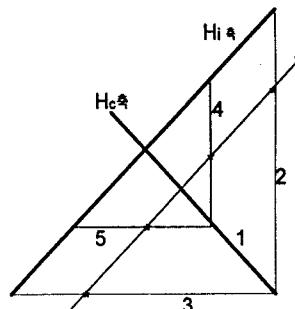


그림 5. 에버렐 함수 평면

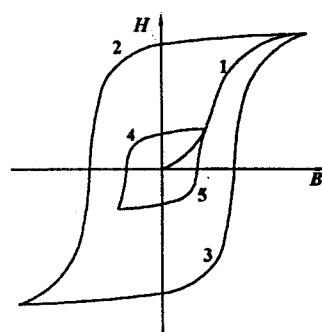


그림 6 히스테리시스 투프

즉, 초기자화곡선과 포화루프를 측정하면, 그림 5의 에버렐 테이블의 직선 1, 2, 3 부분의 값을 얻을 수 있다. 또한, 그림 5와 같이 직선 1에 대하여, 에버렐 값을 상호자계 축에 대하여 그려보면, 양 끝점의 값을 0으로 볼 때, 그림 7과 같이, 역시 가우스 분포를 갖고 있음을 알 수 있다. 따라서, 에버렐 함수 테이블에서 상호자계 축에 대하여 에버렐 분포를 가정하고, 상호 자계가 0인 보자력 축에 대하여는 초기자화 곡선의 값을 이용하면, 분포함수를 구할 필요가 없이, 바로 에버렐 테이블을 이용하여, 히스테리시스 현상을 계산할 수 있다.

이러한 방법은 매우 간편한 방법이지만, 초기 자화 곡선과 포화루프만을 측정하면, 가우스 함수의 분산 σ^2 을 결정할 요소가 없다. 따라서, 그림 6과 같이 포화 히스테리시스 루프뿐만 아니라, 내부의 좀 더 작은 히스테리시스 루프를 한 개 더 구하여 두면 이로부터 그림 7에서와 같은 경우의 분산을 결정하는 요소로 이용될 수 있다.

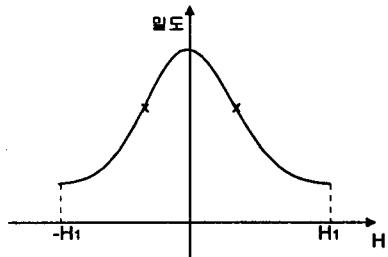


그림 7. 상호자계에 대한 에버렐 함수

4. 시뮬레이션

그림 8은 실험으로부터 구한, 상호자계에 대한 에버렐 함수의 분포이다. 재료는 보자력이 9,400 [AT/m], 잔류 자속밀도가 1.4[T]인 반경질 재료이다. 실선은 가우스 함수를 이용하여 정식화된 값을 도시한 것이며, 매우 잘 일치한다.

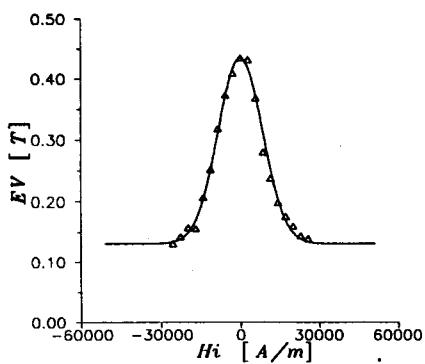


그림 8. 상호자계에 대한 가우스 분포(실험치 및 계산치)

그림 9는 초기자화곡선과 이를 스플라인하여 얻어진 함수이다. 그림 8과 그림 9는 결국, 상호자계 및 보자력에 대한 에버렐 함수 값이며, 그림 8에서 얻어지는 가우스함수의 분산이 결정되면, 이를 이용하여 에버렐 테이블을 구성할 수 있고, 그림 10이 에버렐 함수를 3차원적으로 도시한 것이다. 그림과 같이 에버렐 테이블은 매우 양호한 함수를 갖게 되며, 이로부터 히스테리시스를 계산할 수 있게 된다. 이로부터, 분포함수를 이용할 경우에 결정해야 하는 많은 요소들을 구할 필요 없이, 단순히 분산계수 하나만 결정함으로써 계산이 가능해진다.

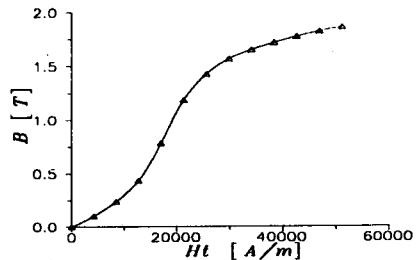


그림 9. 초기자화곡선(실험치 및 스플라인)

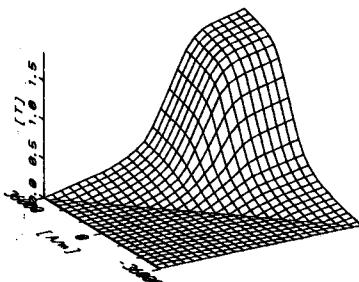


그림 10. 에버렐 함수의 3차원적 도시

5. 결 론

본 연구에서는 실제 실험 데이터에서 얻어진 분포함수는 단순히 가우스 함수만을 이용하여 만들어진 분포함수로는 부족함을 보이고, 실험에서 구한 초기자화곡선, 포화루프 및 마이너 루프로부터 에버렐 함수의 상호자계에 대한 가우스 함수의 분산을 결정하고, 이를 관계로부터 에버렐 함수를 구성할 수 있음을 보였다. 새로이 제안한 방법은 번거롭게 많은 수의 전이곡선을 측정하지 않고 몇 개의 루프 만으로부터 신뢰할 수 있는 에버렐 함수를 얻을 수 있음을 보였으며, 가역특성도 내포하고 있어, 신뢰할 만한 히스테리시스 특성해석이 가능하도록 하였다.

본 연구는 자동제어 특화센터의 연구비 지원에 의한 연구 결과입니다.

6. 참고문헌

- [1] F. Ossart, "Comparison between Various Hysteresis Models and Experimental Data", IEEE Trans. on Mag., Vol.26, No. 5, pp.2837-2839, September 1990.
- [2] C. Papusoi and A. Stancu, "Anhysteretic Remanent Susceptibility and the Moving Preisach Model," IEEE Trans. on Mag., Vol. 29, No. 1, pp.77-81, January 1993.
- [3] L-L.Rouve, Th.Vaeckerle, "Application of Preisach Model to Grain Oriented Steels:Comparison of Different Characterizations for the Preisach Function $p(a,b)$ ", IEEE Trans. on Mag., Vol. 31, No. 6, pp.3557-3559, November 1995
- [4] 흥 선기, 원 종수, "히스테리시스 현상의 일반화된 정량적 해석", 대한전기학회논문지, 제41권 12호, pp.1369-1378, 1992.
- [5] Cullity, *Introduction to Magnetic Materials*, Addison-Wesley Publishing Company, 1972
- [6] F. Vajda and E. Della Torre, "Characteristics of Magnetic Media Models," IEEE Trans. on Mag., Vol. 28, No. 5, pp.2611-26213, March 1992.